



CUARTO INFORME DEL ESTADO DE LA EDUCACIÓN

Informe Final

Constructo “Alfabetización Matemática”, según PISA

Investigador:

Óscar Salas

2012



CONSEJO NACIONAL DE RECTORES

Nota: Las cifras de las ponencias pueden no coincidir con las consignadas por el IV Informe Estado de la Educación en el tema respectivo, debido a revisiones posteriores. En caso de encontrarse diferencia entre ambas fuentes, prevalecen las publicadas en el Informe.

Contenido

Resumen Ejecutivo	3
Proyecto PISA.....	4
Objetivos del proyecto PISA.....	4
Contenidos matemáticos evaluados en PISA	6
Competencia matemática según PISA.....	7
Competencias evaluadas.....	8
Niveles de Complejidad	9
El grupo de reproducción.....	9
El grupo de conexión	10
El grupo de reflexión	10
Estructura de la Prueba	14
Otras consideraciones	15
Resultados de Costa Rica en la competencia Matemática en PISA 2009+.....	16
Conclusiones y Recomendaciones	18
Bibliografía.....	21

Resumen Ejecutivo

El proyecto PISA (sigla en inglés del Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos) consiste en la aplicación de pruebas estandarizadas a una muestra representativa de estudiantes de distintos países del mundo, al término de su educación obligatoria (15 años). En el área de Matemáticas se busca evaluar del uso de conceptos de esa disciplina en la resolución de problemas que se pueden presentar en la vida cotidiana. A esta competencia también se le llama “alfabetización matemática” y se refiere a la capacidad de los las y los jóvenes para analizar, razonar, modelar, argumentar y comunicarse eficazmente cuando enuncian, formulan y resuelven problemas matemáticos en diferentes contextos y situaciones. Un buen nivel de desempeño en este ámbito muestra que el estudiante está matemáticamente alfabetizado, es decir, que es matemáticamente competente.

En Costa Rica las pruebas PISA se aplicaron por primera vez en 2009. En Matemáticas se obtuvo una media de 409 puntos, que ubican al país en el lugar 55 de las 74 naciones que participaron ese año. Cabe destacar que más de la mitad de los estudiantes se ubicó entre los niveles 0 y 1, lo cual significa que solo pueden resolver problemas que involucran contextos familiares, en los que toda la información relevante está presente y las preguntas están claramente definidas.

Ante esta situación, el MEP ha iniciado un proceso de revisión de los programas de Matemáticas, tanto para primaria como para secundaria, buscando que la resolución de problemas sea un aspecto fundamental del currículo. Es importante señalar que una mejora en los resultados de próximas pruebas PISA dependerá del avance en la formación continua de los docentes y el trabajo conjunto entre estos, los estudiantes y el MEP.

Descriptores

Alfabetización matemática, razonamiento funcional, competencia matemática, pruebas PISA, evolución del sistema educativo costarricense.

Proyecto PISA

En 1997 los países pertenecientes a la **Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico Europeo** (OCDE) acordaron incluir entre sus indicadores de desarrollo tres de naturaleza educativa. Los mismo, fueron elegidos con el objetivo de medir los logros alcanzados por cada uno de los sistemas educativo de los países miembros y para lograrlo decidieron enfocarse en medir la formación recibida por estudiantes de 15 años y su capacidad para desempeñarse en forma proactiva como ciudadanos.

La idea de estos indicadores es mostrar el rendimiento de los estudiantes en tres áreas del conocimiento esenciales para que ellos puedan aportar con el desarrollo de la sociedad a la cual pertenecen: lectura comprensiva, matemáticas y ciencias. Para medir dichos indicadores y como resultado de una serie de estudios (Monereo, 2009), se sugirió la aplicación de una prueba escrita, la cual debe ser realizada por los escolares (se selecciona una muestra representativa del país) al término de su educación obligatoria (15 años), dicho sistema se conoce como **Proyecto PISA** (Programme for International Student Assessment) (OECD, 2004).

Objetivos del proyecto PISA

El foco de esta evaluación se centra en medir si los estudiantes son competentes desde el punto de vista matemático (o si adquirieron la Competencia Matemática), lo cual implica tener la capacidad individual para utilizar los conceptos aprendidos durante los procesos de aprendizaje en la resolución de problemas y en situaciones que se le presentan en otros contextos de su vida cotidiana. En esta evaluación el foco no se centra entonces en conocer cuáles contenidos del currículo han sido aprendidos por el alumno, sino cómo este los pone en práctica.

La competencia matemática se consideran parte esencial en la preparación para la vida de un ciudadana y, por ello, su evaluación en la prueba de matemáticas es un componente central del programa PISA (Recio & Rico, 2005). Para el proyecto PISA el manejo de los elementos de la competencia matemática serán también sinónimos de la *Alfabetización Matemática*.

La definición de *Alfabetización Matemática* de la OCDE/PISA coincide con los elementos generales de la teoría de la estructura y el uso del lenguaje que surge de los más recientes estudios socio-culturales. Por ejemplo, la capacidad de leer, escribir, escuchar y hablar un lenguaje es la herramienta más importante de la sociedad humana. De hecho, cada lenguaje humano posee un diseño enlazado en formas complejas a una variedad de funciones. El que una persona sea competente en un lenguaje, implica que la persona conoce muchos de los elementos fundamentales del lenguaje y es capaz de utilizar esos elementos en pro de diversas funciones o propósitos sociales (OECD, 2009). De la misma manera, el considerar las matemáticas

como un lenguaje, implica que los estudiantes deben aprender los elementos fundamentales del discurso matemático (los términos, signos, símbolos, procedimientos, habilidades, etc.) y saber aplicarlos para resolver problemas en un importante número de situaciones entendidas en términos de su función social.

