

# **Un reflejo de mi país**

**Propuesta para el abordaje  
de la matemática aplicada  
a la realidad nacional**

303.447.286

P965r Programa Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible (Costa Rica)  
Un reflejo de mi país. Propuesta para el abordaje de la matemática aplicada  
a la realidad nacional / Programa Estado de la Nación. - San José C.R. : Imprenta  
Guilá 2007.  
250 p. ;, 28 cm.

ISBN 978-9968-806-38-1

1. EQUIDAD. 2. INTEGRACION SOCIAL. 3. POBLACION. 4. DESARROLLO  
HUMANO SOSTENIBLE. 5. EDUCACION. 6. SALUD. 7. ECONOMIA. 8. DEMO-  
CRACIA. 9. ELECCIONES. 10. GESTION AMBIENTAL. 11. COSTA RICA. 12.  
MATEMATICA APLICADA. I. Título.

**DIRECTOR DEL PROGRAMA**

Miguel Gutiérrez Saxe

**COORDINADORA DEL PROYECTO**

Vera Brenes Solano

**MEDIACIÓN PEDAGÓGICA**

Roxana Martínez Rodríguez

Manuel Morales Sánchez

Mauricio Rodríguez Hidalgo

Jeannette Villalobos Palma

**REVISIÓN TÉCNICA**

Ronald Alfaro Redondo

Enrique González Roldán

Leonardo Merino Trejos

Natalia Morales Aguilar

Susan Rodríguez Calvo

Isabel Román Vega

**CONSEJO DE VALIDACIÓN**

Xinia Acuña Torres

Floria Arias Tencio

Edison De Faria Campos

Ana María González Calvo

Kenner Ordoñez Lacayo

Mayela Ríos Barboza

Minor Rojas Bolaños

Vilma Segura Bonilla

Emilia Vega Díaz

**EDICIÓN TÉCNICA**

Vera Brenes Solano

**EDITOR**

Programa Estado de la Nación

**DISEÑO Y DIAGRAMACIÓN**

Marta Lucía Gómez Z.

**CORRECCIÓN DE ESTILO**

Alexandra Steinmetz

# Contenido

<b>Presentación</b> .....	7	<b>Matemáticas alentadoras para la sociedad costarricense</b> .....	60
<b>Sugerencias para la utilización del material</b> .....	11	Contexto nacional. <i>Avance hacia la universalización de la seguridad social</i> .....	61
<b>Unidad 1</b>		Propuesta de abordaje .....	62
<b>Desarrollo humano sostenible</b> .....	14	Hoja de trabajo .....	63
<b>El índice de desarrollo humano de Costa Rica desde el lente de la Matemática</b> .....	16	<b>El investigador privado</b> .....	64
Contexto nacional: <i>Medición del desarrollo humano en Costa Rica</i> .....	17	Contexto nacional. <i>Avance hacia la universalización de la seguridad social</i> .....	65
Propuesta de abordaje .....	19	Propuesta de abordaje .....	66
Hoja de trabajo 1 .....	20	Hoja de trabajo .....	67
Hoja de trabajo 2 .....	23	<b>Un mosquito muy persistente</b> .....	68
Hoja de trabajo 3 .....	25	Contexto nacional. <i>Incidencia del dengue</i> .....	69
Hoja de trabajo 4 .....	27	Propuesta de abordaje .....	70
<b>¡Las variables nos rodean!</b> .....	29	Hoja de trabajo .....	71
Contexto nacional: <i>Seguimiento al desarrollo humano sostenible en Costa Rica</i> .....	30	<b>Peligro al volante</b> .....	72
Propuesta de abordaje .....	31	Contexto nacional. <i>La muerte violenta: un problema de salud pública que no cede</i> .....	73
Hoja de trabajo 1 .....	32	Propuesta de abordaje .....	74
Hoja de trabajo 2 .....	34	Hoja de trabajo .....	75
<b>Unidad 2</b>		<b>Un vistazo al crimen y la delincuencia</b> .....	76
<b>Equidad e integración social</b> .....	36	Contexto nacional. <i>Acceso a una vida libre de amenazas</i> .....	77
<b>La población que necesitamos</b> .....	38	Propuesta de abordaje .....	79
Contexto nacional. <i>Un nuevo perfil de la población</i> .....	39	Hoja de trabajo .....	80
Propuesta de abordaje .....	41	<b>Asistir o no asistir, he ahí el dilema</b> .....	82
Hoja de trabajo 1 .....	44	Contexto nacional. <i>Acceso al conocimiento</i> .....	83
Hoja de trabajo 2 .....	45	Propuesta de abordaje .....	84
Hoja de trabajo 3 .....	47	Hoja de trabajo .....	85
Hoja de trabajo 4 .....	48	<b>La educación, un derecho de todos</b> ..	86
Hoja de trabajo 5 .....	49	Contexto nacional. <i>Brechas de acceso a la educación</i> .....	87
<b>Condiciones para vivir mejor</b> .....	50	Propuesta de abordaje .....	87
Contexto nacional. <i>Crecimiento urbano en Costa Rica</i> .....	51	Hoja de trabajo .....	88
Propuesta de abordaje .....	52	<b>Un colegio exitoso</b> .....	89
Hoja de trabajo .....	53	Contexto nacional. <i>Importantes diferencias de desempeño según</i>	
<b>Dos modos de ver las cosas</b> .....	54		
Contexto nacional. <i>Transición demográfica costarricense</i> .....	55		
Propuesta de abordaje .....	57		
Hoja de trabajo .....	58		

<i>tipo de colegio. Factores de éxito en secundaria</i> .....	90	Propuesta de abordaje .....	91	Propuesta de abordaje .....	124
Propuesta de abordaje .....	91	Hoja de trabajo .....	92	Hoja de trabajo .....	125
<b>Unidad 3</b>		<b>La protección del bosque costarricense, un enfoque matemático para secundaria</b> .....	126		
<b>Oportunidades económicas</b> .....	94	Contexto nacional. <i>Sigue creciendo el pago por servicios ambientales (PSA) en protección de bosque, pero hay poca demanda para reforestación</i> .....	127		
<b>El valor de la exportación</b> .....	96	Propuesta de abordaje .....	129		
Contexto nacional .....	97	Hoja de trabajo .....	130		
Propuesta de abordaje .....	99	<b>¿Qué hacemos con el ambiente?</b> ....	133		
Hoja de trabajo .....	100	Contexto nacional. <i>El marco de la participación y los conflictos ambientales</i> .....	134		
<b>Participación de nuestros productos en el mercado mundial</b> ...	101	Propuesta de abordaje .....	135		
Contexto nacional. <i>Impacto de las exportaciones en la economía costarricense (2005)</i> .....	102	Hoja de trabajo .....	136		
Propuesta de abordaje .....	104	<b>El cambio en el uso de la tierra desde el punto de vista de la estadística descriptiva</b> .....	138		
Hoja de trabajo .....	105	Contexto nacional. <i>Expansión de nuevos monocultivos con poco control de impactos ambientales</i> .....	139		
<b>Trabajar para sobrevivir o... para vivir</b> .....	106	Propuesta de abordaje .....	140		
Contexto nacional. <i>Aumenta el número de ocupados durante el 2005</i> .....	107	Hoja de trabajo .....	141		
Propuesta de abordaje .....	108	<b>Una visión estadística del consumo de hidrocarburos</b> .....	145		
Hoja de trabajo .....	109	Contexto nacional. <i>Crecen los precios, pero también el consumo de hidrocarburos</i> .....	146		
<b>Funciones para ricos y pobres</b> .....	110	Propuesta de abordaje .....	147		
Contexto nacional. <i>Desigualdad en el ingreso de los hogares costarricenses</i> .....	111	Hoja de trabajo 1 .....	148		
Hoja de trabajo .....	111	Hoja de trabajo 2 .....	149		
Propuesta de abordaje .....	113	<b>Las ecuaciones nos demuestran que debemos cambiar nuestras fuentes de energía</b> .....	151		
Hoja de trabajo .....	114	Contexto nacional. <i>Crecimiento del consumo energético presiona estrategia basada en fuentes renovables</i> .....	152		
<b>Unidad 4</b>		Propuesta de abordaje .....	153		
<b>Armonía con la naturaleza</b> .....	116	Hoja de trabajo 1 .....	154		
<b>Responsabilidad con el ambiente</b> ..	118	Hoja de trabajo 2 .....	156		
Contexto nacional. <i>Brechas en la asignación de recursos para las instituciones del sector ambiente</i> .....	119	<b>Análisis de la calidad del aire vista como una función</b> .....	158		
Propuesta de abordaje .....	120	Contexto nacional. <i>Contaminación atmosférica</i> .....	159		
Hoja de trabajo .....	121				
<b>Lo que realmente es nuestro</b> .....	122				
Contexto nacional. <i>Áreas silvestres protegidas continentales y marinas</i> .....	123				

Propuesta de abordaje .....	160	Propuesta de abordaje .....	193
Hoja de trabajo .....	161	Hoja de trabajo .....	194
<b>¿Aire puro?</b> .....	163	<b>Los números enteros: reflejo</b>	
Contexto nacional. <i>Alta dispersión</i>		<b>de una realidad</b> .....	<b>197</b>
<i>de contaminantes</i>		Contexto nacional.	
<i>en el área metropolitana</i>		<i>Limpieza del proceso electoral 2006</i> ....	198
<i>de San José</i> .....	164	Propuesta de abordaje .....	200
Propuesta de abordaje .....	166	Hoja de trabajo .....	201
Hoja de trabajo .....	167	<b>Política, género y ecuaciones</b> .....	203
<b>La producción de residuos sólidos</b>		Contexto nacional. <i>Más cargos</i>	
<b>vista como una función lineal</b> .....	168	<i>elegibles y más oferta electoral</i> .....	204
Contexto nacional. <i>Manejo</i>		Propuesta de abordaje .....	205
<i>de los residuos sólidos</i> .....	169	Hoja de trabajo .....	206
Propuesta de abordaje .....	170	<b>Política, género y estadística</b> .....	208
Hoja de trabajo .....	171	Contexto nacional. <i>Participación</i>	
<b>La basura... ¿sirve?</b> .....	173	<i>política de las mujeres</i>	
Contexto nacional. <i>Persisten</i>		<i>en Costa Rica</i> .....	209
<i>rezagos en la recolección</i>		Propuesta de abordaje .....	210
<i>de residuos sólidos</i> .....	174	Hoja de trabajo .....	211
Propuesta de abordaje .....	176	<b>¿Qué valor tiene la volatilidad</b> .....	213
Hoja de trabajo .....	177	Contexto nacional. <i>Fin de la era</i>	
<b>La basura tiene un valor,</b>		<i>bipartidista que dirigió</i>	
<b>calculémoslo</b> .....	179	<i>al país hasta fines del siglo XX</i> .....	214
Contexto nacional. <i>Persisten</i>		Propuesta de abordaje .....	216
<i>las dificultades para el manejo</i>		Hoja de trabajo .....	217
<i>de residuos sólidos</i> .....	180	<b>¿Interpretemos la volatilidad</b>	
Propuesta de abordaje.....	181	<b>y hablemos con la verdad!</b> .....	220
Hoja de trabajo .....	182	Contexto nacional. <i>Debilitamiento</i>	
<b>La basura no es barata</b> .....	184	<i>electoral de los partidos</i> .....	221
Contexto nacional. <i>Persisten</i>		Propuesta de abordaje .....	222
<i>las dificultades para el manejo</i>		Hoja de trabajo .....	223
<i>de residuos sólidos</i> 187		<b>Las funciones contributivas</b>	
Propuesta de abordaje .....	186	<b>en los partidos políticos</b> .....	225
Hoja de trabajo .....	187	Contexto nacional. <i>Financiamiento</i>	
<b>Unidad 5</b>		<i>de partidos políticos</i> .....	226
<b>Fortalecimiento de la democracia</b> ..	188	Propuesta de abordaje .....	228
<b>Los gráficos, amos</b>		Hoja de trabajo .....	229
<b>de la información organizada</b> .....	190	<b>Solucionario</b> .....	232
Contexto nacional. <i>Aspiraciones</i>		<b>Bibliografía</b> .....	243
<i>ciudadanas sobre la democracia</i>			
<i>en Costa Rica</i> .....	191		



## Presentación

Desde sus inicios, el Programa Estado de la Nación ha realizado importantes esfuerzos para impulsar y profundizar el estudio y discusión sobre el desarrollo humano sostenible de Costa Rica. La preparación, cada año, del *Informe Estado de la Nación* ha sido la base para lograr ese propósito. Mediante la combinación de procesos de investigación y la consulta a representantes de diversos sectores sociales, se han articulado redes que han favorecido la pertinencia y legitimidad de los análisis, así como vínculos que facilitan la difusión y el acceso a la información.

En este marco de promoción del desarrollo humano sostenible, iniciativas de enriquecimiento curricular, así como de fortalecimiento de las capacidades profesionales y actualización de las y los docentes en torno a la conceptualización y tendencias de ese desarrollo, pueden contribuir de manera significativa al afianzamiento de la democracia costarricense.

Una ciudadanía adecuadamente informada sobre su realidad, condiciones, derechos y desafíos, es capaz de asumir los retos que conlleva participar activamente en el desarrollo humano sostenible, lo cual es una premisa de urgente cumplimiento en el país. Para ello es necesario elaborar, procesar y difundir información veraz, pertinente y socialmente relevante sobre el desarrollo humano nacional. Desde esta perspectiva, la sensibilización de niñas, niños y adolescentes y la generación de una cultura democrática e incluyente, que promueva equidad en el acceso a los beneficios y oportunidades del desarrollo, estabilidad y solvencia económicas, respeto a la naturaleza y fortalecimiento del estado de derecho como legítimas aspiraciones ciudadanas, constituye una prioridad estratégica a la cual responde la presente iniciativa, de preparar material educativo sobre la situación nacional, para su discusión y análisis en las aulas.

El estudio y la reflexión sobre la realidad nacional adquieren una complejidad particular en virtud de los cambios que se suceden en el país y también porque los distintos procesos en curso ofrecen múltiples vinculaciones con los programas de estudio vigentes.

Uno de los retos fundamentales de la educación es mantener sus contenidos en concordancia con las aspiraciones del desarrollo social y económico del país, de manera que la formación integral de sus estudiantes tienda al mejoramiento de la calidad de vida de la población. Con ese propósito, los programas de estudio deben tener contenidos relevantes, que contribuyan a la formación de una ciudadanía activa y a una eficaz inserción en la vida económica y social. Para lograr este resultado, los programas deben estar orientados a la formación académica integral y al desarrollo de principios y valores éticos.

Por esta razón, los programas de estudio, como instrumento orientador del currículo nacional, solicitan a los y las docentes desarrollar su disciplina desde una perspectiva integradora. En el año 2005, por acuerdo del Consejo Superior de Educación, se integró a los planes de estudio la enseñanza de valores de manera transversal, específicamente en cuatro temas: Cultura ambiental para

el desarrollo sostenible, Educación integral de la sexualidad, Educación para la salud y Vivencia de los derechos humanos para la democracia y la paz. Desde entonces, profesores y profesoras, independientemente del nivel y materia que imparten, se han dado a la tarea de idear estrategias que permitan cumplir con esta política nacional.

Con el fin de apoyar ese esfuerzo, el Programa Estado de la Nación, con el aporte del Fondo Canadiense de Iniciativas Locales, y en coordinación con el Ministerio de Educación Pública a través de su Departamento de Educación Académica y la Asesoría Nacional de Matemática, elaboró el presente documento, que ofrece a los docentes de secundaria herramientas didácticas para abordar en el aula, en forma transversal, temas relacionados con principios éticos, cultura cívica y valores democráticos, a partir de la información sobre la realidad costarricense presentada en el *Informe Estado de la Nación*.

Con esta propuesta se pretende aprovechar los contenidos curriculares en la materia de Matemática, para abordar el estudio y aprendizaje de planteamientos y tendencias del desarrollo humano sostenible, sin que ello implique abandono o desvío de los planes de estudios ni de la programación estipulada. La finalidad es brindar a los y las docentes una propuesta didáctica para la enseñanza de la Matemática aplicada a la realidad nacional, de manera que se fortalezca no solo la dimensión académica de la educación, sino además su dimensión ética, mediante la construcción de escenarios de aprendizaje que conjugan el acceso al conocimiento y la vivencia de valores en el aula.



Miguel Gutiérrez Saxe  
Director  
Programa Estado de la Nación



Vera Brenes  
Coordinadora Proyecto PEN-MEP-  
Embajada de Canadá  
Programa Estado de la Nación



## Sugerencias para la utilización del material

Uno de los retos fundamentales de la educación es mantener sus contenidos en concordancia con las aspiraciones del desarrollo social y económico del país, de manera que la formación integral de sus estudiantes tienda al mejoramiento de la calidad de vida de la población. Con ese propósito, los programas de estudio deben tener contenidos relevantes, que contribuyan a la formación de una ciudadanía activa y a una eficaz inserción en la vida económica y social del país. Para lograr este resultado los programas deben estar orientados a la formación académica integral y al desarrollo de principios y valores éticos.

Por esta razón, los programas de estudio, como uno de los instrumentos orientadores del currículum nacional, solicitan a los docentes desarrollar su disciplina desde una perspectiva integradora. En el año 2005, por acuerdo del Consejo Superior de Educación, se propone la enseñanza de valores en el aula de manera transversal. Desde entonces los y las docentes, independientemente del nivel y materia que imparten, se han dado a la tarea de idear estrategias que permitan cumplir con esta política nacional. Este documento pretende ser una herramienta que apoye a los docentes de Matemáticas en esta tarea.

Estamos convencidos de que los procesos educativos que fomentan el desarrollo de valores, actitudes y habilidades, son la clave para el mejoramiento de la calidad de vida de las personas, por lo que, con este material, se trata de apoyar al docente en el desarrollo de estos procesos.

La aplicación de la Matemática a la realidad es un asunto de gran importancia a nivel curricular, en la medida en que permite dar sentido a lo que se aprende. Mediante la aplicación de contenidos matemáticos a la interpretación de hechos y fenómenos cotidianos, se contribuye con una formación matemática más integral, permitiendo el desarrollo de habilidades matemáticas, al mismo tiempo que el estudiante adquiere un conocimiento de la realidad nacional.

No se ha pretendido con este material abarcar todos los contenidos matemáticos de los programas de estudios, sino más bien reconocer el *Informe Estado de la Nación* como un recurso complementario para desarrollar conceptos matemáticos, con datos reales y cercanos a nuestra realidad. Además, para la elaboración de este material se eligieron solamente algunos temas de los *Informes Estado de la Nación* cuya información se consideró pertinente para la aplicación de algunos temas del programa de estudios.

De esta manera, se espera que este documento provea una comprensión básica de los Informes citados como herramienta de apoyo al currículo de Matemáticas, en lo que se refiere al análisis, reflexión, vivencia de valores y formación cívica de los educandos en temas atinentes al desarrollo humano sostenible nacional, de manera complementaria al abordaje de contenidos matemáticos y temas transversales.

Debe quedar claro que este material no se ha diseñado para abordar en su totalidad contenidos o conceptos matemáticos establecidos en los programas; su naturaleza complementaria al programa de estudios supone que el estudiante ya tiene conocimiento inicial del tema. Por esta razón, debe considerarse como

un recurso de apoyo para “practicar” en el aula una vez que el docente ha introducido y explicado el tema correspondiente.

Las unidades han sido organizadas de acuerdo con los capítulos que presenta el *Informe Estado de la Nación* y no por el nivel programático en que está ubicado el ejercicio. Por lo anterior, en una unidad pueden presentarse ejercicios de distintos niveles atinentes a diferentes contenidos del programa de estudios. Con el fin de orientar al docente en la búsqueda de ejercicios que correspondan al contenido y nivel que necesite, se ha elaborado la tabla que se encuentra al inicio de cada unidad de este material.

En cada una de las unidades usted encontrará actividades o aplicaciones, cada una de las cuales tiene la siguiente estructura:

- Título sugestivo de la actividad.
- Nivel en el que se recomienda utilizar.
- Contenido matemático con el que se correlaciona de acuerdo con el programa de estudio.
- Objetivo programático asociado.
- Objetivos específicos que permiten lograr su aplicación.
- Tema transversal con el que se liga la actividad.
- Contexto nacional.
- Propuesta de abordaje.
- Hoja de trabajo para el estudiante.
- Glosario.

El contenido matemático y los objetivos programáticos se tomaron textualmente de los programas de estudio, no se ha cambiado la redacción en ambos casos, sino que más bien se pretende que sirvan como referencia al docente para su ubicación programática. Es importante tener presente que este material, al ser complementario, no pretende cubrir totalmente un objetivo del programa; en este sentido, se trató de vincular la respectiva aplicación matemática del Informe con aquel objetivo general que más se aproxima al contenido que se desea trabajar. Por esta razón, se formularon los objetivos específicos para que el docente conozca con exactitud lo que se espera lograr con el ejercicio presentado.

Además de apoyar el logro de los objetivos académicos planteados en los programas de estudio, con este material se propicia el abordaje de la transversalidad del currículo y la incorporación del contexto nacional, elementos fundamentales en la planeación docente.

La reflexión está orientada a los temas transversales que demandan los programas de estudio, a saber: Vivencia de los derechos humanos para la democracia y la paz, Educación para la salud, Educación integral de la sexualidad y Cultura ambiental para el desarrollo sostenible; mediante la incorporación de preguntas generadoras complementarias a la resolución de los ejercicios matemáticos. Se recomienda al docente no obviar estas preguntas, sino promover una breve discusión con sus estudiantes respecto a los temas que se están cuestionando, pues ello permitirá la reflexión propositiva en torno a temas de preocupación nacional y de responsabilidad ciudadana. En este sentido, podría pensarse que se está interfiriendo en temas que corresponden a otras disciplinas; si bien es cierto que a nivel curricular otras disciplinas abordan ampliamente esos contenidos, no podemos desaprovechar la oportunidad que nos brinda el aula para convertirla en un escenario de aprendizaje que facilite la formación integral de nuestros estudiantes. De esta manera, nos encontramos frente a un material

que además promueve la interdisciplinariedad, logrando así una comprensión más profunda y amplia de nuestra sociedad.

El apartado "Contexto nacional" contiene un extracto de algún tema de los *Informes Estado de la Nación* y se presenta como un apoyo al docente sobre el tema que ha servido como referencia al ejercicio. Sin embargo, si desea ampliar sobre el tema puede consultar el Informe respectivo accediendo a la dirección electrónica [www.estadonacion.or.cr](http://www.estadonacion.or.cr).