Debemos entender entonces la *Alfabetización Matemática* (traducción del término en inglés, *Mathematical Literacy*) como la capacidad de los estudiantes para **analizar, razonar, modelar, argumentar** y **comunicar** eficazmente cuando enuncian, formulan y resuelven problemas matemáticos en diferentes contextos y situaciones. Un buen nivel en el desempeño de esta capacidad muestra que un estudiante está matemáticamente alfabetizado, o que dicho individuo es matemáticamente competente.

Un individuo competente en matemática tiene la capacidad de identificar y entender el papel que la disciplina tiene en el desarrollo de la sociedad, el estudiante está en la capacidad de realizar juicios bien fundados y utiliza la matemática apropiadamente cuando se le presentan necesidades ya sea para su vida individual o como ciudadano constructivo y activo en la sociedad. El desarrollo de las competencias estimula la formación de individuos comprometidos con sus deberes y muy reflexivos a la hora de tomar decisiones (OECD, 2004; Rico, 2006).

El marco matemático del estudio OECD/ PISA propone evaluar la profundidad con que los estudiantes de 15 años pueden manejar las matemáticas, de una manera fundamentada, cuando se enfrentan con problemas del mundo real. La actividad de matematización se identifica en el proyecto PISA, en términos generales, con la resolución de un problema. El proceso de hacer matemáticas, o matematización, implica en primer lugar traducir los problemas de la realidad en lenguaje matemático. Una vez traducido el problema a una expresión matemática el proceso puede continuar. El estudiante puede plantearse, a continuación, cuestiones en las que utiliza conceptos y destrezas matemáticas. El paso posterior en la resolución de un problema implica reflexionar sobre el proceso completo y sus resultados. Posteriormente, el estudiante debe interpretar los resultados con una actitud crítica y validar el proceso completo.

Según OCDE (2003) en su informe sobre PISA 2003 indica que los problemas planteados en el área de matemáticas, se diseñan considerando tres componentes que pretenden verificar si el estudiante alcanza o no una determinada competencia (este estilo se sigue manteniendo en las actuales pruebas):

- la situación y/o el contexto en que se localiza el problema,
- el contenido matemático que se debe utilizar al resolverlo,
- y las competencias que deben activarse para conectar el mundo real, donde surge el problema, con las matemáticas.

Contenidos matemáticos evaluados en PISA

Para entender cuáles son los contenidos matemáticos evaluados en PISA se deben tener dos consideraciones fundamentales:

- Los conceptos, estructuras y entes matemáticos se han inventado como una herramienta para entender y explicar los fenómenos del mundo natural, social y mental.
- Más allá de los contenidos matemáticos, en la evaluación PISA lo realmente importante es qué puede hacer el estudiante con dicho concepto o ente y como este le sirve eventualmente para explicar las situaciones que enfrenta en su vida.

Por lo general, los problemas no aparecen en contextos y maneras que permitan su comprensión y solución a través de la aplicación del conocimiento de una única área. Por este motivo se trabaja con **ideas principales** (o ideas fundamentales, las mismas engloban hechos y conceptos que cobran sentido y se encuentran presentes en una gran cantidad de situaciones), las cuales en matemática pueden ser muchas, pero para PISA y según sus autores después de considerando una serie de problemáticas surgidas en la evolución histórica de la disciplina y los contenidos curriculares convencionales, se eligen las siguientes:

- **Cantidad:** La idea principal es cuantificar para organizar el mundo. Las características importantes engloban la comprensión del tamaño relativo, el reconocimiento de las regularidades numéricas y la utilización de los números para representar cantidades y atributos cuantificables de los objetos. Además, la cantidad tiene que ver con el procesamiento y comprensión de los números que pueden presentarse de muchas maneras.
- **Espacio y forma:** Las regularidades se encuentran en todas partes: en los idiomas, música, vídeos, tráfico, arquitectura y el arte. Las formas pueden también considerarse como regularidades, por ejemplo: casas, edificios de oficinas, puentes, estrellas de mar, copos de nieve, hojas de un trébol, cristales y sombras. El estudio de la forma (percepción espacial) y las construcciones exige buscar similitudes y diferencias al analizar los componentes formales y además reconocer las formas en diferentes representaciones y en dos o tres dimensiones. Para conseguirlo es preciso comprender las propiedades de los objetos y sus posiciones relativas. Debemos aprender a orientarnos en el espacio y a través de las construcciones y de las formas presentes en las diferentes situaciones. Ello significa entender la relación entre formas e imágenes, o representaciones visuales, tales como la relación entre una ciudad real y una fotografía de la misma (sombras y perspectivas).
- **Cambio y relaciones:** La idea principal la constituye el cambio. En el mundo que nos rodea se presentan una gran cantidad de relaciones temporales y permanentes entre los diferentes fenómenos. Por ejemplo, los organismos que cambian a medida que crecen, el ciclo de las estaciones, las mareas, los ciclos

de desempleo, los cambios climatológicos y los índices bursátiles. Algunos de estos procesos de cambio implican el uso de funciones matemáticas simples y pueden describirse o modelarse mediante ellas: funciones lineales, exponenciales, periódicas o logarítmicas, tanto discretas como continuas. No obstante, muchas relaciones pertenecen a categorías diferentes y, a menudo, el análisis de los datos resulta esencial para determinar qué tipo de relación se produce. Las relaciones matemáticas pueden adoptar la forma de ecuaciones o desigualdades, pero también pueden darse relaciones de una naturaleza más general (por ejemplo, equivalencia, divisibilidad o inclusión, entre otras). Se busca evaluar la capacidad de razonamiento funcional, esto es, la capacidad de pensar sobre y en términos de relaciones.