Se recomienda que el docente lea antes, para su conocimiento, el apartado "Contexto nacional" y realice una breve introducción al tema del que trata el ejercicio. Si fuera necesario, porque el tema lo demande, podría leer a los estudiantes ese apartado. O bien podría utilizarlo solo como insumo para aportar en la discusión sobre las preguntas generadoras, en cuyo caso bastaría con la lectura previa del apartado por parte del docente.

En el apartado "Propuesta de abordaje" se da una visión general de la aplicación que se presenta y, en algunos casos, sugerencias metodológicas para su desarrollo. En general, se recomienda promover espacios de discusión y análisis grupal, que permitan la participación activa y libre de todos los estudiantes, sin que esto requiera el planteamiento de conclusiones o acuerdos. El docente puede solicitar a sus estudiantes que trabajen con los ejercicios individualmente o en grupo.

En cuanto a las "Hojas de trabajo", éstas corresponden al material dirigido a los estudiantes (los apartados citados y los posteriores están dirigidos al docente). Estas Hojas están diseñadas para dar facilidad al docente, de fotocopiar este material para sus alumnos.

En cada una de las "Hojas de trabajo" se presentan preguntas abiertas que tienen como fin fomentar la reflexión, crítica y análisis en torno a nuestra realidad, que está siendo reflejada en los *Informes Estado de la Nación*, así como el fortalecimiento del razonamiento fundado en argumentos coherentes y convincentes.

Se pretende que cada ejercicio tenga una conexión fluida y clara entre los objetivos específicos, el contexto nacional y los temas transversales, de manera que todo gire alrededor del contexto sociocultural en que se desarrollan los estudiantes.

También se incluye un "Glosario" que puede ser utilizado para mejorar la comprensión de algunos términos y conceptos que no son del conocimiento general, además de que permite una consulta rápida. Por lo anterior, ha sido incluido en la "Hoja de trabajo" del estudiante.

Finalmente, en el "Solucionario" encontrará las respuestas a los ejercicios, que pretende ser una guía de consulta para el docente respecto a la solución de estos. Los ejercicios que fueron planteados para la reflexión y análisis por parte de los estudiantes, no tienen respuestas.

Esperamos que este material cumpla con los objetivos para los que fue diseñado y se convierta en un apoyo más para los y las docentes de Matemática de nuestro país.

# Unidad 1

## Desarrollo humano sostenible

La observación sistemática del desarrollo humano de un país permite informar mejor a los habitantes, organizaciones y gobiernos; también facilita el sustentar sus acciones y estrategias.

A estos efectos, en 1990 el Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD) diseñó el índice de desarrollo humano (IDH), que es una medida normativa de las condiciones de vida deseables, o del nivel de vida de un país. Mide el adelanto medio de un país respecto a las capacidades humanas básicas en función de tres áreas: el disfrute de una vida prolongada y saludable, el acceso al conocimiento y el ingreso como un medio para poder disfrutar de un nivel de vida decoroso. No obstante, otros factores relevantes del desarrollo humano como la equidad o aspectos relacionados con el ambiente, no son considerados por el IDH. En este sentido, este Índice puede y debe ser complementado con un conjunto de indicadores y análisis referidos a aquellos aspectos que cada sociedad privilegie, con

los cuales se pueda evaluar el desempeño nacional.

La complejidad y especificidad de cada país solo pueden ser abordadas con la recolección y sistematización de información detallada, con mayor razón si se quiere un enfoque integrador de lo económico, lo político, lo social y lo ambiental.

Desde 1994 el *Informe Estado de la Nación* se ha ocupado de señalar los principales logros y desafíos que Costa Rica ha mostrado en las dimensiones antes señaladas. Para no quedarse en la visión de país promedio, ha realizado un esfuerzo permanente para ofrecer un análisis lo más desagregado posible de la información y dar cuenta de las diferencias en las oportunidades y capacidades que tienen y han alcanzado los distintos individuos y grupos, para elegir la vida que desean llevar de acuerdo con sus valores.

En esta unidad se trabaja el cálculo del IDH y la identificación de algunas variables contenidas en los *Informes Estado de la Nación*.

<b>Nombre del ejercicio</b>	<b>Número de página</b>	<b>Nivel en que se sugiere la aplicación</b>	<b>Unidad de estudio</b>	<b>Contenido del programa de estudios</b>
El índice de desarrollo humano de Costa Rica desde el lente de la Matemática	16	10°	Funciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolución de ecuaciones con logaritmos.</li> </ul>
¡Las variables nos rodean!	29	8°	Estadística	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Concepto de población, muestra, variable y datos estadísticos.</li> </ul>

# El índice de desarrollo humano de Costa Rica desde el lente de la Matemática

## Nivel: 10<sup>o</sup>

### Contenido matemático:

- ❖ La función logarítmica y la ecuación logarítmica
- ✓ Resolución de ecuaciones con logaritmos.

### Objetivo programático:

- ✓ Resolver ejercicios y problemas de la cultura cotidiana y sistematizada mediante ecuaciones logarítmicas.

### Objetivo específico:

- ✓ Resolver problemas del entorno mediante ecuaciones de primer grado con expresiones logarítmicas.

### Temas transversales

- ❖ Vivencia de los derechos humanos para la democracia y la paz.
- ❖ Educación para la salud.

## Contexto nacional

### **Medición del desarrollo humano en Costa Rica**

El desarrollo humano promueve que las sociedades busquen la expansión de un conjunto de capacidades básicas que todas las personas pueden desarrollar y que les permiten vivir la vida que desean según los valores de la sociedad a la cual pertenecen. Se trata de las capacidades de tener una vida larga y sana, de adquirir y desarrollar conocimientos y destrezas, de generar recursos para lograr una vida decorosa y de tener una vida libre de amenazas a su integridad física y patrimonial.

Trabajar bajo el marco conceptual del desarrollo centrado en las personas exige el uso de indicadores que van más allá de la medida de los niveles de producción de bienes y servicios, porque estos no informan sobre la distribución de esos recursos, ni sobre otros aspectos de la vida humana, como los culturales, sociales y políticos.

Durante décadas, el PIB per cápita fue la medida generalmente aceptada para evaluar el desarrollo de las sociedades. No obstante, desde distintas perspectivas se ha cuestionado la reducción de esta compleja situación a un valor promedio. Se han hecho muchos esfuerzos para establecer mediciones socioeconómicas más integrales, conforme se ha ido comprendiendo que el bienestar y el progreso no pueden ser expresados por un valor medio, asociado exclusivamente al conjunto de bienes y servicios disponibles en una sociedad.

A estos efectos, el Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD) ha diseñado el índice de desarrollo humano (IDH), que es una medida normativa de las condiciones de vida deseables, o del nivel de vida. Mide el adelanto medio de un país respecto a

las capacidades humanas básicas en función de tres áreas: el disfrute de una vida prolongada y saludable, el acceso al conocimiento y el ingreso como un medio para poder disfrutar de un nivel de vida decoroso.

Es así como surge el concepto de desarrollo humano sostenible (DHS), como un enfoque alternativo para el seguimiento del desarrollo de los países. Se plantea que este último es un proceso continuo e integral, que reúne componentes y dimensiones del desarrollo de las sociedades y de las personas, en los que resulta central la generación de capacidades y oportunidades de, por y para la gente, con las que la equidad se acrecienta para las actuales y futuras generaciones.

Dentro de esta visión, el crecimiento económico -al que tanta relevancia se le atribuyó durante los años ochenta, como motor exclusivo del desarrollo- pasa a ser un medio para potenciar la verdadera riqueza de los países: las personas. Al poner a los seres humanos en el centro de este proceso, se enfatiza la importancia de que todos los habitantes tengan acceso a las oportunidades, tanto en el presente como en el futuro.

En términos generales, los resultados obtenidos por Costa Rica en este índice le han permitido estar dentro del grupo de países considerados de alto desarrollo humano. En el 2005 nuestro país se ubicó en la posición 47 de 177 naciones a las cuales se les da seguimiento. Otros países de Latinoamérica con una ubicación cercana a Costa Rica son: Argentina (34), Chile (37), Uruguay (46), Cuba (52), México (53) y Panamá (56).

*Fuentes: PNUD, 1994; PNUD, 2002; Proyecto Estado de la Nación, 1995; Programa Estado de la Nación, 2006.*

## Glosario

**Esperanza de vida al nacer.** Cantidad de años que viviría un recién nacido si los patrones de mortalidad vigentes en el momento de su nacimiento permanecieran estáticos durante toda su vida.

**Índice.** Forma de expresar sintéticamente en un número, varias características relacionadas que se pueden medir cuantitativamente, como la edad promedio de las personas que fallecen, dato del que se deriva la esperanza de vida de las personas al nacer, o el último año aprobado de una persona en la educación formal. Para cada característica se establece un valor ideal máximo y uno mínimo, y los valores reales observados se dividen por el valor ideal. El número resultante es el valor del índice. Cada índice expresa un valor que se ubica entre 0 y 1. El número 0 indica el menor grado posible, y el 1 el mayor.

**Índice de desarrollo humano (IDH).** Mide el logro promedio de un país respecto al desarrollo humano sostenible, en cuanto a tres dimensiones básicas del desarrollo humano: una vida larga y saludable, los conocimientos y un nivel decente de vida. Por cuanto se trata de un índice compuesto, el IDH contiene tres variables: la esperanza de vida al nacer, el logro educacional (alfabetización de adultos y tasa bruta de matriculación primaria, secundaria y terciaria combinada) y el PIB real per cápita (PPA en dólares).

**Longevidad.** Acceso a una vida larga y saludable, a vivir bien durante mucho tiempo, lo que se relaciona con evitar que la vida se agote en forma prematura.

**Per cápita.** Literalmente: por cabeza, es decir, por cada una de las personas de la población.

**PNUD.** Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo. Es una agencia especializada del Sistema de Naciones Unidas fundada en 1966, que promueve el desarrollo humano sostenible en cientos de países por medio de estudios y propuestas de acción sobre cinco áreas temáticas: reducir la pobreza y alcanzar los objetivos del milenio, gobernabilidad democrática, energía y medio ambiente, prevención y recuperación de crisis, VIH/SIDA.

**Producto interno bruto (PIB).** Indicador de la actividad económica de un país. Refleja el valor total de la producción de bienes y servicios, en un determinado período, que por lo general es de un año. Este es uno de los indicadores del nivel de vida y se acostumbra expresarlo en dólares para facilitar comparaciones entre naciones. No toma en cuenta el costo de vida y esto hace diferencias entre países. Tampoco permite conocer la distribución de la riqueza en la población.





## Propuesta de abordaje

El índice de desarrollo humano (IDH) es una medida que se utiliza para analizar el nivel de vida de un país. El cálculo del IDH requiere promediar tres índices que se han tomado como sus indicadores: el índice de longevidad, el índice de nivel educativo y el producto interno bruto (PIB). Aunque el cálculo aritmético que se debe realizar puede clasificarse como simple, en el fondo están presentes no solo las operaciones con números reales, sino también la resolución de ecuaciones lineales y ecuaciones logarítmicas.

El análisis del IDH facilita un examen profundo de problemas pasados y presentes de Costa Rica en materia de desarrollo humano sostenible. Además, el grado de desarrollo cognitivo de un alumno o alumna de 10<sup>o</sup> año le permite un análisis más minucioso de los planteamientos que se hacen, con lo

cual se fortalece su capacidad crítica y de reflexión.

La aplicación se presenta en cuatro "Hojas de trabajo". En las tres primeras se desarrolla cada uno de los índices que conforman el IDH y en la última se trabaja con el IDH propiamente dicho. Cada "Hoja de trabajo" se inicia con una explicación dirigida al estudiante, acerca del índice que se va a calcular.

Es importante que las y los estudiantes comprendan el concepto antes de analizar su aplicación matemática. El docente puede utilizar la técnica educativa que estime conveniente, según las características del grupo. Inicialmente se puede trabajar en forma individual la realización de los cálculos que se solicitan, pero siempre debe darse un espacio para la discusión grupal, pues el enriquecimiento será mayor.



## Hoja de trabajo 1

### El índice de desarrollo humano de Costa Rica desde el lente de la Matemática

Hoy en día, para determinar el grado de desarrollo de los países, se utiliza el concepto de desarrollo humano sostenible. De acuerdo con este concepto, las naciones deben promover que todos sus habitantes desarrollen las capacidades que les permitan vivir la vida que desean según los valores de la sociedad a la que pertenecen.

Para conocer los avances que se van logrando en este esfuerzo, el Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD) ha creado el índice de desarrollo humano (IDH). Este es un indicador comparativo que nos muestra la ubicación de un país con respecto a otros, en materia de desarrollo humano. Esta comparación es posible al asignar un valor de entre 0 y 1 al IDH de cada país, donde 0 es el valor mínimo y 1 es el valor máximo posible.

El IDH toma en cuenta la longevidad (acceso a una vida larga y saludable), el nivel educativo (acceso al conocimiento) y el nivel de vida (acceso a un ingreso digno para una vida decorosa). Entonces, el IDH se calcula a partir de esas tres dimensiones.

En primera instancia se calculan índices individuales con una misma fórmula general, en la que varían los valores máximos y mínimos que son fijos para cada índice y que, como se dijo anteriormente, son los establecidos por el PNUD. La fórmula es la siguiente:

$$\text{Índice} = \frac{\text{valor país} - \text{valor mínimo}}{\text{valor máximo} - \text{valor mínimo}}$$

El promedio simple de esos tres índices será el IDH.

Con el fin de analizar el IDH en Costa Rica, se utilizarán los datos de la tabla 1.1.

En este ejercicio vamos a calcular el valor correspondiente al **índice de longevidad**. Este índice mide los logros que se refieren a la esperanza de vida al nacer; por eso es conocido también con ese nombre (índice de esperanza de vida al nacer). Su valor determina los años que se espera vivirá un recién nacido, si las condiciones de mortalidad imperantes en el momento de su nacimiento se mantienen a lo largo de toda su vida.

Los valores mínimo y máximo que establece el PNUD para este índice son de 25 y 85 años, respectivamente. Para su cálculo utilizaremos la fórmula general que enunciamos antes.

Con los datos de la tabla se puede calcular el índice de longevidad en Costa Rica en el año 2004:

$$\text{Índice de longevidad} = \frac{78,3 - 25}{85 - 25} = 0,89$$

donde 78,3 corresponde a la esperanza de vida al nacer en Costa Rica, 25 es el valor mínimo y 85 el valor máximo dado por el PNUD.

Considerando lo anterior, responda las siguientes preguntas:

- 1) ¿Cuál fue el índice de longevidad en Costa Rica para el año 2003? ¿Y para el 2001?
- 2) Si el índice de longevidad en Costa Rica para el año 2000 fue 0,86, compare este índice con los obtenidos para el 2001 y el 2003.
- 3) Mencione algunas causas que usted considera que pudieron haber incidido para que el índice de longevidad en nuestro país haya sido mayor en el 2004 que en el 2000.
- 4) Tomando en cuenta los problemas de contaminación ambiental, deforestación y otros que enfrenta Costa Rica, ¿cree usted que este índice pueda aumentar para el año 2010? ¿Por qué?
- 5) Mencione algunas medidas que debemos tomar las y los costarricenses, y con las cuales usted puede colaborar, para mantener o aumentar el índice de longevidad.
- 6) Considere el actual régimen de pensiones de la CCSS. Si el índice de longevidad fuera mayor, ¿qué consecuencias económicas traería para el país?
- 7) Entreviste a tres personas mayores de 25 años, de décadas diferentes, y pregúnteles si consideran que la calidad de la salud y del sistema de atención a la salud ha mejorado en Costa Rica en la última década. Anote las respuestas obtenidas y asigne 1 punto a Sí y 0 puntos a No. Obtenga porcentajes del total de entrevistados. Exponga y analice con sus compañeros los resultados, comparándolos con los índices de longevidad analizados. ¿Hay coherencia entre lo que piensan los entrevistados y los análisis estadísticos? Comente.

**Tabla 1.1. Evolución del índice de desarrollo humano para Costa Rica<sup>1</sup>**

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Valor del IDH	0,801	0,797	0,821	0,820	0,832	0,834	0,838	0,841
Posición en IDH	45	48	41	43	42	45	47	48
Esperanza de vida al nacer (años)	76,0	76,2	76,2	76,4	77,9	78,0	78,2	78,3
Tasa de alfabetización de adultos (porcentaje de personas de 15 años o más)	95,1	95,3	95,5	95,6	95,7	95,8	95,8	94,9
Tasa bruta combinada de matriculación en enseñanza primaria, secundaria y terciaria (%)	66,0	66,0	67,0	67,0	66,0	69,0	68,0	72,0
PIB per cápita (PPA en US \$)	6650	5987	8860	8650	9460	8840	9606	9481

Fuente: PNUD, *Informes de Desarrollo Humano*.

<sup>1</sup> Es necesario que tome en cuenta que pueden presentarse diferencias en los datos de las variables utilizadas para el cálculo del IDH entre el PNUD y el *Informe Estado de la Nación*, pues el primero utiliza información ajustada para comparar países.

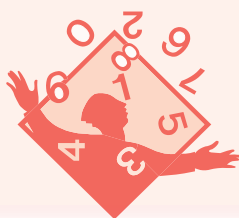
## Glosario

**Esperanza de vida al nacer.** Cantidad de años que viviría un recién nacido si los patrones de mortalidad vigentes en el momento de su nacimiento permanecieran estáticos durante toda su vida.

**Índice de desarrollo humano (IDH).** Índice creado por el PNUD, mide el logro promedio de un país respecto al desarrollo humano sostenible, en cuanto a tres dimensiones básicas del desarrollo humano: una vida larga y saludable, los conocimientos y un nivel decente

de vida. Por cuanto se trata de un índice compuesto, el IDH contiene tres variables: la esperanza de vida al nacer, el logro educacional (alfabetización de adultos y la tasa bruta de matriculación primaria, secundaria y terciaria combinada) y el PIB real per cápita (PPA en dólares). El ingreso se considera en el IDH en representación de un nivel decente de vida y en reemplazo de todas las opciones humanas que no se reflejan en las otras dos dimensiones.





## Hoja de trabajo 2

### El índice de desarrollo humano de Costa Rica desde el lente de la Matemática

Con el fin de analizar el IDH en Costa Rica, se utilizarán los datos de la tabla 1.1.

En este ejercicio vamos a calcular el valor correspondiente al **índice de nivel educativo**. Este indicador mide el progreso relativo en materia de alfabetización de adultos y matrícula en enseñanza primaria, secundaria y terciaria (universitaria).

Para calcularlo es necesario obtener dos índices: el índice de alfabetización de adultos, que utiliza el porcentaje de adultos que saben leer o escribir (lo llamaremos x) y el índice bruto de matriculación, que utiliza el porcentaje de personas en edad escolar que asiste a preparatoria, escuela, colegio o universidad, con respecto a la población total comprendida en el rango de edad considerado (lo llamaremos w). Estos índices se calcula con la siguiente fórmula:

$$\text{Índice} = \frac{\text{valor país} - \text{valor mínimo}}{\text{valor máximo} - \text{valor mínimo}}$$

En la fórmula general, consideramos 0 como el valor mínimo y 100 como el valor máximo, tanto para alfabetización como para matriculación.

Una vez obtenidos estos índices, Al índice x se le asigna un valor de  $\frac{2}{3}$  y al w se le asigna un valor de  $\frac{1}{3}$ . De manera que el índice de nivel educativo es igual a  $\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}w$ .

**Tabla 1.1. Evolución del índice de desarrollo humano para Costa Rica<sup>1</sup>**

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Valor del IDH	0,801	0,797	0,821	0,820	0,832	0,834	0,838	0,841
Posición en IDH	45	48	41	43	42	45	47	48
Esperanza de vida al nacer (años)	76,0	76,2	76,2	76,4	77,9	78,0	78,2	78,3
Tasa de alfabetización de adultos (% personas de 15 años o más)	95,1	95,3	95,5	95,6	95,7	95,8	95,8	94,9
Tasa bruta combinada de matriculación en enseñanza primaria, secundaria y terciaria (%)	66,0	66,0	67,0	67,0	66,0	69,0	68,0	72,0
PIB per cápita (PPA en US \$)	6650	5987	8860	8650	9460	8840	9606	9481

Fuente: PNUD, *Informes de Desarrollo Humano*.

<sup>1</sup> Es necesario que tome en cuenta que pueden presentarse diferencias en los datos de las variables utilizadas para el cálculo del IDH entre el PNUD y el *Informe Estado de la Nación*, pues el primero utiliza información ajustada para comparar países.

Por ejemplo, el índice de nivel educativo de Costa Rica para el año 2004 era:

$$\text{Índice de alfabetización de adultos} = \frac{94,9 - 0}{100 - 0} = 0,949 = x$$

donde 94,9 corresponde a la tasa de alfabetización de adultos en Costa Rica, 0 es el valor mínimo y 100 es el valor máximo de alfabetización.

$$\text{Índice bruto de matriculación} = \frac{72 - 0}{100 - 0} = 0,72 = w$$

donde 72 es la tasa bruta combinada de matriculación en Costa Rica, 0 es el valor mínimo y 100 es el valor máximo de matriculación.

$$\text{Entonces, Índice de nivel educativo} = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}w$$

$$= \frac{2}{3}(0,949) + \frac{1}{3}(0,72) = 0,87$$

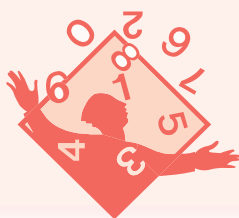
Tomando como referencia lo anterior, conteste las siguientes preguntas:

- 1) ¿Cuál era el índice de nivel educativo de Costa Rica en el año 2003? ¿Y en el 2001?
- 2) Si el índice de nivel educativo de Costa Rica para el año 2000 fue 0,86 y el índice bruto de matriculación fue 0,67, ¿cuál fue el índice de alfabetización de adultos en ese año?
- 3) Compare los índices de nivel educativo de Costa Rica de los años 2000, 2001, 2003 y 2004. ¿Qué conclusiones puede plantear? ¿Cuáles serían algunas políticas que las autoridades podrían tomar para mejorar el nivel educativo?
- 4) Investigue acerca del concepto de alfabetización. Analice con sus compañeros y compañeras el concepto investigado y discuta con ellos las siguientes preguntas:
  - 4.1) ¿Es suficiente saber leer o escribir para decir que una persona es alfabetada?
  - 4.2) ¿Qué otras capacidades intelectuales considera que debe poseer un adulto para que pueda ser considerado alfabetado?
  - 4.3) ¿La educación costarricense actual permite un desarrollo de las capacidades intelectuales de sus estudiantes? Justifique.