- **Incertidumbre:** La idea principal en torno a la incertidumbre, lo constituye el manejo y tratamiento del dato y del azar. Estos dos fenómenos son el objeto de estudio en la estadística y la probabilidad, respectivamente. Vivimos en la “sociedad de la información” razón por la cual, diariamente se nos presentan un gran número de informaciones que a menudo se presentan como precisas, científicas y en diverso grado ciertas. Por otra parte, enfrentamos también resultados de elecciones inciertos, caídas de la bolsa, predicciones del tiempo poco fidedignas, predicciones desafortunadas del crecimiento de la población, modelos económicos que no funcionan, todas estas situaciones representan ejemplos que prueban que la incertidumbre está presente a diario en diferentes contextos.

Con estas ideas, el contenido matemático se organiza en un número suficiente de áreas para garantizar que las preguntas de la prueba PISA cubran el conjunto del currículo, pero además el número de ideas principales es suficientemente pequeño para evitar una división demasiado marcada entre los estudiantes y sistemas educativos, que pudieran resultar perjudiciales a la hora de atender los problemas basados en situaciones reales o de contexto.

Competencia matemática según PISA

El proyecto PISA establece que la educación debe centrarse en la adquisición de determinadas **competencias** por parte de los alumnos de 15 años. Estas competencias tienen por finalidad formar ciudadanos alfabetizados matemáticamente, tal y como se mencionó anteriormente. Las competencias muestran además cómo actúan los estudiantes cuando hacen matemáticas y los mismos se miden según niveles de complejidad.

Competencias evaluadas

Las competencias definen la educación que recibe el estudiante, tanto en su aprendizaje como en el significado funcional de dicho proceso. Las competencias matemáticas elegidas por el proyecto PISA son:

1. Pensar y razonar. Esta competencia busca evaluar si el estudiante es capaz de plantearse preguntas como (“¿Cuántas ... hay?”, “¿Cómo encontrar ...?”) y reconocer el tipo de respuestas que las matemáticas ofrecen para estas preguntas; distinguir entre diferentes tipos de proposiciones (por ejemplo: definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos, condicionales); y por último, entender y manipular apropiadamente las proposiciones anteriores y otros conceptos matemáticos.
2. Argumentar. Esta competencia busca evaluar que el estudiante entienda la naturaleza de una prueba matemática y entienda la riqueza de este tipo de razonamiento matemático; poder seguir y evaluar cadenas lógicas de argumentación; desarrollar procedimientos intuitivos; y construir y expresar argumentos matemáticos.
3. Comunicar. Esta competencia involucra la capacidad de expresarse en forma adecuada, tanto escrita como oralmente, sobre asuntos con contenidos matemáticos, además la habilidad de comprender las afirmaciones, orales y escritas, de los demás sobre los temas de la disciplina.
4. Modelar. Esta competencia busca que el estudiante logre traducir la “realidad” en una estructura matemática (modelo); trabajar con un modelo matemático; validar el modelo; reflexionar, analizar y plantear críticas a un modelo dado y los resultados que este aporta; por último, comunicar eficazmente los resultados obtenidos con un determinado modelo (incluyendo los pro y los contra que pueden tener estos últimos).
5. Plantear y resolver problemas. Esta competencia comprende plantear, formular, y definir diferentes tipos de problemas matemáticos (“puro”, “aplicado”, “abierto” y/o “cerrado”) y resolverlos utilizando una variedad de métodos adquiridos en el proceso educativo.
6. Representar. Esta competencia incluye la capacidad de codificar y decodificar, traducir, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de representaciones de objetos y situaciones matemáticas, y las interrelaciones entre diversas representaciones; escoger entre diferentes formas de representación, de acuerdo con la situación y el propósito particulares. Un ejemplo simple de esta competencia es que el estudiante sea capaz de discernir si ante una situación dada es mejor utilizar fracciones o números decimales.
7. Utilizar lenguaje y operaciones simbólicas, formales y técnicas. Esta competencia implica la habilidad de decodificar e interpretar lenguaje formal y simbólico, y entender su relación con el lenguaje natural; traducir del lenguaje natural al

lenguaje simbólico, manipular proposiciones y expresiones que contengan símbolos y fórmulas; utilizar variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos con expresiones algebraicas.

8. Utilizar ayudas y herramientas. Esta competencia involucra la habilidad de conocer, y ser capaz de utilizar diversas ayudas y herramientas (por ejemplo, las TICs) que facilitan la actividad matemática, además comprender las limitaciones de estas herramientas.

El proyecto PISA considera que los logros de los estudiantes se pueden expresar mediante este conjunto de competencias. Estas competencias se vinculan con valores educativos propios de las matemáticas y atienden a finalidades conceptuales, cognitivas, formativas y sociales propias de su enseñanza.

Niveles de Complejidad

Dentro de la prueba PISA se pueden identificar tres niveles de complejidad, los mismos tienen como objetivo plantear en las pruebas preguntas que posean distintos niveles de profundidad cognitiva que permitan evaluar las competencias, a saber, el grupo de preguntas de reproducción, de conexión y de reflexión. Veamos ejemplos que nos ayuden a entender la situación.

El grupo de reproducción

Las competencias en este grupo implican la reproducción del conocimiento estudiado. Incluyen aquellas que se emplean más frecuentemente en las pruebas estandarizadas y en los libros de texto: conocimiento de hechos, representaciones de problemas comunes, reconocimiento de equivalentes, recopilación de propiedades y objetos matemáticos familiares, ejecución de procedimientos rutinarios, aplicación de destrezas técnicas y de algoritmos habituales, el manejo de expresiones con símbolos y fórmulas establecidas y realización de cálculos (Cabe mencionar que Costa Rica obtiene buenos resultados en las preguntas de este grupo). Veamos algunos ejemplos de preguntas asociadas a este grupo.