## Glosario

**Tasa bruta combinada de matriculación en enseñanza primaria, secundaria y terciaria.** Número de alumnos de esos tres niveles, como porcentaje de la población con la edad escolar oficial para estar en esos niveles.

**Tasa de alfabetización de adultos.** Porcentaje de personas de 15 años o más que pueden leer, escribir y comprender un texto corto y sencillo sobre su vida cotidiana.



## Hoja de trabajo 3

### El índice de desarrollo humano de Costa Rica desde el lente de la Matemática

Con el fin de analizar el IDH en Costa Rica, usaremos los datos de la tabla 1.1.

En este caso vamos a calcular el valor correspondiente al PIB, que se conoce también como **índice de ingreso**. Mide otros aspectos no cubiertos por los dos índices anteriores, que son necesarios para lograr un nivel de vida decoroso y que se obtienen por medio de los ingresos económicos de las personas.

En el cálculo de este índice se hace un ajuste en los ingresos (PIB per cápita), utilizando logaritmos en la fórmula general de índices que hemos venido empleando:

$$\text{Índice} = \frac{\text{valor país} - \text{valor mínimo}}{\text{valor máximo} - \text{valor mínimo}}$$

fórmula índice PIB

$$\text{Índice} = \frac{\log(\text{valor país}) - \log(\text{valor mínimo})}{\log(\text{valor máximo}) - \log(\text{valor mínimo})}$$

Los valores mínimo y máximo de ingresos, que establece el PNUD para este índice, son de \$100 y \$40 000, respectivamente.

**Tabla 1.1. Evolución del índice de desarrollo humano para Costa Rica<sup>1</sup>**

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Valor del IDH	0,801	0,797	0,821	0,820	0,832	0,834	0,838	0,841
Posición en IDH	45	48	41	43	42	45	47	48
Esperanza de vida al nacer (años)	76,0	76,2	76,2	76,4	77,9	78,0	78,2	78,3
Tasa de alfabetización de adultos (% personas de 15 años o más)	95,1	95,3	95,5	95,6	95,7	95,8	95,8	94,9
Tasa bruta combinada de matriculación en enseñanza primaria, secundaria y terciaria (%)	66,0	66,0	67,0	67,0	66,0	69,0	68,0	72,0
PIB per cápita (PPA en US \$)	6650	5987	8860	8650	9460	8840	9606	9481

Fuente: PNUD, *Informes de Desarrollo Humano*.

<sup>1</sup> Es necesario que tome en cuenta que pueden presentarse diferencias en los datos de las variables utilizadas para el cálculo del IDH entre el PNUD y el *Informe Estado de la Nación*, pues el primero utiliza información ajustada para comparar países.

Por ejemplo, el PIB de Costa Rica para el año 2004 fue:

$$\text{Índice del PIB} = \frac{\log(9481) - \log(100)}{\log(40000) - \log(100)} = 0,76$$

donde \$9 481 corresponde al PIB per cápita anual de Costa Rica, \$100 es el valor mínimo y \$40 000 es el valor máximo de ingresos.

Con base en lo anterior, conteste lo siguiente:

- 1) ¿Cuál era el índice del PIB de Costa Rica en el año 2003? ¿Y en el 2001?
- 2) Si el PIB de Costa Rica para el año 2002 fue 0,748, ¿cuál fue el PIB per cápita para ese año? (utilice al menos cuatro decimales). Compruebe su respuesta con la que se da en el cuadro del PNUD.
- 3) Compare los índices del PIB obtenidos para el 2001, 2002 y 2003. ¿Qué puede concluir de la comparación?
- 4) Analice con sus compañeros el concepto de PIB per cápita y discutan sobre los planteamientos que se hacen:
  - 4.1) ¿Considera que con un PIB per cápita anual de \$9 481 se logra un nivel "respetable" de desarrollo humano? ¿Por qué?
  - 4.2) Observe en la tabla el PIB per cápita de Costa Rica. ¿Qué ocurre a través de los años? ¿Qué conclusiones puede obtener de esos datos?
  - 4.3) Compare el PIB para el año 2004 con el índice de nivel educativo y el índice de longevidad que se calcularon para ese mismo año. ¿Cuáles podrían ser las causas de que el índice del PIB sea el menor de los tres? ¿Está actualmente nuestro país en condiciones de mejorar este índice? ¿Por qué?

## Glosario

### **Índice de desarrollo humano (IDH).**

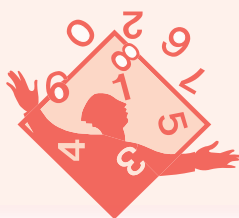
Mide el logro promedio de un país respecto al desarrollo humano sostenible, en cuanto a tres dimensiones básicas del desarrollo humano: una vida larga y saludable, los conocimientos y un nivel decente de vida. Por cuanto se trata de un índice compuesto, el IDH contiene tres variables: la esperanza de vida al nacer, el logro educacional (alfabetización de adultos y la tasa bruta de matriculación primaria, secundaria y

terciaria combinada) y el PIB real per cápita (PPA en dólares).

**Producto interno bruto (PIB).** Indicador de la actividad económica de un país. Refleja el valor total de la producción de bienes y servicios, en un determinado período que por lo general es de un año.

**Producto interno bruto per cápita (PIB per cápita).** Valor del PIB total, dividido por el número de habitantes.





## Hoja de trabajo 4

### El índice de desarrollo humano de Costa Rica desde el lente de la Matemática

Con el fin de analizar el IDH en Costa Rica, usaremos los datos de la siguiente tabla 1.1.

En este caso vamos a calcular el valor correspondiente al **índice de desarrollo humano**. Como se indicó al inicio, una vez calculados los tres índices anteriores, es posible calcular el IDH, determinando el promedio simple de los tres índices:

$$\frac{(\text{Índice de longevidad}) + (\text{Índice de nivel educativo}) + (\text{Índice de ingreso})}{3}$$

El IDH de Costa Rica para el 2004 fue:

$$\text{IDH} = \frac{0,89 + 0,87 + 0,76}{3} = 0,841 \text{ (compare con el valor que se da en la tabla)}$$

**Tabla 1. 1. Evolución del índice de desarrollo humano para Costa Rica<sup>1</sup>**

	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Valor del IDH	0,801	0,797	0,821	0,820	0,832	0,834	0,838	0,841
Posición en IDH	45	48	41	43	42	45	47	48
Esperanza de vida al nacer (años)	76,0	76,2	76,2	76,4	77,9	78,0	78,2	78,3
Tasa de alfabetización de adultos (% personas de 15 años o más)	95,1	95,3	95,5	95,6	95,7	95,8	95,8	94,9
Tasa bruta combinada de matriculación en enseñanza primaria, secundaria y terciaria (%)	66,0	66,0	67,0	67,0	66,0	69,0	68,0	72,0
PIB per cápita (PPA en US \$)	6650	5987	8860	8650	9460	8840	9606	9481

Fuente: PNUD, *Informes de Desarrollo Humano*.

Utilice los resultados obtenidos en las "Hojas de trabajo" anteriores para responder las siguientes preguntas:

- 1) Con los resultados de los índices obtenidos anteriormente, calcule el IDH para el 2003 y para el 2001. Compare con los que se ofrecen en la tabla.

<sup>1</sup> Es necesario que tome en cuenta que pueden presentarse diferencias en los datos de las variables utilizadas para el cálculo del IDH entre el PNUD y el *Informe Estado de la Nación*, pues el primero utiliza información ajustada para comparar países.

- 2) Si en el año 2000 el IDH fue 0,82, el índice de longevidad fue 0,86 y el índice de nivel educativo fue 0,86, calcule el índice de ingreso en ese año.
- 3) Analice la tabla dada al inicio sobre la evolución del IDH para Costa Rica. De acuerdo con los resultados que ahí se indican:
  - 3.1) ¿Cuáles podrían ser los motivos por los cuales el IDH de 1998 es inferior al de 1997? Tome en cuenta cada uno de los índices que componen el IDH.
  - 3.2) Analice la posición en el IDH que ha tenido Costa Rica en cada uno de los años. ¿En qué año tuvimos la mejor posición?
  - 3.3) ¿Qué políticas puede adoptar nuestro país para tener una posición mejor que la actual? ¿Con cuáles de esas políticas podría usted colaborar?
- 4) Entreviste a cinco personas mayores de 25 años, de décadas diferentes. Explíqueles con palabras simples qué indicadores se toman en cuenta para medir el desarrollo humano y pregúnteles si consideran que, en Costa Rica, el desarrollo humano, ha mejorado en la última década. Anote las respuestas obtenidas y asigne 1 punto a **Sí** y 0 puntos a **No**. Obtenga porcentajes del total de entrevistados. Exponga y analice con sus compañeros los resultados, comparándolos con los que ofrece la tabla. ¿Hay coherencia entre lo que piensan los entrevistados y los resultados de la tabla? Comente.

## Glosario

**Índice de desarrollo humano (IDH).** Mide el logro promedio de un país respecto al desarrollo humano sostenible, en cuanto a tres dimensiones básicas del desarrollo humano: una vida larga y saludable, los conocimientos y un nivel decente de vida. Por cuanto se trata de un índice compuesto, el IDH contiene tres variables: la esperanza de vida al nacer, el logro educacional (alfabetización de adultos y la tasa bruta de matriculación primaria, secundaria y terciaria combinada) y el PIB real per cápita (PPA en dólares).

**Índice de ingreso.** Uno de los tres índices que componen el índice de desarrollo humano. Se basa en el producto interno bruto per cápita. Mide aspectos que son necesarios para lograr un nivel de vida decoroso y que se obtienen por

medio de los ingresos económicos de las personas

**Índice de longevidad.** Uno de los tres índices que componen el índice de desarrollo humano. Mide los logros que se refieren a la esperanza de vida al nacer; por eso es conocido también con ese nombre (índice de esperanza de vida al nacer). Su valor determina los años que se espera vivirá un recién nacido, si las condiciones de mortalidad imperantes en el momento de su nacimiento se mantienen a lo largo de toda su vida.

**Índice de nivel educativo.** Uno de los tres índices que componen el índice de desarrollo humano. Mide el progreso relativo en materia de alfabetización de adultos y matrícula en enseñanza primaria, secundaria y terciaria (universitaria).

# ¡Las variables nos rodean!

Nivel: 8°

Contenido matemático:

- ❖ Estadística:
  - ✓ Concepto de población, muestra, variable y datos estadísticos.

Objetivo programático:

- ✓ Diferenciar entre población, muestra, variable y datos estadísticos.

Objetivo específico:

- ✓ Discriminar variables cuantitativas continuas y cuantitativas discretas.

*Temas transversales*

- ❖ Educación para la salud.
- ❖ Vivencia de los derechos humanos para la democracia y la paz.

## Contexto nacional

### **Seguimiento al desarrollo humano sostenible en Costa Rica**

La observación sistemática del desarrollo de un país permite informar mejor a los habitantes, organizaciones y gobiernos; también ayuda a sustentar sus acciones y estrategias. Pero no es cualquier observación la que conduce al dato o análisis pertinente, veraz y útil; debe basarse en un conjunto de indicadores y análisis referidos a aquellos aspectos que cada sociedad privilegia, con los cuales se pueda evaluar el desempeño nacional.

La complejidad y especificidad de cada país solo pueden ser abordadas con la recolección y sistematización de información detallada, con mayor razón si se quiere utilizar un enfoque integrador de lo económico, lo político, lo social y lo ambiental.

De este modo, el seguimiento y análisis del desarrollo de un país sobre la base del desarrollo humano sostenible abarca múltiples dimensiones de la vida de las personas y los grupos sociales, a saber:

- **Equidad e integración social:** el desarrollo humano procura un entorno de creciente equidad y mejor distribución de la riqueza, mediante la generalización del acceso a oportunidades para toda la población, sin
- **distingos de sexo, religión, etnia, edad o creencias.**
- **Democracia:** el logro de un mayor nivel de desarrollo humano está asociado a la existencia de un ambiente político que vele por el respeto a los derechos de las personas y el cumplimiento de los deberes ciudadanos, a la vez que fortalece las instituciones democráticas y promueve la participación de toda la sociedad en los asuntos de interés público.
- **Medio ambiente:** el medio ambiente determina oportunidades y limitaciones básicas para el desarrollo humano. Los y las habitantes aprovechan la oferta natural que brindan los ecosistemas para satisfacer sus necesidades y llevar a cabo sus actividades productivas, a fin de alcanzar una mejor calidad de vida, pero de una manera responsable, que permita a las futuras generaciones disfrutar de las mismas oportunidades.
- **Economía:** el crecimiento económico es un instrumento para alcanzar el desarrollo humano. El patrón de crecimiento y la distribución del ingreso determinan los niveles de ingreso que reciben, por ejemplo, las familias para satisfacer sus necesidades, o bien el uso que se podrá dar a los recursos disponibles



para invertir en áreas prioritarias del desarrollo humano (Proyecto Estado de la Nación, 1995).

Desde 1994 el *Informe Estado de la Nación* se ha ocupado de señalar los principales logros y desafíos que Costa Rica ha mostrado en las dimensiones antes señaladas. Para no quedarse en la visión de país promedio, ha realizado un esfuerzo permanente para ofrecer un análisis lo más desagregado posible de la información y dar cuenta de las diferencias en las oportunidades y capacidades que tienen y han alcanzado los distintos individuos y grupos, para elegir la vida que desean llevar de acuerdo con sus valores. Por esta razón, año con año se da seguimiento y se actualizan alrededor de 240 variables que se agrupan de acuerdo con las dimensiones antes mencionadas, con el propósito de que los diferentes usuarios de la información puedan sustentar procesos de estudio, análisis y seguimiento del desempeño nacional en desarrollo humano sostenible.

En el tema de **equidad** algunas de las variables que se trabajan son: densidad de población, tasa de mortalidad infantil, defunciones totales, esperanza de vida

al nacer, tasa de desempleo, tasa de ocupación, fuerza de trabajo, asegurados directos en seguro de salud y porcentaje de deserción escolar, entre otras.

En materia **ambiental** algunas variables que se monitorean son: área afectada por incendios forestales, áreas silvestres protegidas, consumo residencial de energía eléctrica per cápita, importación total de agroquímicos, número de playas ganadoras de la Bandera Azul Ecológica, ingreso promedio diario de basura a Río Azul/Parque de Tecnología Ambiental.

Deuda pública externa, deuda pública interna, ingreso de divisas por concepto de turismo, ingresos tributarios, crecimiento vehicular, accidentes de tránsito, son ejemplos de variables que se consignan en el área de **economía**.

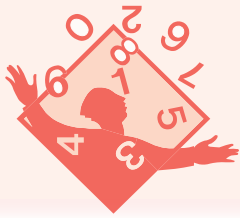
Finalmente, en el tema de **democracia** se da seguimiento a variables como: audiencias públicas en la Aresep, demandas en la Comisión Nacional del Consumidor, número de organizaciones activas de la sociedad civil, personas condenadas por los tribunales, presos sin condena por cada mil expedientes, víctimas de homicidio.

## Propuesta de abordaje

Estamos en contacto constante con la estadística, la encontramos en los periódicos y revistas, en el deporte, la política y la economía, para mencionar solo algunos ámbitos. De ahí la importancia de conocer los elementos estadísticos, por básicos que parezcan, para poder analizar y discernir con un

sentido más crítico la información que se nos brinda.

Las variables enunciadas en este ejercicio son indicadores sociales y ambientales relevantes para el monitoreo del desarrollo humano sostenible de nuestro país.



# Hoja de trabajo 1

## ¡Las variables nos rodean!

A continuación se presentan algunas variables que son utilizadas por el Programa Estado de la Nación para dar seguimiento a la situación del desarrollo humano sostenible en Costa Rica.

Escriba las frases "cuantitativa continua" o "cuantitativa discreta". Use el espacio definido para tal efecto. Puede consultar la teoría de respaldo que se adjunta.

- 1) Esperanza de vida al nacer .....
- 2) Demandas en la Comisión Nacional del Consumidor.....  
.....
- 3) Asegurados directos en seguro de salud.....
- 4) Defunciones totales.....
- 5) Densidad de población.....
- 6) Fuerza de trabajo .....
- 7) Porcentaje de deserción escolar .....
- 8) Tasa de mortalidad infantil.....
- 9) Deuda pública externa.....
- 10) Mortalidad infantil.....

### Reflexione

Algunas de las variables que se presentan en esta actividad están estrechamente relacionadas con el seguimiento del tema de **equidad**, en lo que se refiere a las oportunidades de acceso a la salud y a la educación. En este sentido:

1) ¿Qué beneficios considera usted que tiene la población asegurada de nuestro país?

2) Según su experiencia y la de su familia, ¿qué limitaciones presenta nuestro sistema de seguridad social?

3) ¿Es importante estudiar?

4) ¿Qué recomendaciones le daría a los jóvenes que desertan del sistema educativo?

5) ¿Afecta el aumento de la densidad de población el acceso a servicios públicos en una comunidad?

## Teoría de respaldo

**Asegurados directos en seguro de salud:** población total que cotiza en el seguro de salud de la CCSS.

**Defunciones totales:** defunción es la desaparición permanente de todo tipo de signo de vida, cualquiera que sea el tiempo transcurrido desde el nacimiento.

**Densidad de población:** habitantes por kilómetro cuadrado. Número total de habitantes dividido por la superficie del territorio nacional.

**Esperanza de vida al nacer:** años que en promedio puede esperar vivir un recién nacido si las condiciones de mortalidad imperantes en el momento de su nacimiento se mantienen constantes a lo largo de toda su vida.

**Fuerza de trabajo:** conjunto de personas de 12 años o más de edad que trabajaron al menos una hora en la semana de referencia o que, sin hacerlo, buscaron trabajo en las últimas cinco semanas.

**Porcentaje de deserción escolar:** total de desertores dividido entre la matrícula inicial de cada año.

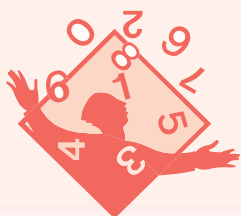
**Tasa de mortalidad infantil:** número anual de defunciones de niños menores de un año por cada mil nacidos vivos. Cociente entre el número de defunciones de infantes menores de un año y el total de nacidos vivos en un período determinado, por mil.

**Deuda pública externa:** compromisos financieros que tiene el Estado con el resto del mundo.

**Demandas en la Comisión Nacional del Consumidor:** cantidad de quejas o denuncias presentadas en la Comisión Nacional del Consumidor, ya sea porque el consumidor se siente afectado por un cobro indebido, o por aspectos de calidad del producto o artefacto que compró.

**Mortalidad infantil:** total de defunciones de niños menores de un año.

*Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*



## Hoja de trabajo 2

### ¡Las variables nos rodean!

A continuación se presentan algunas variables que son utilizadas por el Programa Estado de la Nación para dar seguimiento a la situación ambiental en Costa Rica.

Escriba las frases "cuantitativa continua" o "cuantitativa discreta". Use el espacio definido para tal efecto. Puede consultar la teoría de respaldo que se adjunta.

- 1) Visitantes al sistema de parques nacionales .....
- 2) Área afectada por incendios forestales.....
- 3) Consumo de diesel como porcentaje del consumo de hidrocarburos .....
- 4) Número de playas ganadoras de la Bandera Azul Ecológica .....
- 5) Ingreso promedio diario de basura a Río Azul .....
- 6) Volumen autorizado para aprovechamiento de madera .....
- 7) Vehículos que se presentaron a la revisión periódica de Riteve .....
- 8) Población cubierta por el servicio eléctrico del ICE.....
- 9) Áreas silvestres protegidas .....
- 10) Número de contratos del PSA (pago de servicios ambientales).....

#### Reflexione

Los datos presentados en esta actividad están estrechamente relacionados con el medio ambiente.

- 1) ¿Conoce usted proyectos tendientes a la conservación, recuperación y protección del ambiente en su comunidad?
- 2) ¿Cuáles son los principales problemas y necesidades relacionados con el ambiente en su comunidad?
- 3) En su colegio, ¿existen programas que incentiven a las y los estudiantes a la conservación del ambiente? ¿De que se tratan?
- 4) Proponga una acción que se podría poner en práctica en su colegio o comunidad para colaborar en el mejoramiento de las condiciones ambientales.



## Teoría de respaldo

**Área afectada por incendios forestales:** cantidad de hectáreas quemadas por incendios forestales dentro y fuera de las áreas silvestres protegidas.

**Consumo de diesel como porcentaje del consumo de hidrocarburos:** porcentaje del consumo nacional de diesel con respecto al consumo total de derivados del petróleo.

**Número de contratos del PSA (pago de servicios ambientales):** cantidad de contratos firmados con incentivos del pago de servicios ambientales.

**Áreas silvestres protegidas:** total de hectáreas protegidas en parques nacionales, reservas biológicas, zonas protectoras, reservas forestales, refugios nacionales de vida silvestre, humedales, reservas naturales absolutas, monumentos nacionales.

**Ingreso promedio diario de basura a Río Azul:** ingreso promedio diario, en toneladas métricas por día, en el relleno sanitario Río Azul.

**Número de playas ganadoras de la Bandera Azul Ecológica:** cantidad de playas ganadoras en el programa Bandera Azul Ecológica.

**Población cubierta por el servicio eléctrico del ICE:** porcentaje de la población cubierta por el servicio eléctrico.

**Visitantes al Sistema de Parques Nacionales:** cantidad de personas que visitan el Sistema de Parques Nacionales cada año, ya sean costarricenses o extranjeros.

**Vehículos que se presentaron a la revisión periódica de Riteve:** revisión técnica que se realiza a los vehículos con el propósito de mejorar la emisión de contaminantes y elementos asociados a su seguridad.

**Volumen autorizado para aprovechamiento de madera:** cantidad, en metros cúbicos, autorizada para aprovechamiento de madera en las áreas de conservación.

*Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*

# Unidad 2

## Equidad e integración social

El *Informe Estado de la Nación* es un sistema de seguimiento y evaluación del país en materia de desarrollo humano, y corresponde en este capítulo del Informe realizar un balance sobre el desempeño nacional en materia de equidad e integración social. La pregunta básica que aquí se busca responder es cuánto se alejó o se acercó Costa Rica a la aspiración de tener una sociedad cada vez más equitativa e integrada.

El concepto de equidad remite a la igualdad de oportunidades de las personas para el logro del bienestar, mientras el de integración se refiere a la participación de las personas en ese bienestar, sin exclusiones por motivos de ubicación geográfica, sexo, edad, origen étnico, creencias o condición económica.

El análisis de la información se organiza teniendo en cuenta dos ejes conceptuales que se derivan del enfoque de desarrollo humano: "expansión de capacidades" e "igualdad de oportunidades". El primero remite al conjunto de calidades básicas que todas las personas pueden desarrollar y que les permiten vivir la vida que desean según los valores de la sociedad a la cual pertenecen. Se trata de las capacidades de tener una vida larga y sana, de adquirir y desarrollar conocimientos y destrezas, de generar recursos para lograr

una vida decorosa (ingresos, vivienda) y de tener una vida libre de amenazas a su integridad física y patrimonial. Interesa desde este eje conocer los logros alcanzados por las personas y los grupos sociales en cuanto a la expansión de estas capacidades, gracias al apoyo que reciben mediante el acceso a servicios e inversión social.

Pero no solo se trata de que las personas tengan ciertas capacidades, sino de que su potencial para desplegarlas sea similar. Desde esta perspectiva se estudian las brechas que exhibe la sociedad costarricense en la distribución de las oportunidades y que impiden a las personas y los grupos desplegar sus capacidades y alcanzar el bienestar.

Para el desarrollo de la presente unidad se seleccionaron algunos de esos temas que han sido analizados en los *Informes Estado de la Nación*:

- *Perfil demográfico de la población.*
- *Cobertura de la seguridad social.*
- *Mortalidad por accidentes de tránsito.*
- *Seguridad ciudadana.*
- *Acceso al conocimiento.*

<b>Nombre del ejercicio</b>	<b>Numero de página</b>	<b>Nivel en que se sugiere la aplicación</b>	<b>Unidad de estudio</b>	<b>Contenido del programa de estudios</b>
La población que necesitamos	38	10°	Funciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función exponencial.</li> </ul>
Condiciones para vivir mejor	50	8°	Álgebra	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Valor numérico de una expresión algebraica.</li> </ul>
Dos modos de ver las cosas	54	7°	Números racionales	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Notación decimal y notación fraccionaria de un número racional.</li> </ul>
Matemáticas alentadoras para la sociedad costarricense	60	8°	Álgebra	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lenguaje algebraico.</li> </ul>
El investigador privado	64	8°	Álgebra	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemas que involucran, en su solución, una ecuación de primer grado con una incógnita.</li> </ul>
Un mosquito muy persistente	68	9°	Estadística	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretación de la información brindada por los gráficos estadísticos.</li> </ul>
Peligro al volante	72	8°	Estadística	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Medidas de tendencia central: la media aritmética, la mediana y la moda.</li> </ul>
Un vistazo al crimen y la delincuencia	76	10°	Funciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dominio, codominio, ámbito, imagen, preimagen y notación de funciones.</li> <li>• Representación gráfica de una función.</li> </ul>
Asistir o no asistir, he ahí el dilema	82	8°	Estadística	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Gráficos circulares.</li> </ul>
La educación un derecho de todos	86	9°	Estadística	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretación de la información brindada por los gráficos estadísticos.</li> </ul>
Un colegio exitoso	89	9°	Estadística	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretación de la información brindada por los gráficos estadísticos.</li> </ul>

# La población que necesitamos

## Nivel: 10º

### Contenido matemático:

- ❖ Función exponencial.

### Objetivo programático:

- ✓ Caracterizar la función exponencial de acuerdo con su criterio, su dominio, su codominio y su representación gráfica.

### Objetivos específicos:

- ✓ Calcular imágenes y preimágenes de funciones que representan aplicaciones de la función exponencial.
- ✓ Analizar gráficas de funciones que representan aplicaciones de la función exponencial.

### *Tema transversal*

- ❖ Vivencia de los derechos humanos para la democracia y la paz.

## Contexto nacional

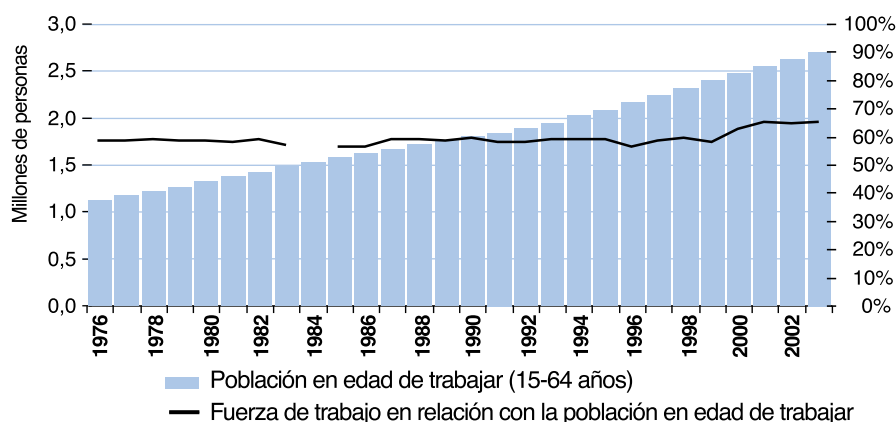
### Un nuevo perfil de la población

El perfil demográfico que predominará durante el siglo XXI entraña retos importantes para el país, independientemente del estilo de desarrollo por el que se enrumbe la sociedad costarricense en los próximos años (Robles, 2004). El escenario está predeterminado por la dinámica demográfica experimentada en las últimas décadas.

Entre 1990 y 2003 la dinámica de la población en Costa Rica se caracterizó por tres cambios:

- El número de habitantes aumentó de 3 050 556 (en 1990) a 4 169 730 (en 2003), es decir, tuvo un incremento de más de un millón de personas. La población se hizo más urbana: en el período intercensal (1984-2000) este segmento pasó de 50% a 59%.
- La población también se volvió más diversa. Entre 1984 y 2000 la importancia relativa de los extranjeros en el total de la población pasó de 3,7% a 7,8%, lo cual se explica por un
- incremento de los residentes de origen nicaragüense. Según el último censo, este grupo aumentó de 1,9% a 5,9 % en el total nacional, crecimiento que se dio especialmente en los años noventa. Otros extranjeros con presencia significativa en el país son panameños, estadounidenses, salvadoreños y colombianos, pero su peso relativo en la composición interna del total de extranjeros ha disminuido drásticamente. Solo los colombianos, junto con los nicaragüenses, presentan aumentos tanto en términos absolutos como relativos (Vargas, 2004).
- Se consolidaron cambios en el perfil demográfico: aumentó la esperanza de vida, bajó la mortalidad infantil y se alcanzó la tasa de fecundidad de reemplazo. Costa Rica se encuentra al final del proceso de transición demográfica. Este fenómeno ya generó un impacto notable en la estructura por edad de la población, como lo confirmó el IX Censo de Población, del año 2000. Disminuyó la importancia relativa de los grupos de menor edad y creció la de

**Gráfico 2.1. Costa Rica: fuerza de trabajo en relación con la población en edad de trabajar (15 a 64 años) 1976-2003**



Fuente: Décimo Informe Estado de la Nación, 2004.

los grupos en edades por encima de los treinta años, es decir, se dio un proceso de envejecimiento de la población.

En este sentido, desde hace décadas Costa Rica disfruta las ventajas de un relación de dependencia decreciente, lo que se ha llamado el "bono demográfico". Esta relación de dependencia (es decir, la proporción de personas menores de 15 años y de 65 años y más, con respecto al número de personas de entre 15 y 64 años) pasó de 70 a 55 entre 1984 y 2000 y, de acuerdo con las proyecciones de población, se espera que alrededor del año 2018 sea cercana a 44 dependientes por cada 100 personas en edad de trabajar.

Una manera de aprovechar el bono demográfico consiste en crear las oportunidades para que, de manera creciente, las generaciones en edad laboral se integren al mercado de trabajo. En las economías que han logrado crecimientos importantes asociados al bono demográfico, la tasa de crecimiento de la fuerza de trabajo ha estado consistentemente por encima de la tasa de crecimiento de la población en edad de trabajar (Mason, 2003). En Costa Rica no ha sucedido esto en las últimas décadas; tal como se muestra en el siguiente gráfico, más bien se ha dado una estabilización en el tamaño de la fuerza de trabajo.

*Fuente: Décimo Informe Estado de la Nación, 2004.*

## Glosario

**Bono demográfico.** Período en que la población en edad de trabajar (de 15 a 64 años) del país crece rápidamente y llega a ser mucho mayor que la población que no está en edad de trabajar (los menores de 15 y los de 65 y más años). Esto pasa cuando el número de hijos que en promedio tienen las mujeres ha estado descendiendo en las décadas anteriores y, por lo tanto, disminuye la proporción de niños en la población.

**Esperanza de vida al nacer.** El número de años que viviría un recién nacido si los patrones de mortalidad vigentes en el momento de su nacimiento permanecieran estáticos durante toda su vida.

**Fuerza de trabajo.** Conjunto de población de 12 años y más de edad que, en un período de referencia, se encuentra económicamente ocupada o desocupada.

**Mortalidad infantil.** Muertes ocurridas durante el primer año de vida. Es un fenómeno de especial significado epi-

demiológico y demográfico, por cuanto refleja en gran medida las condiciones de vida de una población.

**Período intercensal.** Lapso de tiempo transcurrido entre la realización de un censo y otro. Por ejemplo entre el censo efectuado por el Instituto Nacional de Estadística y Censos en 1984 y el que se ejecutó en el 2000.

**Relación de dependencia.** Cantidad de personas en edad de trabajar, respecto a las personas que deben ser mantenidas, por tener muy corta edad, o ser mayores.

**Tasa de fecundidad.** Número de hijos que en promedio tienen las mujeres en edad fértil en un país, en una región o en un sector social en particular.

**Transición demográfica.** Proceso mediante el cual las sociedades pasan de una situación caracterizada por altas tasas de mortalidad y fecundidad, a una situación de bajo crecimiento de la población, con bajas tasas de mortalidad y fecundidad.

## Propuesta de abordaje

Antes de iniciar el análisis de los problemas que se presentan en esta actividad, es necesario que las y los estudiantes se informen sobre los conceptos que se incluyen en estos, para lo cual pueden consultar el apartado "Contexto nacional".

El conocimiento de fórmulas matemáticas como la ecuación, que aproxima la población de un país, permite tomar decisiones más acertadas, presentes y futuras, en torno a diferentes asuntos económicos y sociales.

En las "Hojas de trabajo" de esta actividad se presentan varios ejercicios, según los objetivos del programa de estudios. El o la docente puede desarrollarlas durante la clase, utilizando la metodología que considere pertinente. Se sugiere realizarlos en grupos pequeños que posteriormente compartirán los resultados y observaciones obtenidas, en una plenaria. De esta forma se generan procesos de retroalimentación y reflexión en torno a los objetivos planteados y la transversalidad dentro del contexto social.

Algunas preguntas pueden motivar la reflexión, por ejemplo: *Según los datos de crecimiento de la población y de la fuerza de trabajo, ¿estamos preparados para vivir plácidamente en nuestra vida adulta?*

Para conocimiento del docente, a continuación se presenta información importante sobre las funciones que se construyen a partir de la fórmula de crecimiento exponencial que se usan en los ejercicios. Aunque no es tema del programa de estudios, si el docente lo considera oportuno puede hacer este desarrollo en clase, sin evaluarlo.

En las hojas de trabajo únicamente se incluyen, las funciones finales que representan las dos situaciones motivo de estudio en esta actividad, a saber: el crecimiento de la población y el crecimiento de la fuerza de trabajo.

Según el *Undécimo Informe del Estado de la Nación (2005)*, desde 1994 la población de Costa Rica ha sido la siguiente:

Año	Población
1994	3 372 604
1995	3 469 787
1996	3 564 631
1997	3 656 519
1998	3 747 006
1999	3 837 674
2000	3 925 331
2001	4 008 265
2002	4 089 609
2003	4 169 730
2004	4 248 481

Una de las fórmulas que se ha utilizado para aproximar el crecimiento de la población es:

$$P = P_0 e^{rt}$$

donde  $P_0$  = población inicial;

$r$  = tasa de crecimiento;

$t$  = tiempo en años;

$P$  = población en el momento  $t$ .

(Goodman y Hirsch, 1996)

La población inicial resulta en todo caso una constante, en este ejercicio se parte de la población de 1994 (3 372 604 habitantes). La tasa de crecimiento ( $r$ ) también es una constante, a continuación se realiza un procedimiento para aproximarla.

Para  $t = 1$  (un año)

$$3372604(e^r) = 3469787$$

$$e^r \approx 1,02881542$$

$$r \approx 0,028408046$$

Para  $t = 2$  (dos años)

$$3372604(e^{2r}) = 3564631$$

$$e^{2r} \approx 1,05693731$$

$$2r \approx 0,055375395$$

$$r \approx 0,027687697$$

Para  $t = 10$  (diez años)

$$3372604(e^{10r}) = 4248481$$

$$e^{10r} \approx 1,259703481$$

$$10r \approx 0,230876361$$

$$r \approx 0,02308763$$

Con estos datos se obtiene un promedio de  $r = 0,0255$ . El o la docente puede verificar que es posible hacer el cálculo de "r" con otros valores de "t".

Se obtiene así una relación que modela el crecimiento de la población en Costa Rica, a partir de la población inicial de 1994, que es considerada como una función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ; cuya variable independiente es  $t$  y cuya variable dependiente es la población que se obtiene al finalizar los  $t$  años que han pasado:

$$f(t) = 3372604e^{0,0255t}$$

Estudiemos el caso del año 2004, se parte de que de 1994 a 2004 han pasado 10 años, por lo que  $t = 10$ .

Entonces:

$$\begin{aligned} f(10) &= 3372604e^{0,0255 \cdot 10} \\ &= 4\ 352\ 216 \end{aligned}$$

Se observa que, según la tabla de la población, en el año 2004 Costa Rica tenía 4 248 481 habitantes. Las razones que justifican la diferencia encontrada pueden ser varias, una de ellas es el uso de un modelo simplificado, que no toma en cuenta variables importantes como migración, propagación de enfermedades, etc.

Por otro lado, según el *Undécimo Informe Estado de la Nación* (2005), la **fuerza de trabajo** de Costa Rica para el período 1994-2004 fue la siguiente:

Año	Fuerza de trabajo
1994	1 187 005
1995	1 231 572
1996	1 220 914
1997	1 301 625
1998	1 376 540
1999	1 383 452
2000	1 535 392
2001	1 653 321
2002	1 698 018
2003	1 757 578
2004	1 768 759

El procedimiento anterior también puede usarse para determinar una relación que modela el crecimiento de la fuerza de trabajo en Costa Rica, en relación con los años transcurridos.

$$P = P_0 e^{rt}$$

donde  $P_0$  = población inicial;

$r$  = tasa de crecimiento;

$t$  = tiempo en años;

$P$  = población en el momento  $t$ .

Se inicia calculando el valor "r", tomando el dato de 1994 como población inicial.

Para  $t = 1$  (un año)

$$1187005(e^r) = 1231572$$

$$(e^r) \approx 1,037545755$$

$$r \approx 0,03685807423$$



Para  $t = 2$  (dos años)

$$1187005(e^r) = 1220914$$

$$e^{2r} \approx 1,028566855$$

$$2r \approx 0,02816643065$$

$$r \approx 0,01408321532$$

Para  $t = 10$  (diez años)

$$1187005(e^r) = 1768759$$

$$e^{10r} \approx 1,44901024005$$

$$10r \approx 0,39884484$$

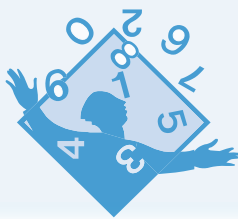
$$r \approx 0,39884484$$

Con estos datos se obtiene un promedio de  $r \approx 0,0303$ . El o la docente puede verificar que es posible hacer este cálculo de "r" con otros valores de "t".

Se obtiene así una relación que modela el crecimiento de la fuerza de trabajo en Costa Rica, a partir de la población inicial de 1994, que es considerada como una función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ; cuya variable independiente es  $t$  y cuya variable dependiente es la fuerza de trabajo que se obtiene al finalizar los  $t$  años que han pasado:

$$f(t) = 1187005e^{0,0303t}$$





## Hoja de trabajo 1

### La población que necesitamos

Para aproximar el crecimiento de una población se utilizan diferentes fórmulas matemáticas. Una de ellas es la siguiente:

$$P = P_0 e^{rt}$$

donde  $P_0$  = población inicial;  $r$  = tasa de crecimiento;

$t$  = tiempo en años;  $P$  = población en el momento  $t$ .

Utilizando esa fórmula y basándose en los datos que proporciona el *Informe Estado de la Nación* sobre el crecimiento de la población de Costa Rica, en los últimos años, se ha obtenido una relación que modela el crecimiento de la población en Costa Rica, a partir de la población inicial de 1994. Esta relación se considerará una función,  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ; cuya variable independiente es " $t$ " y cuya variable dependiente es la población que se obtiene al finalizar los  $t$  años que han pasado, a saber:

$$f(t) = 3372604e^{0,0255t}$$

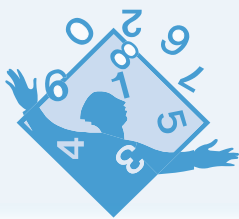
$$f(t) = 1187005e^{0,0303t}$$

Utilizaremos esta función para analizar el comportamiento de nuestra población.

Reúnase en grupo con sus compañeros y compañeras y contesten cada una de las preguntas que se les plantean.

Luego, en plenaria, se revisará y se defenderá cada una de las respuestas. Debe suponer que el crecimiento de la población no se verá afectado por epidemias, guerras, etc.

- 1) ¿Cuál será, aproximadamente, la población del país en el año 2010? Recuerde que la función ha sido obtenida a partir de la población de 1994 y que " $t$ " corresponde a los años transcurridos a partir de ese momento.
- 2) ¿En qué año se alcanzará una población de 10 millones de habitantes?
- 3) ¿Es posible hablar de una población de "0" habitantes? Justifique su respuesta matemáticamente.
- 4) ¿Cuál fue, aproximadamente, la población en 1974?
- 5) ¿Cuánto crecerá, en número, la población en los próximos cinco años?
- 6) ¿Cuánto crecerá, en número, la población entre los años 2007 y 2015?
- 7) ¿En qué año habrá una población igual al doble de la del 2004?
- 8) ¿Cree usted que Costa Rica tiene en este momento un problema de sobre-población? ¿Por qué?



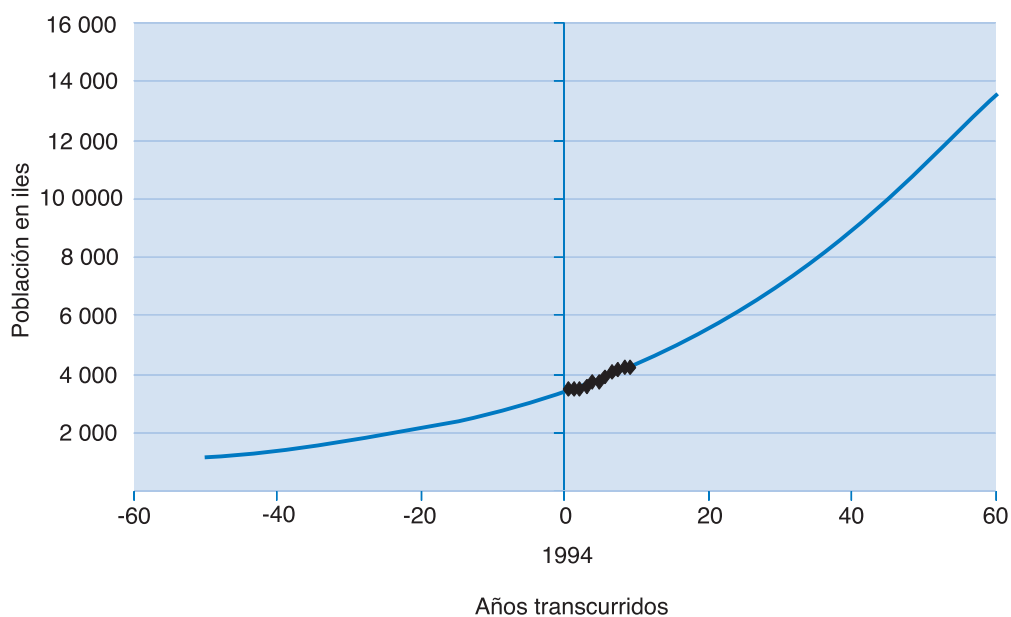
## Hoja de trabajo 2

### La población que necesitamos

A continuación se presenta una gráfica elaborada con el programa Excel, con base en los datos proporcionados por el *Informe Estado de la Nación*.

Con el mismo programa es posible proyectar la gráfica hacia el pasado o hacia el futuro. Observe la gráfica que se ha proyectado 50 años al pasado (1944) y 50 años al futuro (2044), a partir del instante inicial, 1994.

**Gráfico 2.2. Población de Costa Rica**



Sobre el eje de las abscisas se coloca la variable independiente, es decir, la cantidad de años transcurridos; si se ha considerado 1994 como año inicial, este se relaciona con el "0".

Sobre el eje de las ordenadas se coloca la variable dependiente, en este caso la población. El intervalo resaltado en la gráfica corresponde a valores dados, es decir, población real durante los años 1994-2005, según los datos del *Informe Estado de la Nación*.