- Resuelve la ecuación $7x - 3 = 13x + 15$ (OCDE/PISA Matemáticas 2003, ejemplo 5)
- ¿Cuál es la media de 7, 12, 8, 14, 15, 9? (OCDE/PISA Matemáticas 2003, ejemplo 6)
- Se ingresan 1.000 dólares en una cuenta de ahorro en un banco con un tipo de interés del 4%. ¿Cuántos dólares habrá en la cuenta al cabo de un año? (OCDE/PISA Matemáticas 2003, ejemplo 9)

El grupo de conexión

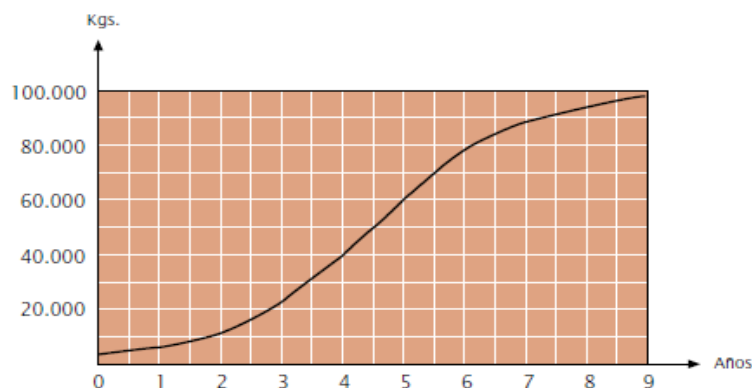
Las competencias del grupo de conexión, incluyen las del grupo de reproducción, conduciendo así a situaciones donde la solución de los problemas ya no es simple rutina, no obstante incluyen escenarios familiares o casi familiares. Veamos un ejemplo de pregunta asociada a este grupo.

- **LA PIZZA.** Una pizzería ofrece dos pizzas redondas del mismo grueso pero de diferentes tamaños. La pequeña tiene un diámetro de 30 cm y cuesta 30 zeds. La grande tiene un diámetro de 40 cm y cuesta 40 zeds. [© PRIM, Stockholm Institute of Education]. ¿Qué pizza es la mejor opción en relación a lo que cuesta? Escribe tu razonamiento. (OCDE/PISA Matemáticas 2003, ejemplo 12. Considere **zeds** como la moneda que se maneja en las pruebas PISA).

El grupo de reflexión

Las competencias de este grupo incluyen las del grupo de conexión, pero se agrega un elemento de reflexión por parte del estudiante, él cual debe discernir sobre los procesos necesarios o empleados para resolver un determinado problema. Relacionan las capacidades de los alumnos para planificar estrategias de resolución (puede requerir utilizar o construir modelo) y aplicarlas en escenarios o problema que demandan del estudiante creatividad y originalidad. Veamos algunos ejemplos de preguntas asociadas a este grupo.

- **CRECIMIENTO DE LA POBLACIÓN DE PECES.** Se repobló con peces un canal fluvial. El gráfico muestra un modelo de cómo ha crecido el peso total de los peces en el canal fluvial.



Suponga que un pescador decide esperar unos años antes de empezar a pescar los peces del canal fluvial. ¿Cuántos años deberá esperar si desea maximizar el número de peces que pueda coger anualmente a partir de ese año? Razona tu respuesta. (OCDE/PISA Matemáticas 2003, ejemplo 13)

- **PRESUPUESTO.** En un determinado país, el presupuesto nacional de defensa fue de 30 millones de zeds en 1980. El presupuesto total de ese año fue de 500 millones de zeds. Al año siguiente, el presupuesto de defensa pasó a 35 millones de zeds, mientras que el presupuesto total fue de 605 millones zeds. La inflación del período comprendido entre los dos presupuestos alcanzó el 10 por ciento.
 - Te invitan a dar una conferencia en una asociación pacifista. Intentas explicar que el presupuesto de defensa ha disminuido en este período. Explica cómo lo harías.
 - Te invitan a dar una conferencia en una academia militar. Intentas explicar que el presupuesto de defensa ha aumentado en este período. Explica cómo lo harías.

(Fuente: De Lange y Verhage (1992), Reproducción autorizada. OCDE/PISA Matemáticas 2003, ejemplo 14)

Cuadro 1

La siguiente gráfica agrupa las competencias según su evaluación en los respectivos niveles de complejidad (fuente OCDE/PISA, 2003)

Competencias Matemáticas		
Grupo Reproducción	Grupo Conexión	Grupo Reflexión
- Representaciones y definiciones estándar - Cálculos rutinarios - Procedimientos rutinarios - Solución de problemas rutinarios	- Construcción de modelos - Traducción, interpretación y solución de problemas estándar - Métodos múltiples bien definidos	- Formulación y solución de problemas complejos - Reflexión y comprensión a profundidad - Aproximación matemáticas originales - Múltiples métodos complejos

Para efectos de presentar los resultados obtenidos por los estudiantes en la evaluación PISA fue necesario subdividir los tres niveles de complejidad anterior. Por lo tanto, los resultados de cada país se presentan según los alcances obtenidos en seis niveles de competencias, donde el nivel 1 indica que el alumno posee la capacidad de resolver problemas y ejercicios matemáticos rutinarios, mientras el nivel 6 indica que el alumno es capaz de resolver problemas que requieren de razonamiento y habilidades matemáticas avanzadas.