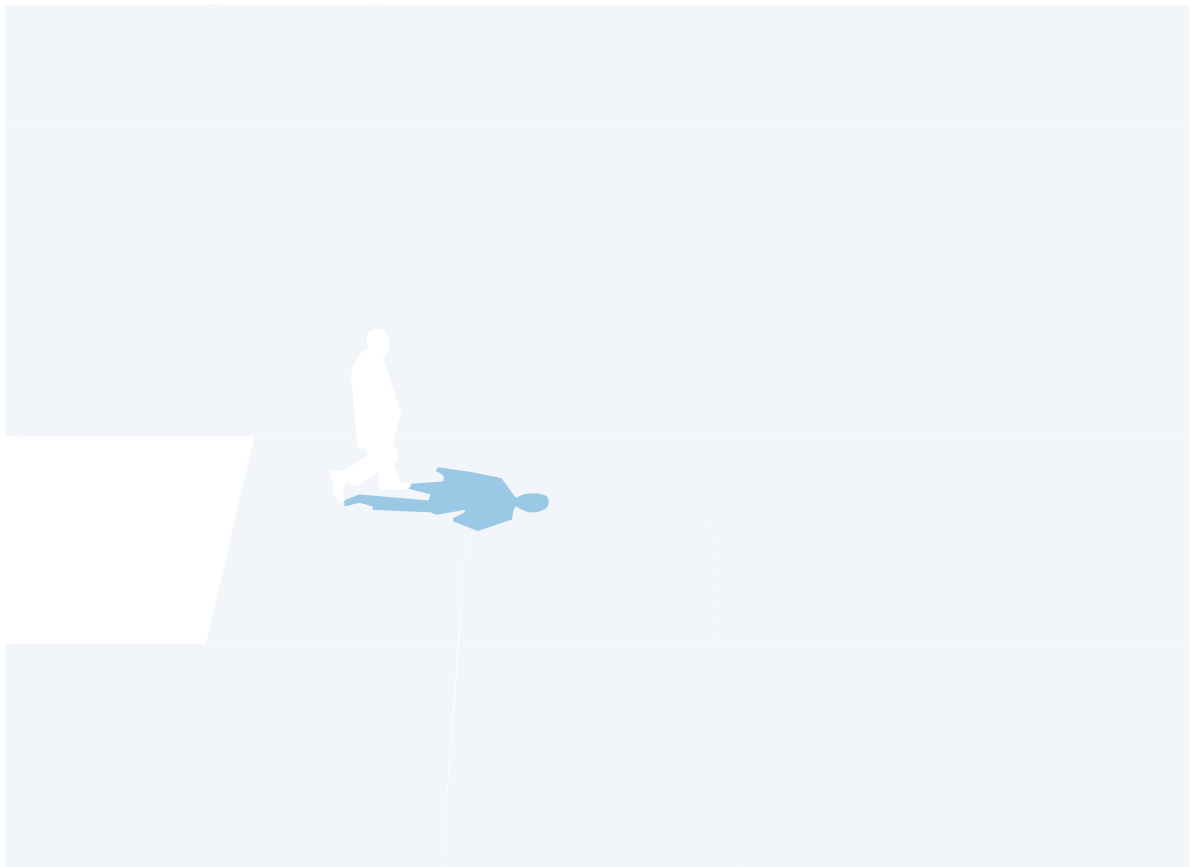
Si en el eje de las "x" se coloca la cantidad de años transcurridos, y 1994 es el año inicial, el dato "40" significa

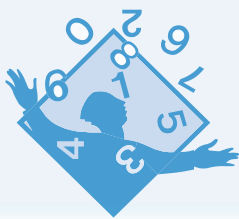
40 años después de 1994, esto es, el año 2034. En el eje "y" se coloca la población correspondiente, por lo que una posible conclusión es que en el año 2034 se observa una población de más de 8 millones de habitantes.

Según los datos de la gráfica 2.2. responda:

- 1) Observe las preimágenes negativas. ¿Qué signo tienen sus imágenes? ¿Qué significan los valores negativos en el eje de las "x"? ¿Tiene sentido, dentro de la situación representada, considerar imágenes negativas? Justifique.

- 2) Si el dominio de esta función se restringiera a  $\mathbb{R}^-$ , ¿cuál es el ámbito que le corresponde?
- 3) ¿Entre cuáles años es posible hablar de una población de entre 6 y 8 millones? Es decir, si el ámbito se restringe al intervalo  $[6\ 000\ 000, 8\ 000\ 000]$ , ¿cuál es, aproximadamente, el dominio?
- 4) Observe que el ámbito de la función es  $\mathbb{R}^+$ . ¿Cómo se interpreta ese dato en la situación planteada?
- 5) De acuerdo con la función que representa el crecimiento de la población, ¿es posible afirmar que, en algún momento de la historia, la población pudo ser de 0 (cero) habitantes? Justifique matemáticamente.
- 6) Analice con sus compañeros y compañeras situaciones hipotéticas que podrían ocurrir para que la población proyectada a futuro no coincidiera con la del gráfico 2.2. ¿Qué podría hacer usted para evitar algunas de estas situaciones?





## Hoja de trabajo 3

### La población que necesitamos

La fórmula  $P = P_0 e^{rt}$ , puede usarse para calcular el crecimiento de la fuerza de trabajo.

Utilizando esa fórmula y basándose en los datos que proporciona el *Informe Estado de la Nación* sobre el crecimiento de la fuerza de trabajo en Costa Rica, en los últimos años, se ha obtenido una relación que modela el crecimiento de la fuerza de trabajo en Costa Rica, a partir de la población inicial de 1994. Esta relación se considerará una función,  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ; cuya variable independiente es "t" y cuya variable dependiente es la fuerza de trabajo que se obtiene al finalizar los t años que han pasado, a saber:

$$f(t) = 1187005e^{0,0303t}$$

Utilizaremos esta función para analizar el comportamiento de nuestra fuerza de trabajo.

Reúnase en grupo con sus compañeros y compañeras y contesten cada una de las preguntas que se les plantean.

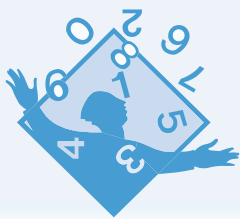
Luego, en plenaria, se revisará y se defenderá cada una de las respuestas. Debe suponer que el crecimiento de la fuerza de trabajo no se verá afectado por epidemias, guerras, etc.

Use la función obtenida para responder a los siguientes planteamientos:

- 1) ¿Cuál será, aproximadamente, la fuerza de trabajo en el año 2010? Recuerde que la función ha sido obtenida a partir de la fuerza de trabajo de 1994 y que "t" corresponde a los años transcurridos a partir de ese momento.
- 2) ¿En qué año se alcanzará una fuerza de trabajo de aproximadamente 3 millones de personas?
- 3) ¿Es posible hablar de una fuerza de trabajo de "0" personas? Justifique su respuesta matemáticamente.
- 4) ¿Cuál fue, aproximadamente, la fuerza de trabajo en 1970?
- 5) ¿Cuánto crecerá, en número, la fuerza de trabajo en los próximos diez años?
- 6) ¿Cuánto crecerá, en número, la fuerza de trabajo entre los años 2015 y 2020?
- 7) La fuerza de trabajo, ¿tiende a crecer o a decrecer?

## Glosario

**Fuerza de trabajo.** Conjunto de población de 12 años y más de edad que, en un período de referencia se encuentra económicamente ocupada o desocupada.



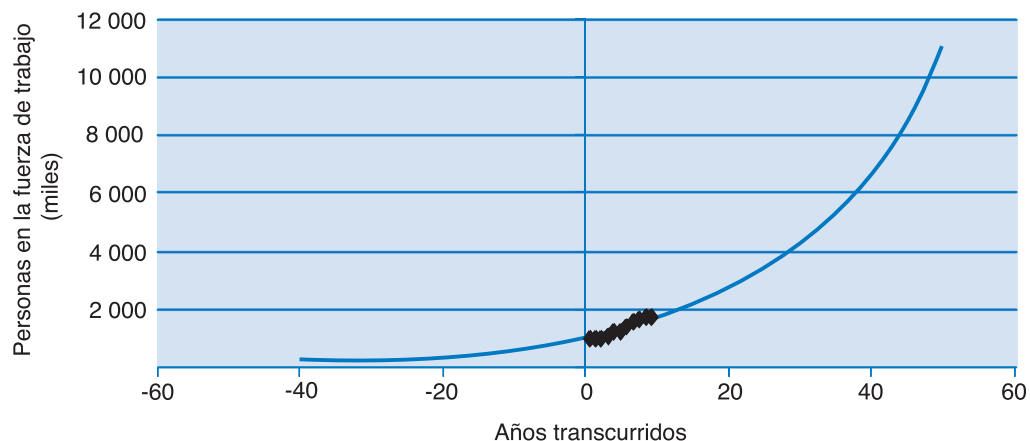
## Hoja de trabajo 4

### La población que necesitamos

A continuación se presenta una gráfica elaborada con el programa Excel, con base en los datos proporcionados por el *Informe Estado de la Nación*.

Con el mismo programa es posible proyectar la gráfica hacia el pasado o hacia el futuro. Observe la gráfica que se ha proyectado 40 años al pasado (1954) y 40 años al futuro (2034), a partir del instante inicial, 1994.

**Gráfica 2.3. Fuerza de trabajo en Costa Rica**

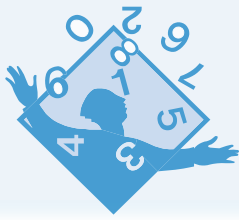


En el eje de las "x" se colocó la variable independiente, a saber, la cantidad de años transcurridos, y en el eje de las "y", la variable dependiente, esto es, la fuerza laboral. El intervalo resaltado en la gráfica corresponde a valores dados, es decir, fuerza laboral real durante los años 1994-2004, según el *Informe Estado de la Nación*.

De acuerdo con los datos de la gráfica 2.3. responda:

- 1) Para un dominio restringido a  $\mathbb{R}^-$ , ¿cuál es el ámbito que le corresponde? En la situación representada, ¿qué significan los valores negativos en el eje de las "x"? ¿Es posible considerar imágenes negativas? Justifique.
- 2) ¿Entre cuáles años es posible hablar de una fuerza de trabajo de entre 4 y 5 millones? Es decir, si el ámbito se restringe al intervalo  $[4\ 000\ 000, 5\ 000\ 000]$ , ¿cuál es aproximadamente el dominio?

- 3) Observe que el ámbito de la función es  $\mathbb{R}^+$ . ¿Cómo se interpreta ese dato en la situación planteada?
- 4) ¿Es posible afirmar que en algún momento de la historia, la fuerza de trabajo es de 0 (cero) personas? Justifique matemáticamente.
- 5) Si la fuerza de trabajo mantiene el comportamiento representado, ¿coincidirá en algún momento con la población general? Plantee una hipótesis y justifique matemáticamente.
- 6) Analice con sus compañeros y compañeras situaciones hipotéticas que podrían ocurrir para que la fuerza de trabajo proyectada a futuro no coincidiera con la del gráfico.
- 7) Si estuviera en sus manos, ¿qué estrategias desarrollaría para mejorar las condiciones laborales de la población?



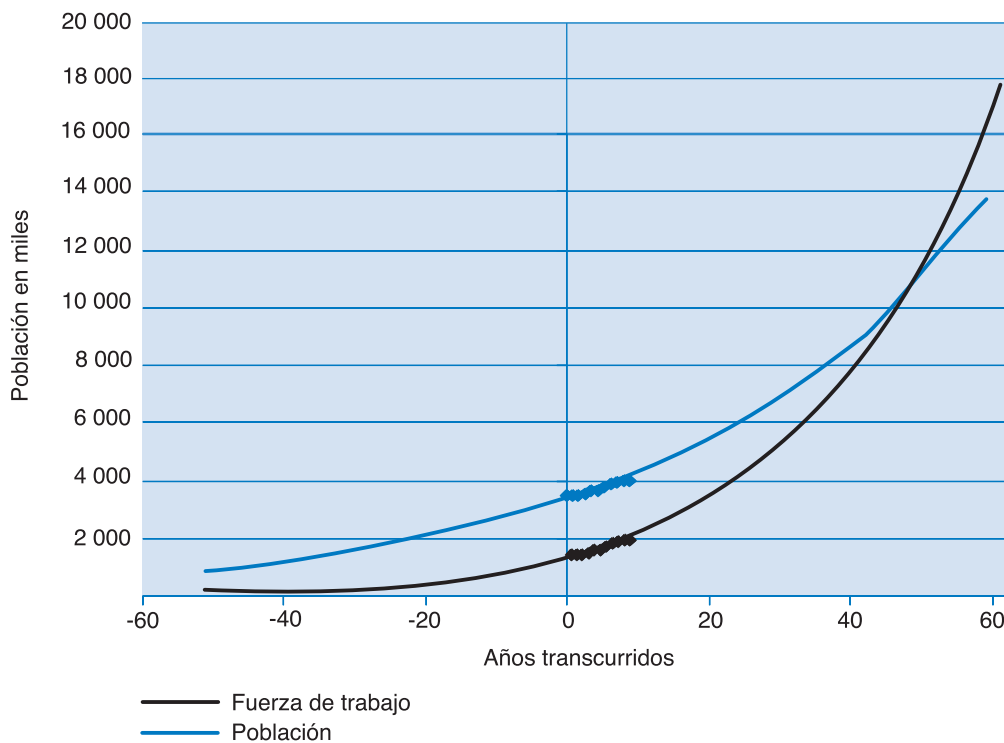
## Hoja de trabajo 5

### La población que necesitamos

A continuación se presenta una gráfica elaborada con el programa Excel, haciendo uso de los datos proporcionados por el *Informe Estado de la Nación*. El mismo programa hace una aproximación del criterio de la función exponencial que representa la situación planteada.

Se presentan los datos de la población *versus* la fuerza de trabajo, en Costa Rica.

**Gráfica 2.4. Población versus fuerza de trabajo, en Costa Rica, entre 1994 y 2004, con una proyección de 40 años atrás y 40 años adelante**



- 1) Analice la gráfica 2.4. compare la línea que representa el crecimiento de la población con la correspondiente a fuerza de trabajo y plantee al menos tres conclusiones.
- 2) Analice el comportamiento de ambas funciones, a partir de sus gráficas, después de transcurridos 40 años, y plantee al menos una conclusión.
- 3) ¿Cómo se interpreta el punto de intersección de las dos líneas? ¿Es posible determinar dicho punto?

# Condiciones para vivir mejor

Nivel: 8°

Contenido matemático:

- ❖ Valor numérico de una expresión algebraica.

Objetivo programático:

- ✓ Determinar el valor numérico de una expresión algebraica.

Objetivo específico:

- ✓ Calcular el valor numérico de una expresión algebraica, asociada a una situación de la vida cotidiana.

*Tema transversal*

- ❖ Cultura ambiental para el desarrollo sostenible.



## Contexto nacional

### *Crecimiento urbano en Costa Rica*

De ser una sociedad mayoritariamente rural, en los últimos cuarenta años Costa Rica pasó a ser una sociedad eminentemente urbana. Entre 1973 y el 2000 la población pasó de 1 871 780 habitantes a 3 810 179, y su densidad por kilómetro cuadrado se duplicó, de 36,6 a 74,6. En el mismo período, el porcentaje de pobladores urbanos pasó de 43% a 59%. La mayor parte de este crecimiento se concentró en lo que hoy se conoce como la Gran Área Metropolitana (GAM), que tiene una extensión de 1778 km<sup>2</sup> y abarca desde Paraíso (provincia de Cartago) al este, hasta Atenas (provincia de Alajuela) en el oeste.

Hoy la GAM alberga a 2 016 319 personas, que representan el 53% del total nacional, concentra poco más de la mitad de la población económicamente activa (PEA) y una tercera parte de las viviendas con necesidades básicas insatisfechas de algún tipo. En el año 2000, la densidad de población en esta zona era de 1134 habitantes por kilómetro cuadrado, proporción que aumentaba significativamente, a niveles de 20 000 personas por kilómetro cuadrado, en las áreas que concentran poblaciones pobres (Programa Estado de la Nación, 2004). El desarrollo urbano se ha generado alrededor de cuatro núcleos centrales: San José, Alajuela, Heredia y Cartago, pero debido a la falta de planificación y control este crecimiento ha sido lineal, es decir, se ha dado a lo largo de las carreteras, sin cuadrantes definidos por vías longitudinales y transversales que permitan la redundancia del sistema vial (Pujol, 2003).

El crecimiento de la población en la GAM ha provocado a la vez una serie

de presiones sobre el uso del suelo y los recursos naturales. El número de permisos de construcción de edificios y viviendas otorgados por año en todo el país pasó de 20 843 en 1994, a 33 061 en el 2005. Solo entre 2004 y 2005, el área de construcción creció un 12,1%, al pasar de 2 723 683 m<sup>2</sup> a 3 053 300 m<sup>2</sup> (INEC, 2006). La expansión del uso habitacional del suelo ha sido desordenada, ha incrementado los problemas para la recarga de acuíferos y ha generado saturación de los cauces de los ríos por exceso de escorrentía. A lo largo del territorio nacional, el número de viviendas en zona urbana pasó de 330 833 en 1994 a 666 126 en el 2005. Dentro de la zona de construcción, la tendencia entre 1992 y 2000 fue una disminución dramática del bosque no protegido; tal como indica el informe GEO del 2006, "de ocho zonas de vida principales en la GAM, hay tres donde los remanentes boscosos se han perdido casi por completo, sobre todo en el caso del bosque húmedo premontano" (Mivah et al., 2006). La expansión acelerada de la mancha urbana en la GAM durante el período 1975-2005, se concentró principalmente hacia cantones como Escazú y Santa Ana en la provincia de San José; Belén, Flores, San Pablo, San Rafael y el cantón central en la provincia de Heredia, y Alajuela centro. Hacia el este de la capital el crecimiento se ha concentrado en Coronado, Goicoechea, La Unión y Desamparados. Cartago también presenta una fuerte expansión urbana.

Este crecimiento ha sido acompañado por una mayor generación de residuos sólidos, un notable incremento del parque automotor y contaminación del aire y los recursos hídricos (especialmente por el uso de tanques sépticos en zonas residenciales crecientes). Esto se da sobre todo en el norte de la GAM,

donde el crecimiento no implica una ampliación de la infraestructura sanitaria (Mivah et al., 2006). Todos estos problemas ocurren, además, en un contexto institucional fragmentado y con poca planificación. Hoy existen 27 leyes

que dan competencias a 22 instituciones para el ordenamiento territorial del país (Mivah et al., 2006).

*Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*

## Glosario

**Densidad poblacional.** Es la población total de una determinada área geográfica, dividida entre la extensión en kilómetros cuadrados del lugar (provincia, cantón o distrito).

**Escorrentía.** Corriente de agua que se vierte al rebasar su depósito o cauce natural o artificial.

**Población económicamente activa (PEA).** Población en edad y condiciones de trabajar.

**Zona de vida.** Conjunto de especies vegetales que comparten fisonomía (formas) y estructuras particulares, y que se desarrollan en condiciones de temperatura y precipitación también particulares. La semejanza entre ellas en cuanto a estas características, es lo que permite clasificarlas como grupo.

## Propuesta de abordaje

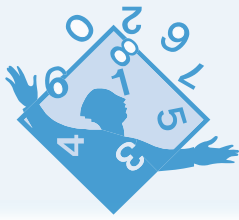
El Álgebra es una parte de la Matemática que ayuda a comprender el entorno y con ello lograr transformaciones. El conocimiento de sus leyes permite acceder a otros conocimientos que son parte de nuestra realidad.

Uno de los primeros pasos para trabajar con las leyes algebraicas es conocer qué son las expresiones algebraicas, es decir, hacer uso del lenguaje algebraico en situaciones particulares, ello es manipulando el valor numérico.

En esta actividad se utilizan datos del *Duodécimo Informe Estado de la Nación*,

para determinar el valor numérico de una expresión algebraica relacionada con la población urbana costarricense y la densidad poblacional.

Se presentan algunos ejercicios que se pueden resolver individualmente o en grupo; en todo caso, lo esencial es la reflexión (grupal o individual) en la que se repiensen y se comparten los procesos seguidos para la solución de los ejercicios, además de la discusión de las preguntas planteadas.



## Hoja de trabajo

### Condiciones para vivir mejor

Responda individualmente cada una de las preguntas que se le plantean a continuación. Justifique cada una de sus respuestas.

- 1) La expresión algebraica "ab" representa la cantidad de pobladores urbanos costarricenses en 1973, en donde "a" es la población de Costa Rica, y "b" la parte que representa a los pobladores urbanos. Si en 1973 la población en Costa Rica era de 1 871 780 habitantes y de ellos, aproximadamente  $\frac{2}{5}$  partes eran pobladores urbanos, ¿cuál era en 1973 la cantidad de pobladores urbanos?
- 2) Si "a", "b" y "c" son variables, usando la expresión  $\frac{ab}{c}$  determine la cantidad de pobladores urbanos según los datos que se proporcionan, en cada caso:
  - 2.1) En 1973 la población de Costa Rica era de 1 871 780 habitantes (a); de ellos 43 (b) de cada 100 (c) eran pobladores urbanos.
  - 2.2) En el 2000 la población en Costa Rica era de 3 810 179 habitantes (a); de ellos 59 (b) de cada 100 (c) eran pobladores urbanos.
  - 2.3) En el 2005 la población de Costa Rica era de 3 804 375 habitantes (a); de ellos 53 (b) de cada 100 (c) eran pobladores urbanos.
- 3) Con la expresión  $\frac{p}{q}$ , donde "p" representa la población y "q" representa la extensión territorial, se obtiene la densidad de la población, es decir la cantidad de habitantes por kilómetro cuadrado. Si la extensión del territorio para la región urbana es de 1778 km<sup>2</sup>, obtenga la densidad de población en 1973, en el 2000 y en el 2005.
- 4) Si la cantidad de pobladores en una región aumenta, ¿qué aspectos debe considerar el Gobierno para garantizar calidad de vida a sus habitantes? ¿Cuál puede ser su participación como ciudadano o ciudadana costarricense, para mejorar la calidad de vida en una zona cuya población aumenta constantemente?
- 5) ¿Es la densidad de población un factor que afecta la calidad de vida de las personas? Justifique.

## Glosario

**Densidad poblacional.** Es la población total de una determinada área geográfica, dividida entre la extensión en kilómetros cuadrados del lugar (provincia, cantón o distrito).

# Dos modos de ver las cosas

Nivel: 7°

Contenido matemático:

- ❖ Números racionales:
  - ✓ Notación decimal y notación fraccionaria de un número racional.

Objetivo programático:

- ✓ Caracterizar al conjunto de los números racionales.

Objetivo específico:

- ✓ Expresar números racionales en notación fraccionaria y notación decimal.

*Tema transversal*

- ❖ Educación para la salud.