Cuadro 2
Descripción abreviada de los seis niveles de competencia en alfabetización matemática

Nivel	Límite inferior de puntaje	Características de las tareas	% de alumnos capaces de realizar tareas de este nivel	
			Promedio OCDE	Costa Rica
6	669	En este nivel el estudiante puede contextualizar, generalizar y utilizar la información basándose en sus investigaciones o en la modelización de una situación o problema complejo. El estudiante puede relacionar la información proveniente de diferentes fuentes o representaciones. El estudiante debe ser capaz de realizar razonamientos matemáticos avanzados, puede aplicar los conocimientos, la simbología y la matemática formal para entender y explicar nuevas situaciones y generar nuevas estrategias para dar respuestas a las mismas. En este nivel el estudiante puede expresarse en forma precisa, reflexiona sobre sus hallazgos e interpreta y reflexiona apropiadamente.	% exclusivo del nivel: 3,1 % % acumulado con niveles superiores: 3,1%	% exclusivo del nivel: 0% % acumulado con niveles superiores: 0%
5	607	En este nivel el estudiantes pueden desarrollar y trabajar con modelos de situaciones complejas, además identifica las limitaciones de los mismos y especifica los supuestos considerados. Pueden seleccionar, comparar y evaluar adecuadas estrategias para la resolución de problemas y aplicarlas para resolver situaciones complejas relacionadas con los modelos que se plantea. Los estudiantes de este nivel pueden seleccionar estrategias apropiadas y utiliza en forma adecuada las habilidades de pensamiento y razonamiento que posee. Establece relaciones entre las representaciones, la simbología y las caracterizaciones formales. Por último es capaz de reflexionar sobre sus decisiones y está en la capacidad de formular y comunicar sus interpretaciones y los razonamientos realizados para obtener sus respuestas.	% exclusivo del nivel: 9,6% % acumulado: 12.7%	% exclusivo del nivel: 0,3% % acumulado: 0,3%
4	545	En este nivel el estudiantes pueden trabajar eficazmente con modelos explícitos de situaciones complejas concretas, las mismas pueden implicar ciertas restricciones o suposiciones. El estudiante puede seleccionar e integrar diferentes representaciones, incluyendo representaciones simbólicas, vinculándolas directamente con situaciones del mundo real. Los estudiantes de este nivel pueden utilizar las habilidades desarrolladas previamente y son capaces de razonar en forma competente. El estudiante puede elaborar y comunicar explicaciones bien fundadas y basadas en las interpretaciones de las acciones realizadas para	% exclusivo del nivel: 18,9% % acumulado: 31,6%	% exclusivo del nivel: 3,0% % acumulado: 3,3%

Constructo "Alfabetización Matemática", según PISA

		resolver un determinado problema.		
3	482	En este nivel el estudiantes pueden ejecutar procedimientos claramente descritos, incluyendo aquellos que requieren la toma de decisiones secuenciales. Pueden seleccionar y aplicar estrategias sencillas de resolución de problemas. Los estudiantes de este nivel pueden interpretar y utilizar representaciones tomadas de diferentes fuentes de información y razonar directamente sobre ellas. Pueden desarrollar un reporte corto donde comuniquen las interpretaciones y los razonamientos realizados y los resultados obtenidos.	% exclusivo del nivel: 24,3%	% exclusivo del nivel: 12,2%
			% acumulado: 55,9%	% acumulado: 15,5%
2	420	En este nivel los estudiantes pueden interpretar y reconocer situaciones en contextos que requieren únicamente de la inferencia directa. Puede extraer la información relevante a partir de una sola fuente y puede utilizar un único modo de representación. Los estudiantes de este nivel pueden emplear algoritmos básicos, fórmulas y procedimientos convencionales. En este nivel el estudiante realiza razonamientos directos y hace interpretaciones literales de los resultados.	% exclusivo del nivel: 22,0%	% exclusivo del nivel: 27,8%
			% acumulado: 77,9%	% acumulado: 43,3%
1	358	Los estudiantes de este nivel pueden responder a las preguntas que involucren contextos familiares, donde toda la información relevante está presente y las preguntas están claramente definidas. Estos estudiantes son capaces de identificar la información para llevar a cabo los procedimientos rutinarios de acuerdo a las instrucciones directas en situaciones explícitas. Pueden realizar acciones obvias y continuar inmediatamente con determinados estímulos.	% exclusivo del nivel: 14%	% exclusivo del nivel: 33,1%
			% acumulado: 91,9%	% acumulado: 76,4%
Por abajo del nivel 1	Menor a 358	Los estudiantes en este nivel no tienen éxito en tareas matemáticas más básicas medidas por PISA. Su patrón de respuestas hace prever que no sería capaz de resolver la mitad de las tareas en una prueba elaborada exclusivamente con preguntas del nivel 1. Estos estudiantes tienen serias dificultades para utilizar la matemáticas en cualquier contexto.	% exclusivo del nivel: 8%	% exclusivo del nivel: 23,6%
			% acumulado: 99,9%	% acumulado: 100%
Fuente: Elaboración propia agregando información y datos de OCDE (2010), p. 134 y Walker (2011).				

Estructura de la Prueba

A continuación se presentan las distribuciones de los ítems de matemática de la prueba PISA 2009, según: las cuatro ideas principales (cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones e incertidumbre), los tres niveles de complejidad (reproducción, conexión y reflexión) y las la elección de situaciones o contextos (personales, educacional/profesional, públicas, científicas o intra-matemático).

Cuadro 3
Distribución de los ítems en la prueba PISA 2009 en Matemática, según las ideas principales

Tema	N° ítems	Elección Múltiple	Elección Múltiple Compleja	Respuestas Cerrada	Respuestas Abiertas	Respuestas Cortas
Cantidad	11	3	2	2	0	4
Espacio y Forma	8	2	1	1	3	1
Cambio y relaciones	9	1	2	0	5	1
Incertidumbre	7	3	2	0	0	2
Total	35	9	7	3	8	8

Cuadro 4
Distribución de los ítems en la prueba PISA 2009 en Matemática, según los niveles de complejidad de las preguntas

Niveles de Complejidad	N° ítems	Elección Múltiple	Elección Múltiple Compleja	Respuestas Cerrada	Respuestas Abiertas	Respuestas Cortas
Reproducción	9	5	0	1	1	2
Conexión	18	1	6	1	4	6
Reflexión	8	3	1	1	3	0
Total	35	9	7	3	8	8

Cuadro 5
Distribución de los ítems en la prueba PISA 2009 en Matemática, según las situaciones o el contexto

Contexto	N° ítems	Elección Múltiple	Elección Múltiple Compleja	Respuestas Cerrada	Respuestas Abiertas	Respuestas Cortas
Personal	4	3	1	0	0	0
Público	13	5	2	1	2	3
Profesional	1	0	0	0	0	1
Educacional	4	0	2	2	0	0
Científico	12	1	2	0	5	4
Intra-matemático	1	0	0	0	1	0
Total	35	9	7	3	8	8

En cuanto al tipo de ítems propuestos en la prueba de Matemática se toman en cuenta las siguientes consideraciones.