## Contexto nacional

### *Transición demográfica costarricense*

Costa Rica se encuentra al final del proceso denominado transición demográfica. El paso de altas a bajas tasas de mortalidad y natalidad está por concluir. En el 2002 se registraron la mayor esperanza de vida y la menor fecundidad que hasta ese momento había tenido el país. Este fenómeno ya generó un impacto notable en la estructura por edad de la población, como lo confirmó el IX Censo de Población, del año 2000. Disminuyó la importancia relativa de los grupos de menor edad y creció la de los grupos en edades por encima de los treinta años, es decir, se dio un proceso de envejecimiento de la población.

Es difícil que en los próximos años ocurran disminuciones significativas en la mortalidad, que a su vez aumenten la alta esperanza de vida promedio de la que gozan las y los habitantes del país. Ello no significa que no se deben esperar mejoras; empero, puede afirmarse que los grandes cambios en la mortalidad y la supervivencia de las personas ya tuvieron lugar.

Es probable que la ya baja tasa de mortalidad infantil continúe descendiendo, particularmente como resultado de una serie de acciones coordinadas por el Ministerio de Salud Pública. Pero debe recordarse que, hoy en día, casi todos los nacidos vivos sobreviven hasta cumplir quince años (98%), mientras que en 1970 ese porcentaje era de 88%. Por el aumento en la supervivencia entre los 0 y los 15 años, desde fines de los setenta el tamaño de las cohortes depende en gran medida del número de nacimientos. En consecuencia, no importa cuán grandes sean los avances en la mortalidad infantil y en la niñez, no modificarán sustancialmente el ta-

maño de las cohortes. Por ejemplo, si la mortalidad infantil hubiera sido de 6 muertes por mil nacidos vivos en el 2003, ello habría implicado la supervivencia adicional de 300 personas, de un total de casi 73 000 nacidos vivos.

Un segundo factor que incidió en el incremento de la esperanza de vida fue la extraordinaria reducción de la mortalidad adulta (entre los 50 y los 79 años), que en las últimas décadas descendió a niveles comparables o inferiores a los de países desarrollados (Rosero, 1996). Esta reducción fue particularmente intensa en los años cincuenta y estuvo asociada a la extensión en la educación y el saneamiento básico, así como a mejoras en la atención hospitalaria. Una parte importante de este descenso se debió a la disminución de las muertes por infecciones respiratorias agudas, malaria y tuberculosis. En los años ochenta, cuando la mortalidad infantil decrecía lentamente, la mortalidad de adultos registró una notable disminución. En general, no parece haber durante las últimas décadas una correspondencia directa entre las circunstancias socioeconómicas y el descenso de la mortalidad adulta. Esto obedece al hecho de que las muertes en edad adulta, a diferencia de la mortalidad infantil, están relacionadas con riesgos que se asocian a estilos de vida y comportamientos individuales, tales como la obesidad, el sedentarismo, el tabaquismo y los accidentes de tránsito (Rosero, 1996).

Aquí también hay poco margen para la mejora. De cada cien personas que cumplían 65 años en 1970, un 45% sobrevivía hasta cumplir los 80; en el 2003 sobrevivió un 66%. Es difícil que se registren aumentos de igual importancia, o con la misma rapidez, en el promedio de años que vive la población después de cumplir 65 y 80 años

de edad. Se pueden registrar avances si se logra disminuir la incidencia de algunas enfermedades crónicas y las muertes violentas. Los efectos de estas mejoras, sin embargo, serían reducidos. La mitad de las muertes en el país ocurre después de los 70 años, incluso un 30% se produce después de los 80 años. El margen de progreso es, por el momento, estrecho, si se compara con países con mayor esperanza de vida. Así por ejemplo, en el 2000 en Japón la esperanza de vida al nacer era de 77,64 años para los hombres y 84,62 para las mujeres; esto es 1,40 y 3,97 años más que en Costa Rica, respectivamente. La esperanza de vida en el mismo país a la edad de 65 era de 17,43 años para los hombres y 22,44 para las mujeres, o sea, 0,25 años menos para los hombres y 2,5 años más para las mujeres con respecto a Costa Rica.

Finalmente, como se señaló en el *Noveno Informe Estado de la Nación* (2003), Costa Rica ha entrado en una fase de

crecimiento demográfico lenta, si no inciden en él otros factores. Hoy tiene un nivel de fecundidad de reemplazo (tasa global de fecundidad de 2,1 hijos por mujer, el mínimo necesario para que la población se renueve a sí misma en ausencia de migración). Pero, al igual que en la mortalidad, los grandes cambios en el número de hijos que tiene cada mujer se dieron hace décadas. El descenso fuerte de la fecundidad, uno de los más rápidos en el mundo, ocurrió entre 1960 y 1976, cuando la tasa pasó de 7,3 a 3,7 hijos por mujer. Esto, sin embargo, no significa que la población dejará de crecer. Aun cuando las mujeres tienen menos hijos durante su vida reproductiva, el número de ellas en edad de procrear aumentará por aproximadamente unos veinte años más, debido a la evolución de la natalidad en las décadas previas.

*Fuente: Décimo Informe Estado de la Nación, 2004.*

## Glosario

**Cohorte.** Grupo de personas que participan en la misma actividad o acontecimiento por un período determinado. En educación, específicamente, se refiere a un grupo de alumnos y alumnas (que no necesariamente tienen la misma edad) que ingresan al primer año de estudios de la enseñanza primaria o secundaria en un año determinado.

**Esperanza de vida al nacer.** Número de años que viviría un recién nacido si los patrones de mortalidad vigentes en el momento de su nacimiento permanecieran estáticos durante toda su vida.

**Fecundidad de reemplazo.** Se da cuando en una población nacen en pro-

medio dos hijos por mujer, es decir, el reemplazo de sus padres.

**Tasa de mortalidad infantil.** Indica el número de defunciones de niños y niñas menores de un año de edad, por cada mil nacimientos durante un mismo período.

**Transición demográfica.** Proceso mediante el cual las sociedades pasan de una situación caracterizada por altas tasas de mortalidad y fecundidad, a una situación de bajo crecimiento de la población, con bajas tasas de mortalidad y fecundidad.

## Propuesta de abordaje

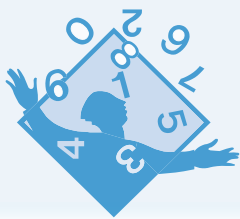
En nuestro diario vivir estamos rodeados de situaciones que se relacionan con las Matemáticas. A lo largo del tiempo las personas han ido afrontando diversas necesidades y han desarrollado distintas formas de satisfacerlas. Un ejemplo de esto fue la invención de los sistemas de numeración.

Los números racionales son una expresión más del ingenio humano, que con ellos satisfizo la necesidad de representar situaciones que no era posible representar con los números enteros.

En esta actividad, mediante enunciados relacionados con el tema de la esperanza de vida en Costa Rica, las y los estudiantes ponen en práctica el concepto de número racional y sus respectivas notaciones.


$$\frac{1}{2}$$


$$\frac{1}{4}$$



## Hoja de trabajo

### Dos modos de ver las cosas

En la tabla siguiente se presentan situaciones relacionadas con los temas de esperanza de vida y salud, con datos provenientes del *Duodécimo Informe Estado de la Nación*.

Complete la tabla. Exprese en notación fraccionaria y decimal la razón matemática que se evidencia en cada una de las siguientes situaciones. Además, conteste las preguntas que se le plantean.

Enunciado	Expresión fraccionaria	Expresión decimal
1) Aproximadamente dos de cada tres de las muertes en Costa Rica corresponden a personas mayores de 60 años.		
Según el <i>Décimo Informe Estado de la Nación</i> , las muertes en edad adulta están relacionadas con riesgos que se asocian a estilos de vida y comportamientos individuales, tales como la obesidad, el sedentarismo, el tabaquismo y los accidentes de tránsito. En este sentido, usted como joven ¿de qué manera puede prevenir estos riesgos?		
2) Las muertes de hombres de 65 años y más, representan 37 de cada 100 de las muertes masculinas en el país.		
El promedio de años que vive la población después de cumplir 65 y 80 años de edad puede aumentar si se logra disminuir la incidencia de algunas enfermedades crónicas y las muertes violentas. Entre las muertes violentas se registran los accidentes de tránsito. ¿Qué recomendaciones daría usted a los adultos mayores para prevenir los accidentes de tránsito?		
3) En la atención integral a mujeres embarazadas la cobertura es prácticamente la misma desde hace 5 años, alrededor de 8 de cada 10 mujeres.		
Comente sobre la importancia del control prenatal de las mujeres embarazadas.		
4) Únicamente la vigésima parte de las muertes corresponde a niños y niñas menores de 5 años.		
5) La mortalidad infantil ha disminuido a niveles por debajo de diez muertes por cada mil nacidos vivos.		
La mortalidad infantil ha venido descendiendo, particularmente como resultado de una serie de acciones coordinadas por el Ministerio de Salud Pública, entre ellas los programas de vacunación. ¿Conoce usted la situación de sus vacunas?		



Los datos presentados en las situaciones anteriores se relacionan con la esperanza de vida y la mortalidad, que son reflejo de la calidad de vida de las y los costarricenses. Reflexione sobre los siguientes aspectos:

- 1) ¿Qué entiende usted por calidad de vida?
- 2) ¿Qué prácticas realiza usted para mantener una buena calidad de vida?
- 3) Mencione algunas prácticas que NO favorecen el disfrute de una vida con calidad.

## Glosario

**Control prenatal.** Se denomina control prenatal al cuidado de la salud de la madre y el niño por nacer. Tiene como finalidad obtener un niño sano, nacido en término (a los nueve meses), de peso normal y que la madre se encuentre sana y en condiciones de criar a su niño.

**Mortalidad infantil.** Muertes ocurridas durante el primer año de vida. Es un fenómeno de especial significado epidemiológico y demográfico, por cuanto refleja en gran medida las condiciones de vida de una población.

# Matemáticas alentadoras para la sociedad costarricense

Nivel: 8°

Contenido matemático:

- ❖ Álgebra:
  - ✓ Lenguaje algebraico.

Objetivo programático:

- ✓ Resolver problemas de situaciones, hechos y fenómenos de la cultura cotidiana, con ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Objetivo específico:

- ✓ Expresar situaciones, hechos y fenómenos de la vida cotidiana haciendo uso del lenguaje algebraico.

*Temas transversales*

- ❖ Educación para la salud.
- ❖ Vivencia de los derechos humanos para la democracia y la paz.

## Contexto nacional

### **Avance hacia la universalización de la seguridad social**

Gozar de buena salud es requisito indispensable para que las personas tengan una vida larga y sana, para que sean y hagan aquello que valoran. Respecto a esta aspiración básica del desarrollo humano, el *Informe Estado de la Nación* examina los resultados obtenidos por el país en términos del estado de la salud de la población y el desempeño del sistema de atención a la salud, teniendo como referencia, para este último, sus principios constitutivos, a saber: universalidad en la cobertura, equidad en el acceso y solidaridad en el financiamiento, que deben garantizar la sostenibilidad financiera.

Un principio básico sobre el cual el sistema de seguridad social del país sustenta su modelo de atención es el de la universalidad, que plantea el acceso de toda la población a los servicios que presta el seguro social, con lo cual se reconoce la salud como un derecho fundamental de las personas. La puesta en práctica de este principio ha sido realizada bajo el control de los administradores del seguro de salud, de tal manera que los únicos servicios que se brindan independientemente de la condición de aseguramiento son los de urgencias y, más bien, a lo largo de su historia la Caja Costarricense de Seguro Social (CCSS) ha ido desarrollando estrategias y mecanismos efectivos para extender la cobertura contributiva a toda la población (Rodríguez, 2006).

Según datos de la CCSS, en 2005 el seguro de salud tenía una cobertura contributiva del 87,6% de la población, 0,2 puntos porcentuales menos que en 2004. Por condición de aseguramiento, el 24,7% eran asegurados directos, el

12,2% por cuenta del Estado, el 6,3% pensionados, el 44,4% tenía seguro familiar y el 12,4% no estaba asegurado. Visto desde la población económicamente activa (PEA), el seguro de salud cubría al 55,0% del total, el 61,0% de la PEA asalariada y el 45,3% de la no asalariada. Es notable el aumento en la cobertura de la PEA no asalariada, que fue de 6,1 puntos entre 2004 y 2005. Estos datos reflejan el esfuerzo que está realizando la institución para captar a los trabajadores independientes, como parte de una política institucional que busca fortalecer la cotización en los seguros de salud y de pensiones (CCSS, 2006b).

El seguro de pensiones mostró un incremento en los trabajadores asegurados del 7,6% entre 2004 y 2005, para un total de 934 241 trabajadores asegurados. Sin embargo, la cobertura es de apenas un 46,8% de la PEA total (56,2% asalariada y 26,4% no asalariada). Al igual que en el seguro de salud, es importante el aumento que tuvo la cobertura de la PEA no asalariada (18,5%), aunque en el seguro de pensiones el crecimiento fue mayor.

A diciembre de 2005, los asegurados directos en el seguro de salud ascendían a 1 095 187 personas, 6,9% más que en 2004. Los trabajadores asalariados, especialmente del sector privado, aumentaron en 42 394 personas. Sin embargo, es notable el crecimiento de 13,5% que experimentaron los asegurados por cuenta propia. Los asegurados por cuenta del Estado en el seguro de salud son personas en condición de pobreza o vulnerabilidad que tienen cobertura con financiamiento del Estado. Este esquema surgió en 1973 y fue objeto de una reforma en 1984; desde entonces ha tenido una cobertura promedio del 11% de la población

nacional, con una caída entre 1993 y 1995, aunque en años recientes se ha incrementado a un ritmo promedio del 12% anual. La CCSS estima que, en el

2005, 523 903 personas tenían derecho a estar aseguradas por el Estado.

*Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*

## Glosario

**Asegurado directo.** Asegurado que, en virtud del pago de cuotas, genera derechos en el seguro de salud, tanto para sí mismo como para sus familiares. Dentro de esta denominación están incluidos los asegurados directos pensionados, los asegurados por cuenta del Estado y los asegurados voluntarios.

**Asegurados por cuenta propia.** Incluye a trabajadores independientes que voluntariamente se afilian a la seguridad social.

**Asegurado por el Estado.** Asegurado directo o familiar que adquiere esa condición por su imposibilidad para cubrir las cotizaciones del seguro de salud. Las cotizaciones de estos asegurados son cubiertas por el Estado, mediante un mecanismo especial de financiamiento, basado en núcleos familiares.

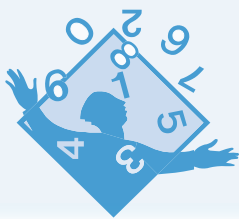
**Población económicamente activa (PEA).** Población en edad y condiciones de trabajar.

## Propuesta de abordaje

La palabra "álgebra" se deriva del árabe *al-jabr* y su significado se relaciona con los conceptos de "simplificación" o "restauración". Existen innumerables situaciones de índole científica, tecnológica y del quehacer cotidiano que pueden ser representadas mediante expresiones algebraicas. El lenguaje matemático se utiliza en muchas ocasiones para expresar situaciones,

hechos y fenómenos de la vida cotidiana.

En este ejercicio las y los estudiantes elaboran expresiones algebraicas, las relacionan con conceptos y situaciones de índole social, específicamente de la seguridad social, y además reconocen su derecho de acceso a la seguridad social, bajo el principio de universalidad de ese sistema.



## Hoja de trabajo

### Matemáticas alentadoras para la sociedad costarricense

En los ejercicios que se proponen en esta "Hoja de trabajo" se utilizan conceptos y situaciones de índole social relacionadas con la seguridad social en nuestro país.

A continuación se le plantea una serie de enunciados. Para cada uno de ellos usted deberá identificar y definir la variable presente y, posteriormente, expresar dicha situación a través de una ecuación.

- 1) La cantidad de asegurados directos del año 2005 supera la de los asegurados directos del 2004 en 75 187 personas.
- 2) La diferencia de los asegurados por cuenta propia entre el año 2005 y el 2004 corresponde a 18 416.
- 3) La cantidad de trabajadores que cotizan para el seguro de pensiones experimentó un aumento de 7,6% en el año 2004 y este aumento equivale a 65 987 trabajadores.
- 4) La CCSS estimó que en el año 2005 aproximadamente las  $\frac{12}{100}$  partes de la población nacional tenía derecho a estar asegurada por el Estado y su número era igual a 523 903 personas.
- 5) Si a la población total del país se le disminuye en 4 294 284, cantidad que representa la población cubierta por el seguro de salud, obtenemos como resultado 31 524 (datos del año 2005).
- 6) Reflexione sobre los siguientes aspectos:
  - 6.1) Si usted fuera un trabajador y su patrono no lo quisiera asegurar, para no reportar su salario a la CCSS, entonces ¿qué debería hacer usted?, ¿se estaría violando algún derecho?
  - 6.2) ¿Por qué es importante que todos los trabajadores y trabajadoras coticen a nuestro seguro social?
  - 6.3) Como usuario de los servicios que brinda el seguro social, ¿qué sugerencias daría para mejorarlo?

## Glosario

**Asegurado directo.** Asegurado que, en virtud del pago de cuotas, genera derechos en el seguro de salud, tanto para sí mismo como para sus familiares. Dentro de esta denominación están incluidos los asegurados directos pensionados, los asegurados por cuenta del Estado y los asegurados voluntarios.

**Asegurados por cuenta propia.** Incluye a trabajadores independientes

que voluntariamente se afilian a la seguridad social.

**Asegurado por el Estado.** Asegurado directo o familiar que adquiere esa condición por su imposibilidad para cubrir las cotizaciones del seguro de salud. Las cotizaciones de estos asegurados son cubiertas por el Estado, mediante un mecanismo especial de financiamiento, basado en núcleos familiares.

# El investigador privado

Nivel: 8°

Contenido matemático:

❖ Álgebra:

- ✓ Problemas que involucran, en su solución, una ecuación de primer grado con una incógnita.

Objetivo programático:

- ✓ Resolver problemas de situaciones, hechos y fenómenos de la cultura cotidiana, con ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Objetivos específicos:

- ✓ Utilizar el lenguaje matemático para construir ecuaciones de primer grado con una incógnita.
- ✓ Hacer uso de los procedimientos matemáticos necesarios para dar solución a ecuaciones de primer grado con una incógnita.

*Temas transversales*

- ❖ Educación para la salud.
- ❖ Vivencia de los derechos humanos para la democracia y la paz.

## Contexto nacional

### **Avance hacia la universalización de la seguridad social**

Gozar de buena salud es requisito indispensable para que las personas tengan una vida larga y sana, para que sean y hagan aquello que valoran. Respecto a esta aspiración básica del desarrollo humano, el *Informe Estado de la Nación* examina los resultados obtenidos por el país en términos del estado de la salud de la población y el desempeño del sistema de atención a la salud, teniendo como referencia, para este último, sus principios constitutivos, a saber: universalidad en la cobertura, equidad en el acceso y solidaridad en el financiamiento, que deben garantizar la sostenibilidad financiera.

Un principio básico sobre el cual el sistema de seguridad social del país sustenta su modelo de atención es el de la universalidad, que plantea el acceso de toda la población a los servicios que presta el seguro social, con lo cual se reconoce la salud como un derecho fundamental de las personas. La puesta en práctica de este principio ha sido realizada bajo el control de los administradores del seguro de salud, de tal manera que los únicos servicios que se brindan independientemente de la condición de aseguramiento son los de urgencias y, más bien, a lo largo de su historia la Caja Costarricense de Seguro Social (CCSS) ha ido desarrollando estrategias y mecanismos efectivos para extender la cobertura contributiva a toda la población (Rodríguez, 2006).

Según datos de la CCSS, en 2005 el seguro de salud tenía una cobertura contributiva del 87,6% de la población, 0,2 puntos porcentuales menos que en 2004. Por condición de aseguramiento, el 24,7% eran asegurados directos, el

12,2% por cuenta del Estado, el 6,3% pensionados, el 44,4% tenía seguro familiar y el 12,4% no estaba asegurado. Visto desde la población económicamente activa (PEA), el seguro de salud cubría al 55,0% del total, el 61,0% de la PEA asalariada y el 45,3% de la no asalariada. Es notable el aumento en la cobertura de la PEA no asalariada, que fue de 6,1 puntos entre 2004 y 2005. Estos datos reflejan el esfuerzo que está realizando la institución para captar a los trabajadores independientes, como parte de una política institucional que busca fortalecer la cotización en los seguros de salud y de pensiones (CCSS, 2006b).

El seguro de pensiones mostró un incremento en los trabajadores asegurados del 7,6% entre 2004 y 2005, para un total de 934 241 trabajadores asegurados. Sin embargo, la cobertura es de apenas un 46,8% de la PEA total (56,2% asalariada y 26,4% no asalariada). Al igual que en el seguro de salud, es importante el aumento que tuvo la cobertura de la PEA no asalariada (18,5%), aunque en el seguro de pensiones el crecimiento fue mayor.

A diciembre de 2005, los asegurados directos en el seguro de salud ascendían a 1 095 187 personas, 6,9% más que en 2004. Los trabajadores asalariados, especialmente del sector privado, aumentaron en 42 394 personas. Sin embargo, es notable el crecimiento de 13,5% que experimentaron los asegurados por cuenta propia. Los asegurados por cuenta del Estado en el seguro de salud son personas en condición de pobreza o vulnerabilidad que tienen cobertura con financiamiento del Estado. Este esquema surgió en 1973 y fue objeto de una reforma en 1984; desde entonces ha tenido una cobertura promedio del 11% de la población

nacional, con una caída entre 1993 y 1995, aunque en años recientes se ha incrementado a un ritmo promedio del 12% anual. La CCSS estima que, en el

2005, 523 903 personas tenían derecho a estar aseguradas por el Estado.

*Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*

## Glosario

**Asegurado directo.** Asegurado que, en virtud del pago de cuotas, genera derechos en el seguro de salud, tanto para sí mismo como para sus familiares. Dentro de esta denominación están incluidos los asegurados directos pensionados, los asegurados por cuenta del Estado y los asegurados voluntarios.

**Asegurados por cuenta propia.** Incluye a trabajadores independientes que voluntariamente se afilian a la seguridad social.

**Asegurados por el Estado.** Asegurado directo o familiar que adquiere esa condición por su imposibilidad para cubrir las cotizaciones del seguro de salud. Las cotizaciones de estos asegurados son cubiertas por el Estado, mediante un mecanismo especial de financiamiento, basado en núcleos familiares.

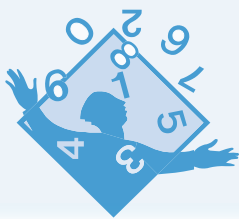
**Población económicamente activa (PEA).** Población en edad y condiciones de trabajar.

## Propuesta de abordaje

Cuando estamos frente a un problema es como si fuéramos un investigador: contamos con algunas pistas que debemos identificar y analizar para poder plantear una solución. El objetivo de esta actividad es construir expresiones algebraicas adecuadas, en las que se reflejen las relaciones existentes en

los enunciados. Por otra parte, el o la estudiante se pondrá en contacto con información real que enriquece sus conocimientos y da un valor agregado al ejercicio. Los datos empleados brindan una muestra de cómo, con el pasar de los años, ha aumentado la cobertura de la seguridad social en Costa Rica.





## Hoja de trabajo

### El investigador privado

A continuación se presenta una serie de problemas a los que usted debe encontrarles solución. Para ello, deberá identificar las incógnitas presentes y establecer con ellas las expresiones algebraicas necesarias para resolver el problema.

Plantear y resolver ecuaciones es una de las principales habilidades que se debe aprender en el estudio de las Matemáticas. En general, se trata de encontrar valores desconocidos que deben satisfacer ciertas condiciones. Halle esos valores en los siguientes casos:

- 1) El doble de los asegurados directos en el año 2005 disminuido en 90 374 equivale a 2 100 000. ¿Cuál era la cantidad de asegurados directos en el año 2005?
- 2) La suma de los asegurados directos por cuenta propia de los años 2005 y 2004 es 290 370 y su diferencia corresponde a 18 416. ¿Cuál es la cantidad respectiva de asegurados para cada año?
- 3) Si 65 987 trabajadores se integraron al seguro de pensiones, lo que significó un aumento del 7,6% durante el año 2004, entonces, ¿cuántos trabajadores cotizaban para ese seguro antes del aumento?
- 4) La CCSS estima que 536 349 personas están aseguradas por cuenta del Estado. Si a esa cantidad se le suma el triple de las personas con ingresos ligeramente superiores a la línea de pobreza que no están aseguradas obtenemos un total de 967 212 personas. Entonces, ¿qué cantidad de personas no están aseguradas?
- 5) ¿Desea saber cuántas mujeres son amas de casa en nuestro país? Afronte ese reto. Las mujeres amas de casa aseguradas superan en 489 995 a las amas de casa no aseguradas. Además, diez veces el número de amas de casa no aseguradas disminuido en 32 333 es igual al total de mujeres dedicadas al hogar sin remuneración (amas de casa con o sin seguro).
- 6) Reflexione sobre los siguientes aspectos:
  - 6.1) ¿A qué se refiere el principio de universalidad de la seguridad social?
  - 6.2) Para usted, ¿qué beneficios tiene la seguridad social?

## Glosario

**Asegurado directo.** Asegurado que, en virtud del pago de cuotas, genera derechos en el seguro de salud, tanto para sí mismo como para sus familiares. Dentro de esta denominación están incluidos los asegurados directos pensionados, los asegurados por cuenta del Estado y los asegurados voluntarios.

**Asegurados por cuenta propia.** Incluye a trabajadores independientes

que voluntariamente se afilian a la seguridad social.

**Asegurado por el Estado.** Asegurado directo o familiar que adquiere esa condición por su imposibilidad para cubrir las cotizaciones del seguro de salud. Las cotizaciones de estos asegurados son cubiertas por el Estado, mediante un mecanismo especial de financiamiento, basado en núcleos familiares.

# Un mosquito muy persistente

Nivel: 9°

Contenido matemático:

- ❖ Estadística:
  - ✓ Interpretación de la información brindada por los gráficos estadísticos.

Objetivo programático:

- ✓ Interpretar la información que proporcionan los gráficos estadísticos.

Objetivo específico:

- ✓ Utilizar la información suministrada por los gráficos estadísticos para dar respuesta a diversas interrogantes.

*Tema transversal*

- ❖ Educación para la salud.

## Contexto nacional

### *Incidencia del dengue*

La CCSS concluye en uno de sus informes que "es importante que las unidades refuercen la gestión local promoviendo la participación social y fortaleciendo la planeación estratégica de manera que las actividades desarrolladas logren impactar positivamente en la población" (CCSS, 2006a). Un claro ejemplo de la importancia de la interacción con las personas y las comunidades es el caso del dengue.

La incidencia de esta enfermedad ha ido en aumento en el país. A pesar de su patrón cíclico, la epidemia sigue creciendo y las cifras muestran que en realidad no ha existido un control que implique una reducción sostenida. El año 2005 registró la mayor incidencia, 37 798 casos, la cifra más alta desde que reemergió la enfermedad en 1993, para una tasa de 87 por diez mil habitantes. Estos datos ubican a Costa Rica como el país con la tasa de incidencia más alta de América Latina, superando por amplio margen a las dos naciones que le siguen (Honduras con 25,6 y El Salvador con 22,2). Dadas las características de la epidemia, este aumento acelerado del número de casos impone un gran desafío, ya que la alta incidencia de la enfermedad implica el riesgo de que las personas contraigan

dengue hemorrágico, que puede causar la muerte.

El aumento del 2005 significa que una amplia proporción del territorio tiene presencia del mosquito transmisor del virus y, por ende, que los riesgos se han extendido por encima de lo que se puede atender de manera inmediata y con actividades de control localizadas.

Este panorama exige un cambio de estrategia. Conviene apuntar que erradicar el dengue es difícil, tal como lo demuestra la experiencia de Puerto Rico (Rigau-Pérez y Clark, 2005); lo que se puede lograr es un control adecuado, a partir del cual se genere una rápida capacidad de respuesta ante el incremento en el número de casos. Las autoridades de salud deben dirigir sus acciones a modificar de manera permanente el comportamiento de las personas, lo que solo será posible si se cuenta con la participación de distintos sectores, públicos y privados. En otras palabras, por las dimensiones que ha alcanzado y los riesgos que implica, el control del dengue en el país es actualmente un problema de voluntad y acción conjunta de los servicios técnicos y las comunidades.

*Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*

## Glosario

**Dengue.** Enfermedad producida por un virus y transmitida por el zancudo *Aedes aegypti*.

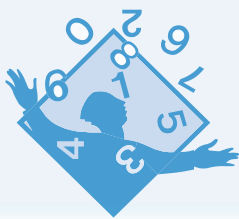
**Incidencia.** Número de casos ocurridos.

## Propuesta de abordaje

Con esta actividad se busca despertar en las y los estudiantes su responsabilidad como parte de una comunidad, como partícipes y agentes de cambio en relación con su salud y la de los demás. A través del gráfico 2.5 se muestra la incidencia del dengue, una enfermedad

que aqueja a la sociedad costarricense, con el propósito de que los y las estudiantes interpreten la información que contiene y discutan sobre las acciones que podemos tomar para evitar la propagación de la enfermedad.



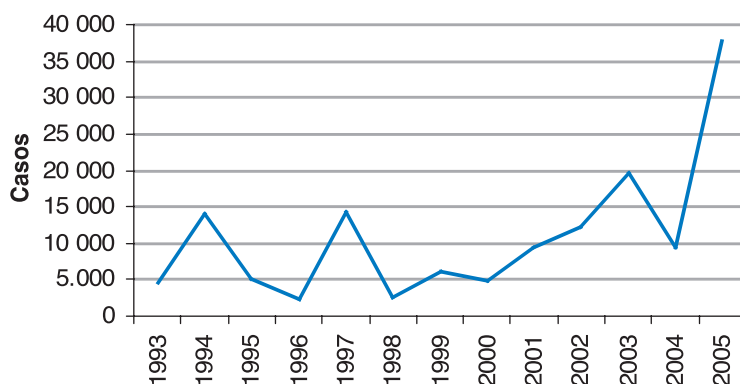


## Hoja de trabajo

### Un mosquito muy persistente

Observe y analice detalladamente la información que suministra el gráfico 2.5, sobre la incidencia de los casos de dengue en nuestro país para los años de 1993 al 2005. Luego, dé respuesta a las interrogantes propuestas.

**Gráfico 2.5. Incidencia del dengue en Costa Rica. 1993-2005**



Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.

- 1) ¿En cuál año la enfermedad afectó a 10 000 personas?
- 2) ¿En cuál año la enfermedad alcanzó la mayor incidencia? ¿Cuántos casos se registraron? ¿Cuáles serían algunas razones por las cuales se dio una mayor incidencia en ese año?
- 3) En el año 2003, ¿cuál es el número de casos que se evidencia en el gráfico?
- 4) ¿En cuáles años la enfermedad se mantuvo por debajo de 5 000 personas afectadas?
- 5) De acuerdo con el gráfico, ¿qué podríamos decir, en general, con respecto al comportamiento de la incidencia del dengue?
- 6) ¿Por qué cree usted que entre 1996 y 1998 aumentó, y luego decreció en más de 10 000 casos, la cantidad de personas enfermas de dengue?
- 7) ¿Cree usted que el Gobierno es responsable del aumento en la incidencia de los casos de dengue en el 2005?
- 8) ¿Qué acciones podría usted tomar en su hogar para evitar la propagación de esta enfermedad? ¿Qué se podría hacer en el colegio?

## Glosario

**Dengue.** Enfermedad producida por un virus y transmitida por el zancudo *Aedes aegypti*.

**Incidencia.** Número de casos ocurridos.

# Peligro al volante

Nivel: 8°

Contenido matemático:

- ❖ Estadística:
  - ✓ Medidas de tendencia central: la media aritmética, la mediana y la moda.

Objetivo programático:

- ✓ Analizar los datos que suministra la media aritmética, la moda y la mediana, para variables discretas.

Objetivo específico:

- ✓ Usar la información suministrada por la media aritmética, la moda y la mediana, para tomar decisiones.

*Tema transversal*

- ❖ Vivencia de los derechos humanos para la democracia y la paz.

## Contexto nacional

### ***La muerte violenta: un problema de salud pública que no cede***

En el *Quinto Informe Estado de la Nación* (1999) se presentó un resumen de los resultados de un estudio sobre el comportamiento de la muerte violenta en el país, que comprende los diagnósticos de homicidio, suicidio y todo tipo de accidentes. Por la importancia de los hallazgos obtenidos, se decidió incluir en el *Sétimo Informe* los datos del trienio 1998-2000, con el fin de actualizar el análisis de este problema nacional.

En ese momento, los resultados se expresaron en una medida sintética y de rasgos dramáticos: por causa de muertes violentas, en Costa Rica se perdieron 178 194 años de vida en el trienio 1998-2000, lo que representa un 79,2% del total acumulado en los dos trienios analizados con anterioridad (1983-1985 y 1995-1997).

La característica más seria de las muertes violentas es su concentración en las edades jóvenes. Más de dos tercios de las muertes por accidentes, accidentes de transporte, homicidios y suicidios, ocurren a personas menores de 40 años. Tanto entre los hombres como entre las mujeres la ocurrencia más alta se da entre los 20 y los 40 años. Entre los hombres de 15 a 34 años estas cuatro causas representaron la mitad o más de las muertes en esas edades en 1999 (70% entre los hombres de 15 a 24 años).

Al comparar los valores absolutos se observa, según una pauta ya advertida, que el suicidio nuevamente produjo más víctimas que el homicidio. El gran rubro de "toda clase de accidentes" tuvo un incremento del 20% entre los mismos

trienios. En este grupo, los accidentes de tránsito representan la primera causa de muerte, con el 61% de todas las modalidades de muerte accidental. Por sexo, hay una relación de 4,3 varones por cada mujer. En alrededor del 30% de los fallecidos en accidentes de tránsito, fueran peatones, conductores o acompañantes, se encontraron altos niveles de alcohol en la autopsia. Además, el procedimiento de la autopsia médico-legal, permitió determinar que en un 3% de las víctimas de muerte violenta hubo evidencia de cocaína y marihuana, solas o combinadas, con o sin presencia concomitante de alcohol.

Con respecto a la mortalidad por accidentes de tránsito, en el año 2005 fallecieron 616 personas, lo que representa un 3,8% de las muertes totales. De acuerdo con el sexo en el que se dieron las muertes por esta causa, en el masculino se registró un total de 518 (84%) y en el femenino, 98 muertes (15,9%). La edad en la que se presentó la mayor cantidad de muertes por esta causa fue la de 25 a 29, con 71 muertes.

En el año 2005, según información proporcionada por el Consejo de Seguridad Vial, los fallecimientos *in situ*, de acuerdo con el estatus de las personas, fueron: 23,43% conductores, 23,19% peatones, 10,87% acompañantes, y 9,66% ciclistas. El sexo masculino dominó la mortalidad *in situ*, con un 88,49% de los casos reportados; al sexo femenino correspondió el 11,51% restante. Entre las personas muertas *in situ* por accidentes de tránsito en el año 2005, el grupo de edad que presentó un mayor porcentaje fue el de 25 a 29 años, con 9,66%, seguido por el de 20 a 24 años con un 8,21% y, en tercer lugar, el de 35 a 39 con un 7,49% de los fallecimientos por esta causa.

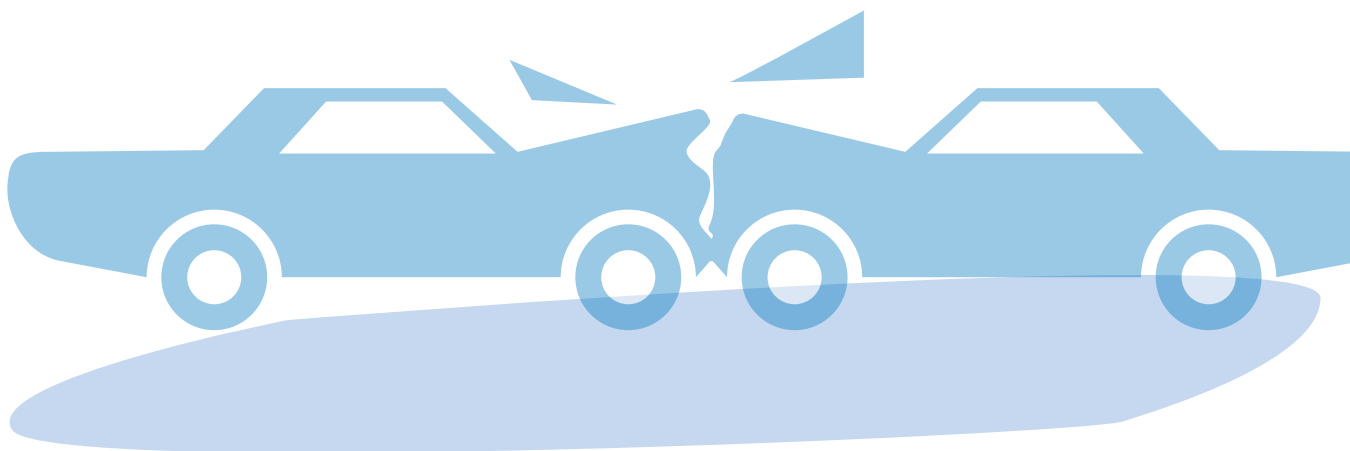
En cuanto a la posible causa del accidente, siempre en el año 2005, el primer lugar lo ocupó el exceso de velocidad, con 29,8%, seguido por la imprudencia peatonal con 16,82% y,

en tercer lugar, el alcohol con 15,26% (Minsa, 2006).

*Fuente: Quinto Informe Estado de la Nación, 1999 y Minsa, 2006.*

## Glosario

**In situ.** En el lugar, en el sitio.

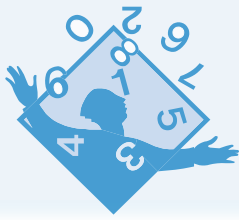


## Propuesta de abordaje

En todo estudio estadístico se requiere recolectar datos, ya sea por medio de la experimentación o por observación. Los datos estadísticos recolectados se presentan en tablas o gráficos. En esta actividad se muestra una tabla de datos relacionados con las muertes por accidentes de tránsito, en un período determinado. Tales datos nos servirán

para calcular las medidas de tendencia central, que son un resumen de los aspectos más importantes de la variable estadística. Esta información nos llama a reflexionar sobre la responsabilidad que conlleva conducir un automóvil y las medidas de precaución que debemos tomar cuando transitamos por las vías públicas.





## Hoja de trabajo

### Peligro al volante

La siguiente tabla de datos muestra información referente a la cantidad de muertes ocurridas en accidentes de tránsito, por provincia, entre los años 1995 a 2004.

**Tabla 2.1. Muertes por accidentes de tránsito según provincia.  
1995-2004**

Por provincia	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
<b>San José</b>	169	152	179	202	185	204	196	202	178	164
<b>Alajuela</b>	94	80	120	114	115	132	124	130	120	128
<b>Cartago</b>	42	36	61	51	49	64	44	47	50	41
<b>Heredia</b>	31	27	41	51	50	67	52	58	54	48
<b>Guanacaste</b>	46	36	45	51	78	55	74	71	73	62
<b>Puntarenas</b>	53	40	71	58	79	79	75	68	70	55
<b>Limón</b>	79	46	65	103	115	69	103	97	78	87
<b>Total</b>	<b>514</b>	<b>417</b>	<b>582</b>	<b>630</b>	<b>671</b>	<b>670</b>	<b>668</b>	<b>673</b>	<b>623</b>	<b>585</b>

Fuente: Undécimo Informe Estado de la Nación, 2005.

Según la información suministrada por la tabla, responda las siguientes interrogantes.

- Determine la media aritmética de las muertes ocurridas en la provincia de San José. Compare este resultado con la media aritmética de la provincia de Cartago. ¿Qué conclusión puede extraer de esta comparación? ¿Por qué cree que se presenta esta situación?
- ¿Cuál es la moda para los datos referidos a la provincia de Alajuela? ¿Y para Puntarenas? Encuentre también la moda para los datos sobre las muertes ocurridas en la provincia de Limón. ¿Qué conclusión puede sacar al comparar los resultados obtenidos?
- Según su criterio personal, ¿cuál es la principal causa de los accidentes de tránsito?
- Tomando en cuenta la respuesta de la pregunta anterior, ¿qué medidas podemos tomar para prevenir un accidente de tránsito? Reflexione tanto para el caso de que seamos peatones como para cuando viajamos en un automóvil.
- Halle la mediana de los datos concernientes a la provincia de Heredia. Calcule la mediana de los datos para el período de 1996 a 2004 de la provincia de Guanacaste. ¿Cuál podría ser una interpretación de esos resultados?
- ¿Cuál es la provincia en la que se han producido menos accidentes?
- ¿Cuáles podrían ser algunas razones por las cuales se producen más accidentes de tránsito en la provincia de San José? ¿Qué recomendaciones daría tanto a peatones como a conductores que transitan por San José?
- ¿Cuál es el año en el que más personas murieron por accidentes de tránsito?

# Un vistazo al crimen y la delincuencia

Nivel: 10°

Contenido matemático:

- ❖ Funciones:
  - ✓ Dominio, codominio, ámbito, imagen, preimagen y notación de funciones.
  - ✓ Representación gráfica de una función.

Objetivo programático:

- ✓ Determinar el dominio, codominio, ámbito, imagen y preimagen de funciones.

Objetivo específico:

- ✓ Extraer información de la gráfica de una función.

*Tema transversal*

- ❖ Vivencia de los derechos humanos para la democracia y la paz.

## Contexto nacional

### *Acceso a una vida libre de amenazas*

El derecho fundamental a vivir en un entorno libre de amenazas ha experimentado retrocesos, y hoy la sociedad costarricense es más violenta que veinte años atrás. Se ha registrado un incremento de los delitos contra la vida, entre los cuales destacan los homicidios dolosos y los culposos, especialmente estos últimos, cuya tasa de víctimas duplica la del homicidio doloso. Además, estos delitos se caracterizan por estar asociados a muertes en accidentes de tránsito, que tienen un peso relativo sobre el total de fallecimientos superior al 90%, según las estadísticas judiciales.

En el 2004, la tasa de víctimas que fallecieron en un accidente vehicular (incluyendo motocicletas y bicicletas) fue de 14,8 por cada cien mil habitantes, aunque se redujo con respecto al año 2001, cuando fue de 17,5. En las muertes violentas dos modalidades siguen siendo particularmente inquietantes: las muertes por violencia doméstica y los suicidios, cuya incidencia presentaba un comportamiento similar al del homicidio doloso hasta el 2000, pero que a partir de esa fecha comenzó a aumentar y alcanzó su máximo histórico en el 2003, con una tasa de 7,9 por cien mil habitantes, que incluso superó a la tasa de homicidios dolosos. Las principales causas asociadas a este fenómeno siguen siendo problemas conyugales, pasionales, económicos, familiares y de salud.

Desde el año 2000 dos indicadores muestran ascensos importantes: la tasa de criminalidad y la tasa de delincuencia. El primero es un indicador construido a partir de nueve tipos de delitos, cuya característica principal es

la amenaza a la integridad física de las personas, y que para el 2004 alcanzó la cifra de 122,7 transgresiones por cada cien mil habitantes. La delincuencia, contrario a la criminalidad, está enfocada al perjuicio económico material de las personas, más que a su integridad física; su tasa es todavía más alta. La inseguridad ciudadana sigue siendo percibida como un problema de primer orden por las y los costarricenses, aunque cuando se les pregunta a nivel local esa sensación disminuye de manera notable.

Este hallazgo coincide con los resultados publicados por el Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD, 2006), en un informe dedicado en forma exhaustiva al tema de la violencia. Los siguientes son algunos de los hallazgos relevantes de ese trabajo:

- Los niveles de violencia patrimonial en Costa Rica continúan siendo bajos en el contexto latinoamericano, aunque muy superiores a los de los países industrializados. En otras modalidades de violencia, la victimización no muestra mayores diferencias con respecto a las naciones desarrolladas.
- La probabilidad que las personas atribuyen al acaecimiento de diversos hechos de violencia en Costa Rica tiende a ser muy superior a la probabilidad real de experimentarlos.
- La sensación de inseguridad no solo es resultado del aumento de los hechos delictivos, sino también del incremento de la oferta mediática en materia de sucesos y el surgimiento de espacios, sobre todo televisivos, dedicados a estos temas.
- Las modalidades de delictividad y violencia no se distribuyen uniformemente en todo el territorio. El cálculo del índice de seguridad

cantonal (ISC) permite observar que los problemas más graves de victimización están concentrados geográficamente. En los últimos veinticinco años han empeorado las cifras en la mayoría de los cantones, particularmente en los del Área Metropolitana.