Preguntas de respuesta abierta: Estos ítems requieren que los estudiantes construyan una respuesta normalmente larga, lo que permite la posibilidad de una amplia gama de respuestas diferentes, individuales y con puntos de vista diferentes. Estos ítems normalmente requieren que los estudiantes relacionen información o ideas presentes en el texto, estimulado por su propia experiencia y opiniones, sin embargo, su respuesta no depende de la posición adoptada por el alumno, sino de la capacidad que este tenga para utilizar lo que había leído cuando tenga que justificar o explicar su posición. Para asignar el puntaje se considera si la respuesta es parcialmente correcta o si es incompleta. Estos ítems fueron realizados a mano.

Preguntas de respuesta cerrada: Estos ítems requieren que los estudiantes elaboren sus propias respuestas y se caracterizan por la existencia de un limitado rango de respuestas aceptables. La mayoría de estos ítems fueron evaluados dicotómicamente con incluyendo algunos en la selección única.

Preguntas de respuesta corta: Estos ítems requieren que los estudiantes proporcionen una respuesta breve, como en los ítems de respuesta cerrada, pero aquí se cuenta con un mayor número de respuestas posibles. Estos ítems fueron contestados manualmente, esto permite respuestas parcialmente correctas.

Problemas de elección múltiple compleja: Estos ítems requieren que los estudiantes realicen una serie de elecciones, por lo general binarias. Los estudiantes responden usando ciclos de una palabra o frase corta (por ejemplo, "sí" o "no") para cada punto. Estos ítems fueron puntuados dicotómicamente en cada selección, dando la posibilidad de obtener puntaje completo o parcial en cada pregunta.

Preguntas de elección múltiple: Estos ítems requieren que los estudiantes marquen una respuesta seleccionada entre cuatro o cinco alternativas posibles, cada uno de estas alternativas pueden ser: un número, una palabra, una frase o una oración.

Otras consideraciones

El proyecto OCDE/PISA utiliza con frecuencia un formato de ejercicio que engloba diversas preguntas bajo un estímulo común, que permite plantear tareas realistas que reflejen la complejidad propia de las situaciones de la vida real y por otra parte el uso eficiente del tiempo, ya que se reduce el tiempo necesario para que el estudiante se introduzca en la situación.

Las preguntas consisten en información o material de estímulo, una presentación, la pregunta y la solución que se precisa. (Para las preguntas cuyas respuestas no pueden puntuarse automáticamente se elaboran criterios de corrección para que correctores de

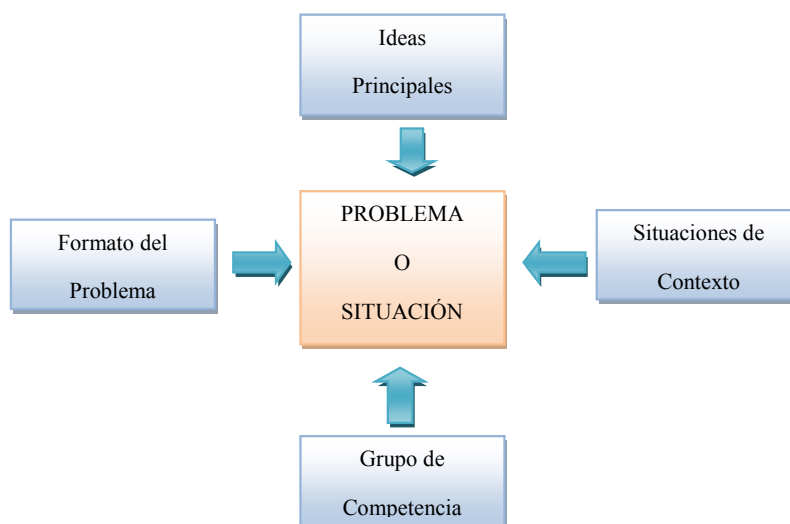
los diferentes países especialmente formados puedan puntuar las respuestas de un modo consistente y fiable).

Se da preferencia a preguntas cuyos contextos sean considerados auténticos. Se otorga la mayor importancia a aquellos ejercicios que podrían encontrarse en situaciones reales y que poseen un contexto en el que el uso de las matemáticas para resolver el problema podría considerarse auténtico (este tipo de preguntas son el vehículo para la evaluación de la competencia matemática).

En el desarrollo y elección de las preguntas que se incluyen en el instrumento de evaluación PISA 2009, se consideró cuidadosamente el nivel de lectura necesario para comprender una pregunta. También se procuró evitar contextos que pudieran comportar un sesgo cultural y la formulación de las preguntas en la medida de lo posible se realizó en forma natural y directa.

Las preguntas en PISA se elaboran teniendo en consideración los elementos presentes en el cuadro 6.

Cuadro 6.
Elementos considerados para elaborar las preguntas de la evaluación PISA (fuente Rico, 2006b)



Resultados de Costa Rica en la competencia Matemática en PISA 2009+

Se inicia el análisis de los resultados obtenidos por los estudiantes del país, precisando que esta es la primera oportunidad en la que Costa Rica participa en las pruebas PISA, por lo tanto, no es posible realizar consideraciones sobre avances o retrocesos referentes a los porcentajes alcanzados.

De hecho, en opinión del autor una gran mayoría de los docentes de matemática en servicio desconocen los objetivos, contenidos y metodologías utilizadas por la prueba PISA para evaluar los conocimientos de los adolescentes de 15 años de nuestro país. Esta situación está cambiando pues con la aprobación de los nuevos programas de matemática por parte del Ministerio de Educación Pública, el tema de competencias y evaluación de las mismas, ha cobrado un particular interés y se ha desarrollado en las distintas actividades de socialización y de capacitación que se ha venido realizando desde el 2011, y en las cuales han participado un alto porcentaje de docentes y maestros del país. Además iniciativas como el presente informe tienen entre sus objetivos concientizar a la población de educadores costarricenses sobre los distintos elementos que componen las evaluaciones PISA.

Sería además poco apropiado comparar los resultados obtenidos, con los obtenidos por otras naciones que a través de los distintos procesos ya poseen una cultura PISA. Sin embargo, es un importante punto de partida conocer que la media del puntaje alcanzado por los estudiantes de los países miembros de la OECD es de 496 puntos, mientras que la media lograda por los estudiantes costarricenses fue de 409 puntos. Por otra parte, es importante conocer que Costa Rica fue superado por los siguientes países de América: Estados Unidos, Uruguay, Chile, México y Trinidad y Tobago. Resulta interesante que la media obtenida por Costa Rica supero la media de países como Argentina y Brasil. Nuestro país ocupó el puesto 55 de los 74 países participantes lo cual es un claro indicador de que nuestro sistema educativo debe continuar evolucionando en búsqueda de mejorar la calidad de los proceso de enseñanza aprendiza en el área de la matemática.

Es fundamental destacar la actitud positiva del país, que en búsqueda de la excelencia y de garantizar calidad en la formación ofrecida a nuestros estudiantes, tomo la iniciativa y el reto, de participar en un proceso que permita evaluar los niveles educativos costarricenses.

Analizando en detalle los resultados obtenidos se observa lo siguiente: un 56.7% de los estudiantes se encuentran en el nivel 0 (obtuvieron puntaje inferior al necesario para considerarse del nivel 1) y nivel 1. ¿Qué significa esto? Significa que ellos pueden responder solo preguntas que involucren contextos familiares, donde toda la información relevante está presente y las preguntas están claramente definidas. Ellos pueden utilizar la información necesaria para realizar procedimientos rutinarios de acuerdo a instrucciones directas en situaciones explícitas.

Mientras tanto, el porcentaje que se encuentra en el nivel 0 corresponde al 23.6%. Lo que implica que estos estudiantes no tienen éxito en las tareas matemáticas más básicas presentes en PISA. Su patrón de respuestas hace prever que no serían capaces o tendrían dificultades para utilizar las herramientas matemáticas que han adquirido en su proceso formativo para resolver problemas de contexto.

Más del cincuenta por ciento de los estudiantes costarricenses no logran entonces superar el nivel 1 de las pruebas PISA ¿es esto un fracaso en el nivel educativo

costarricense? Evidente la respuesta es no, simplemente evidencia que las prácticas de nuestro sistema educación distan mucho de los objetivos pretendidos en PISA.

Basta recordar que PISA evalúa el desarrollo de las competencias en el adolescente y para medir dicho desarrollo acoge esencialmente el uso de la *resolución de problemas*. Ahora bien, cómo pedir a nuestros estudiantes que sean buenos resolviendo problemas contextualizados, si en sus lecciones diarias aprenden los conceptos escuchando clases magistrales y trabajando listas de ejercicios rutinarios (Chaves, 2007). En general ocurre que el estudiante es preparado en secundaria para que supere la prueba de Bachillerato y la misma está compuesta por ejercicios de reproducción que responden al cálculo de operaciones rutinarias.

En el nivel 2 de PISA se encuentra un 27.8% de los estudiantes, y no obstante, sea aún un nivel bajo genera optimismo y hace pensar que introduciendo cambios significativos en la orientación metodológica con que se enseña matemática en el aula, nuestros estudiantes estaría en la capacidad de aspirar a mejores resultados en este tipo de evaluaciones. Recordemos que un estudiante en nivel 2 posee la capacidad de interpretar y reconocer situaciones en contextos que requieren de una inferencia directa, extraen información relevante presentes en una sola fuente, utilizan algún tipo representación, utilizan los algoritmos básicos y procedimientos convencionales, realizan razonamientos directos y hace interpretaciones literales de los resultados.

El nivel 3 es el último donde el país alcanza un porcentaje significativo con un 12.2% mientras que el nivel 4 solo lo alcanza un 3% y los niveles 5 y 6 son metas para alcanzar en las próximas evaluaciones.

La presencia de estudiantes en los niveles 3 y 4 pone en evidencia que al menos un pequeño porcentaje de docentes están realizando esfuerzos por adoptar nuevas tendencias en la enseñanza de la matemática (esto puede darse gracias a la participación a eventos y/o cursos de actualización organizados por el Ministerio de Educación, universidades o entidades extranjeras). Esto significa que con el impulso adecuado desde los primeros años de estudio y ofreciendo oportunamente a los docentes en servicio cursos de formación continua donde se aborden temas de didácticas específicas (por ejemplo, resolución de problemas, modelización, historia de la matemática, etc.), nuestros estudiantes podrían aspirar a los niveles 5 y 6 de la evaluación PISA.

Conclusiones y Recomendaciones

Después de realizar un análisis de los resultados surgen varias preguntas, por ejemplo: ¿Es importante que los estudiantes del país adquieran un conjunto relevante de conocimientos científicos y que pueda utilizarlos para identificar y resolver problemas, con el fin de adquirir nuevos conocimientos que le permitan comprender y explicar fenómenos naturales? ¿Es importante que nuestros estudiantes adquieran conciencia sobre cómo la ciencia y la tecnología dan forma a nuestro entorno material y cultural; que tengan actitud positiva para involucrarse en asuntos relacionados con la ciencia y

las matemáticas y que deseen comprometerse como ciudadanos reflexivos y críticos en este tipo de situaciones? ¿Los estudiantes costarricenses cuando finalizan su educación obligatoria poseen las características planteadas en las dos interrogantes anteriores?

Estas preguntas tienen que generar oportunos espacios de reflexión y análisis. No cabe duda que todo sistema educativo debe tener como ideales formar jóvenes con las capacidades y actitudes de las preguntas planteadas. Ahora bien, las pruebas PISA nos marcan un punto de partida para indicarnos que tan largo estamos de este tipo de objetivos y de esta forma evaluar y replantearnos el enfoque de enseñanza utilizado y las políticas educativas nacionales.

Los resultados obtenidos Costa Rica obtiene en evaluaciones como PISA o SERCE debe interesar a todos los sector académicos y debe propiciar debate y análisis serios sobre nuestra realidad educativa. En este sentido, el Ministerio de Educación Pública (MEP) ya dio un primer paso ejemplar, esto es, la elaboración de nuevos programas de estudio de matemática para primaria y secundaria, sin embargo este paso requiere del compromiso y la participación de diversos actores del sistema educativo: autoridades del MEP, docentes en servicio, padres de familia, estudiantes y las universidades formadoras de docentes.

Los nuevos programas de primaria y secundaria de matemática que se iniciaran a implementar en el año 2013 ponen en primer plano la estrategia de resolución de problemas y aunque no es un currículum por competencias, estas asumen un papel fundamental y se desarrollan a lo largo de los distintos niveles desde el primer grado de escuela. Evidentemente los resultados de esta decisión tendrán importantes repercusiones, sin embargo, muy probablemente estas no serán medibles a corto plazo, esto es, no necesariamente se tendrá una escalada inmediata en el ranking de los países participantes. Lo anterior, será completamente posible solo cuando los alumnos que ingresen en el 2013 a primer grado de la escuela sean seleccionados (aproximadamente dentro de ocho años) para participar en dicha evaluación.

Un último tema que nos debe convocar a una importante reflexión con respecto al análisis de los resultados obtenidos por los estudiantes costarricenses en las pruebas PISA 2009+, es la diferencia superior a una desviación estándar que revelan los datos entre las poblaciones de estudiantes provenientes de colegios públicos respecto a aquellos provenientes de privados. En este sentido se tiene que la media de los estudiantes costarricenses se centra en el nivel 1, mientras que la media obtenida por los estudiantes de colegios privados se centra en el nivel 2 mostrando una clara significancia de dicha variable. Resulta interesante mencionar que no resultaron significativas en la prueba variables como el género del estudiante o si este proviene de zonas rurales o urbanas.

Cabe mencionar que respecto a los análisis a futuro que se realicen de los resultados obtenidos por el país en las pruebas PISA, lo más interesante no será observar que lugar ocupo Costa Rica en el ranking, sino más bien como evoluciono el desempeño de nuestros jóvenes en dicha prueba.

Si se desea aspirar a tener una representación significativa en los niveles más altos considerados en la evaluación PISA (niveles 5 y 6), la mediación pedagógica utilizada en los salones de clase (Chaves, 2010 y González, Hidalgo, Loria, Mejía, Quirós, Romero & Salas, 2011) debe modificarse y esto no es una tarea sencilla y requiere del trabajo colectivo. Tal y como se indicó a partir del próximo año se introducirá un cambio significativo en esta dirección, el cual es propuesto en los nuevos programas de matemática, resulta crucial entonces evaluar los logros que se obtengan y proponer ajustes en el camino que permitan alcanzar los propósitos ambicionados. Es fundamental además evaluar variables como el número de lecciones efectivas que reciben nuestros estudiantes en el sistema público, la formación de los docentes en servicio y los procesos de formación continua que ofrece el Ministerio de Educación a los educadores costarricenses.

Bibliografía

- Chaves E., E. (2007). Una valoración sobre la enseñanza de la estadística en los colegios académicos diurnos: regiones educativas de San José, Alajuela, Heredia, Pérez Zeledón y Upala. (Tesis doctoral en Educación). Universidad Estatal a Distancia.
- Chaves E., E. (2010). La enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria costarricense: entre la realidad y la utopía. Informe presentado al Estado de la Educación. CONARE, 30 de setiembre de 2010. San José, Costa Rica.
- González J., C., Hidalgo M., D., Loria F., R., Mejía U., G., Quirós M., R., Romero C., M. y Salas P., X. Memoria de Seminario de Graduación: "*La enseñanza de las matemáticas en secundaria: un análisis de los procesos de planeamiento didáctico, mediación pedagógica y evaluación de los aprendizajes en el aula y la comparación de estos con la propuesta del MEP*". Trabajo de graduación para optar por el título de Licenciado en Enseñanza de la Matemática. Universidad Nacional de Costa Rica, Heredia, 2011.
- Monereo, C. (2009). PISA como excusa: Repensar la evaluación para cambiar la enseñanza. Colección Críticas y Fundamentos. Editorial GRAO, Barcelona-España.
- OECD. (2003). Marcos teóricos de PISA 2003 Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de problemas, OCDE, París, Francia.
- OECD. (2009). PISA 2009 ASSESSMENT FRAMEWORK – KEY COMPETENCIES IN READING, MATHEMATICS AND SCIENCE © OECD 2009. Disponible en: <http://www.oecd.org/>
- OECD. (2010). Informe PISA 2009: What Students Know and Can Do: Student Performance in Reading, Mathematics and Science, compares the knowledge and skills of students across countries. Volume I. Disponible en: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264091450-en>.
- Rico R., L. (2006a). Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas. Revista de Educación, extraordinario 2006, pp. 275-294.
- Rico R, L. (2006b). La competencia matemática en PISA. PNA, 1(2), 47-66.
- Walker, M. (2011). PISA 2009 Plus Results: Performance of 15 year old in Reading, mathematics and science for 10 additional participants. National Library of Australia Cataloguing.