- El crecimiento de la tasa de homicidios en las dos últimas décadas está asociado al aumento de la desigualdad en la distribución del ingreso. La tasa de robos, especialmente, se relaciona en forma directa con el desempleo y los subempleos y también, en menor grado, con la pobreza.
- Los costos económicos de la violencia alcanzan un mínimo de un 3,6% del PIB (246 148 millones de colones). Esta cifra es baja en el contexto latinoamericano, pero representa más de la mitad de lo que el país invierte en educación pública.
- Los grados de satisfacción con la democracia son menores entre quienes han sufrido un hecho de violencia, y caen notoria y sistemáticamente conforme aumenta la percepción de inseguridad.

*Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*

## Glosario

**Delitos contra la vida.** Acciones delictivas que atentan contra la vida humana.

**Homicidio culposo.** Evento en el cual una o varias personas causan la muerte a otra(s), y en el que la ejecución de dicho acto se debe a aspectos meramente circunstanciales o de culpabilidad y sin que medie la premeditación.

**Homicidio doloso.** Evento en el cual una o varias personas causan la muerte a otra(s) de manera intencional.

**Índice de seguridad cantonal.** Grado de violencia que se vive en cada uno de los cantones del país, con base en tres dimensiones para medir la victimización: la violencia doméstica, los robos y los homicidios dolosos.

**Tasa.** Proporción o variación de la medida de un hecho social o económico, que se expresa en distintas escalas de valores según la frecuencia con que se presentan

los casos, que puede ser en porcentajes (x casos por cada 100 personas: 50,8% de los centroamericanos son pobres), o en miles o decenas de miles (la tasa de mortalidad infantil en Costa Rica es de 9,78 por cada mil niños nacidos vivos).

**Tasa de criminalidad.** Cantidad de crímenes más representativos, por habitante.

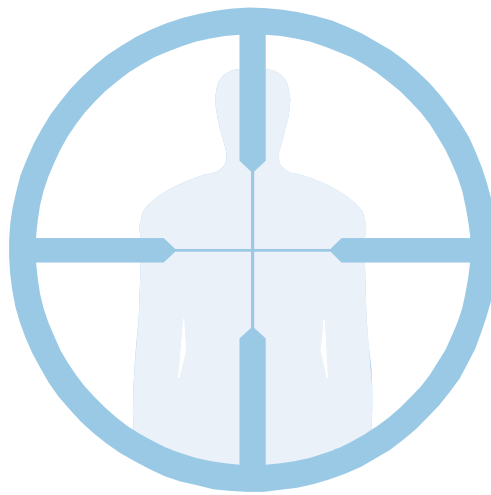
**Tasa de delincuencia.** Cantidad de delitos más representativos, por habitante.

**Violencia patrimonial.** Acción u omisión que implica daño, pérdida, transformación, sustracción, destrucción, retención o distracción de objetos, instrumentos de trabajo, documentos personales, bienes, valores, derechos o recursos económicos destinados a satisfacer las necesidades de algún pariente por consanguinidad, afinidad o adopción, hasta el tercer grado inclusive.

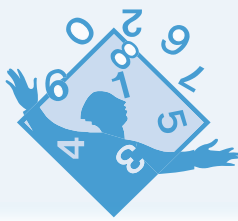
## Propuesta de abordaje

Las funciones sirven para modelar y representar el comportamiento de fenómenos naturales, culturales y sociales. Las utilizamos en muchas situaciones, sin siquiera percatarnos de ello. En este ejercicio se analiza el comportamiento de la delincuencia y la criminalidad en nuestro país, ambos fenómenos sociales que pueden ser descritos mediante el uso de las funciones. La relevancia de esta temática es evidente si se considera que desenvolverse en un entorno libre de amenazas a la integridad física y patrimonial es una condición básica para que las personas puedan desarrollar sus capacidades, aprovechar las oportunidades y vivir la vida que valoran.

Es importante hacer notar a las y los estudiantes el cuidado que deben tener



al analizar las gráficas, debido a la presencia de dos escalas diferentes para el eje "y".



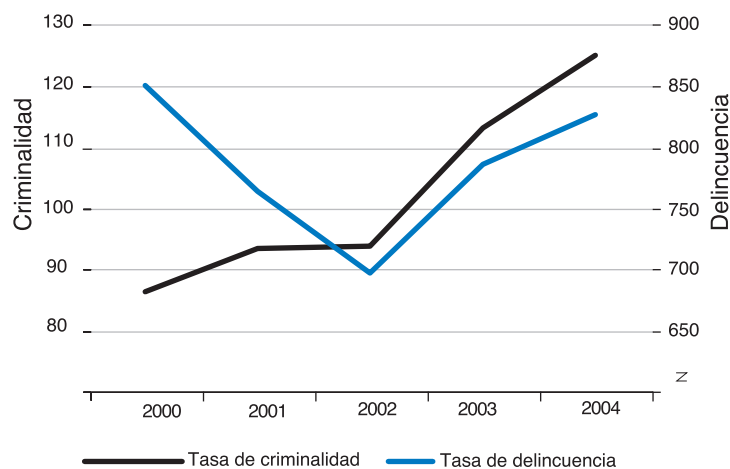
## Hoja de trabajo

### Un vistazo al crimen y la delincuencia

Observe la gráfica siguiente, en la cual se muestra el comportamiento de las tasas de criminalidad y delincuencia en el período comprendido entre los años 2000 y 2004. De acuerdo con los datos mostrados, resuelva lo que se le solicita.

Nota: Se asume el año 2000 como año cero y que las gráficas se comportan como una función real de variable real.

**Gráfico 2.6. Tasa de criminalidad y delincuencia (por 100 000 habitantes)**



Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.

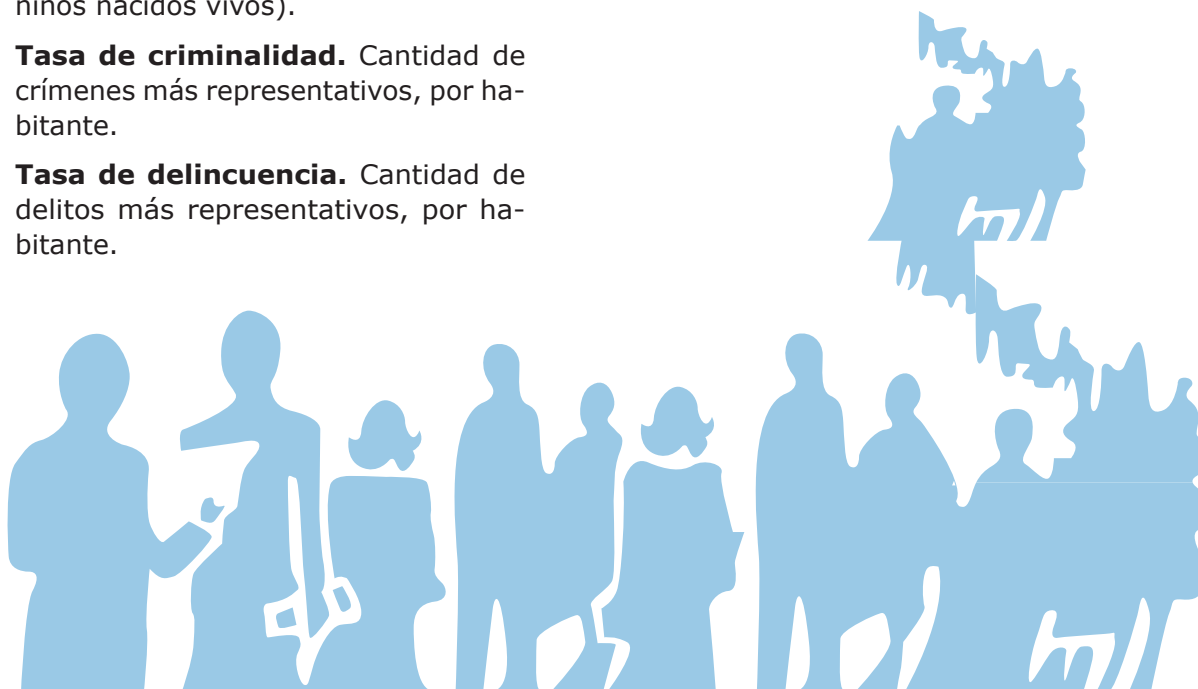
- 1) ¿Cuál de las funciones presenta un crecimiento más acelerado?
- 2) Para ambas gráficas, en el intervalo  $]2,4[$ , ¿qué se puede concluir con respecto a su régimen de variación? ¿Cómo se puede interpretar esta variación?
- 3) ¿Cuál de las gráficas corresponde a una gráfica creciente?
- 4) En la gráfica que representa la tasa de delincuencia, ¿cuál es la imagen de cero?
- 5) En la gráfica que representa la tasa de delincuencia, ¿cuál es la preimagen de 700?
- 6) En el intervalo  $]0,2[$ , para ambas gráficas, ¿qué se puede concluir con respecto a su régimen de variación?
- 7) ¿En cuál intervalo se mantuvo constante la tasa de criminalidad?
- 8) ¿La comunidad donde usted vive, le brinda acceso a una vida libre de amenazas? Justifique.
- 9) Según su opinión, ¿cuál sería una manera de combatir la delincuencia en nuestro país?

## Glosario

**Tasa.** Proporción o variación de la medida de un hecho social o económico, que se expresa en distintas escalas de valores según la frecuencia con que se presentan los casos, que puede ser en porcentajes (x casos por cada 100 personas: 50,8% de los centroamericanos son pobres), o en miles o decenas de miles (la tasa de mortalidad infantil en Costa Rica es de 9,78 por cada mil niños nacidos vivos).

**Tasa de criminalidad.** Cantidad de crímenes más representativos, por habitante.

**Tasa de delincuencia.** Cantidad de delitos más representativos, por habitante.



# Asistir o no asistir, he ahí el dilema

Nivel: 8°

Contenido  
matemático:

- ❖ Estadística:
  - ✓ Gráficos circulares.

Objetivo  
programático:

- ✓ Representar gráficamente la información tabulada en una tabla de frecuencias.

Objetivo  
específico:

- ✓ Aplicar los procedimientos necesarios para la elaboración de un gráfico circular.

*Tema  
transversal*

- ❖ Vivencia de los derechos humanos para la democracia y la paz.



## Contexto nacional

### Acceso al conocimiento

Históricamente, Costa Rica ha apostado por la educación como elemento clave para promover el desarrollo humano. El decidido impulso que se dio a la educación primaria a finales del siglo XIX, fue uno de los factores que marcó la diferencia en materia de alfabetización que exhibió el país frente al resto de Centroamérica, pues ya para inicios del siglo XX había superado su rezago.

Ese esfuerzo histórico dio como resultado una población alfabetizada que, según el Censo 2000, registraba en esa fecha un promedio de 7,6 años de escolaridad. Sin embargo, un nivel educativo de secundaria incompleta no es suficiente en los tiempos actuales, cuando en todo el mundo se observa una tendencia marcada hacia la exigencia de niveles cada vez más altos de educación para incorporarse a la fuerza laboral.

En la actualidad, el país logra allegar a las aulas de primer grado de educación primaria casi a la totalidad de los niños y niñas en edad escolar. No obstante, el sistema tiene serias dificultades para retener a sus estudiantes y hacer que la mayoría de ellos culmine con éxito el cuarto ciclo, un problema que es particularmente agudo en secundaria. Las estadísticas del Ministerio de Educación Pública (MEP) sobre cohortes completas

muestran que, de cada 1000 niños que en 1990 entraron a primer grado, solo 270 llegaron a undécimo año y se prevé que de cada 1000 que ingresaron al sistema en el 2000, se graduarán 349.

Desde la óptica de las y los estudiantes, entre los factores que se conjugan para explicar el desgranamiento escolar en secundaria están las discontinuidades entre ciclos educativos, la ineficacia e ineficiencia del sistema, los problemas de rendimiento académico, las fracturas mundo urbano/mundo rural y educación pública/educación privada, las presiones sociales, la edad y el poco atractivo de la educación formal.

Por otra parte, desde el punto de vista institucional el sistema educativo muestra una serie de problemas que afectan las posibilidades y el interés de los y las jóvenes por permanecer en secundaria. Entre ellas destacan: debilidad de los programas de acción afirmativa y promoción de la equidad, escasa diversificación y poca orientación hacia la educación terciaria, baja calidad y pertinencia, desarticulación y escasez de logros de la formación de formadores, falta de financiamiento público -que si bien se ha recuperado, sigue siendo insuficiente- y problemas de gestión del sistema (ausencia de mecanismos de evaluación y corrección).

*Fuente: Décimo Informe Estado de la Nación, 2004.*

## Glosario

**Población alfabetizada.** Personas de 15 años o más capaces de leer, escribir y comprender un texto corto y sencillo sobre su vida cotidiana.

**Cohorte.** Grupo de personas que participan en la misma actividad o acontecimiento por un período determinado. En educación, específicamente, se refiere a

un grupo de alumnos y alumnas (que no necesariamente tienen la misma edad) que ingresan al primer año de estudios de la enseñanza primaria o secundaria en un año determinado.

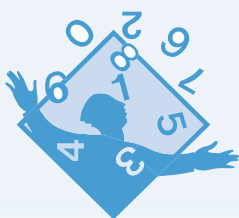
**Educación terciaria.** Comprende la instrucción universitaria y la vocacional superior.

## Propuesta de abordaje

En el quehacer diario estamos en contacto con una gran cantidad de información (datos), que debemos interpretar para tomar decisiones de interés personal y social. Este ejercicio busca que las y los estudiantes se sensibilicen y se acerquen a su realidad, que aprecien la oportunidad que tienen al

poder acceder a la educación y que, al mismo tiempo, tomen conciencia de que existen jóvenes que no pueden ejercer ese derecho. También se mencionan algunas de las principales causas citadas por estudiantes que abandonaron sus estudios.





## Hoja de trabajo

### Asistir o no asistir, he ahí el dilema

A continuación se presenta un extracto del *Undécimo Informe Estado de la Nación* (2005), en el que se hace referencia a algunas de las causas por las que muchos jóvenes en nuestro país no asisten a la educación formal.

Según el citado informe, la deserción escolar ha tenido un aumento considerable. El abandono del sistema educativo por parte de la población con edades de 12 a 17 años se explica no solo por la situación socioeconómica del hogar, sino también por la falta de interés en la educación formal: un 16,3% no puede pagar sus estudios, un 12,2% tiene que trabajar o ayudar en oficios domésticos, un 6,2% tiene problemas de acceso al estudio, a un 10,5% le cuesta el estudio, un 27,6% no está interesado en el aprendizaje formal, un 6,1% prefiere trabajar y el restante 21,0% menciona otras razones. Una investigación realizada para el *Informe Estado de la Nación* señala que los problemas de deserción tienen un fuerte ligamen con los contenidos, los métodos y la calidad de la oferta educativa, que de mejorarse y hacerse atractivos podrían ser el principal mecanismo de retención.

- 1) Con objeto de realizar un gráfico circular que represente la información brindada, complete la tabla siguiente:

Variable	Porcentaje	Medida en grados del ángulo central
No puede pagar sus estudios		
Debe trabajar		
Problemas de acceso al estudio		
Le cuesta el estudio		
No está interesado en el aprendizaje formal		
Prefiere trabajar		
Otras razones		

- 2) Realice la representación gráfica. No olvide mostrar todos los componentes que conlleva su elaboración. Use lápices de colores para diferenciar cada sector circular.
- 3) ¿Por qué cree usted que el mayor porcentaje está ubicado en el rubro que contempla el desinterés por el aprendizaje formal? A nivel personal, cite algunos aspectos que lo motivan a seguir con su educación formal.
- 4) ¿Conoce usted algún plan de estudios alternativo al que se brinda en escuelas y colegios? Explique.
- 5) ¿Considera importante que las personas estudien y concluyan su aprendizaje? ¿Por qué?

## Glosario

**Deserción.** Abandono de los y las estudiantes de la escuela o el colegio, antes de completar un ciclo lectivo.

# La educación, un derecho de todos

Nivel: 9°

Contenido  
matemático:

- ❖ Estadística:
  - ✓ Interpretación de la información brindada por tablas de frecuencia y gráficos estadísticos.

Objetivo  
programático:

- ✓ Interpretar la información que proporcionan las tablas de frecuencia y los gráficos estadísticos correspondientes a variables continuas.

Objetivo  
específico:

- ✓ Extraer y utilizar la información proveniente de las tablas de frecuencia y los gráficos estadísticos correspondientes a variables continuas.

*Tema  
transversal*

- ❖ Vivencia de los derechos humanos para la democracia y la paz.

## Contexto nacional

### **Brechas de acceso a la educación**

Además de las brechas internas del sistema educativo, fuera de él existen otras que afectan las posibilidades de acceso de la población y que están determinadas por factores sociales, económicos y geográficos. Otro orden de problemas está asociado a las brechas sociales que afectan a las familias, especialmente en lo que concierne a las diferencias de oportunidades entre las zonas urbanas y las rurales, y que inciden en el desgranamiento escolar.

Cuando se analiza la asistencia a los centros de educación formal por zona geográfica, y se examina el porcentaje

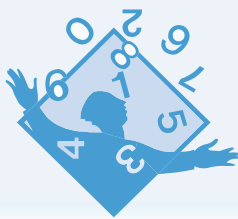
de asistencia a la educación formal para la población de entre 5 y 24 años de edad, la Encuesta de Hogares de Propósitos Múltiples de julio de 2004 muestra que el 92,6% de las y los jóvenes con edades entre 13 y 14 años en la zona urbana asistía a un centro educativo, frente al 81,7% en las zonas rurales. En el grupo de entre 15 y 17 años esas proporciones eran de 77,1% para la zona urbana y 59,4% para la rural. La situación es aun más difícil en regiones como la Huetar Norte y la Pacífico Central, donde las coberturas para las edades de 15 a 17 años son 16,3 y 11,0 puntos porcentuales menores, respectivamente, que el promedio nacional.

*Fuente: Décimo Informe Estado de la Nación, 2004*

## Propuesta de abordaje

La representación a través de gráficos es una manera sintética de dar a conocer la forma en que una variable estadística se comporta en una población. Esta actividad permite observar en un gráfico el comportamiento de la asistencia de las y los jóvenes a la educación formal, por

intervalos de edades y por zona. Esto abre un espacio para reflexionar con los estudiantes acerca del por qué los jóvenes abandonan o no pueden asistir a la escuela o el colegio, y sobre las consecuencias que tal decisión conlleva para sus vidas.

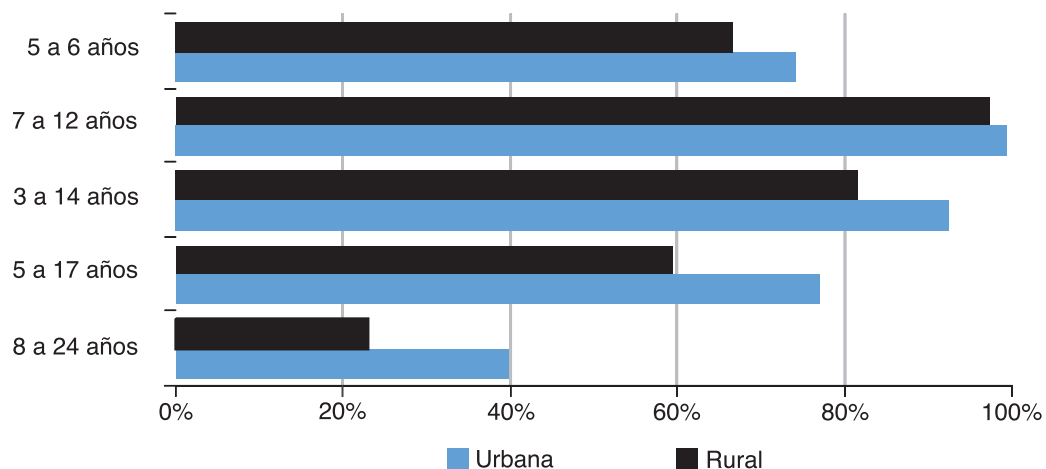


## Hoja de trabajo

### La educación, un derecho de todos

Observe el gráfico de barras horizontales que se le presenta. En él se muestra información importante acerca de la brecha educativa que existe entre los habitantes de las zonas rurales y los que viven en la zona urbana.

**Gráfico 2.7. Porcentaje de asistencia a centros de educación formal, según grupos de edad y zona. 2004**



Fuente: Undécimo Informe Estado de la Nación, 2006.

De acuerdo con la información que brinda el gráfico, conteste:

- 1) ¿Cuál es la variable estadística estudiada?
- 2) ¿Qué información se presenta en la escala horizontal y cuál en la escala vertical?
- 3) ¿En cuál zona se asiste más a la educación formal, en la rural o en la urbana? ¿Qué opina usted de esta situación? ¿Por qué cree que se presenta?
- 4) ¿Cuál es el porcentaje (aproximadamente) de mayor asistencia y en qué intervalo de edades se da? Comente sobre los resultados obtenidos.
- 5) En el intervalo de edades de 13 a 14 años, ¿cuál es el porcentaje (aproximado) de asistencia a la educación en la zona rural?
- 6) ¿En cuál intervalo de edades se da la menor asistencia a la educación, y en cuál zona? ¿Qué piensa de esta situación? ¿Qué le diría a las personas involucradas para que se interesen por el estudio y decidan asistir a algún centro educativo?
- 7) ¿En cuál zona y en cuál intervalo de edades se presenta una asistencia muy cercana al 60%? ¿Qué aspectos considera que influyen para que se dé esta cobertura?
- 8) Con base en la información presentada en el apartado "Contexto nacional", ¿considera usted que existe igualdad en el acceso de las y los jóvenes a las oportunidades para estudiar? Justifique.

# Un colegio exitoso

Nivel: 9°

Contenido matemático:

- ❖ Estadística:
  - ✓ Interpretación de la información brindada por los gráficos estadísticos.

Objetivo programático:

- ✓ Interpretar la información que proporcionan los gráficos estadísticos correspondientes a variables continuas.

Objetivo específico:

- ✓ Extraer y utilizar la información proveniente de los gráficos estadísticos correspondientes a variables continuas.

*Tema transversal*

- ❖ Vivencia de los derechos humanos para la democracia y la paz.

## Contexto nacional

### ***Importantes diferencias de desempeño según tipo de colegio. Factores de éxito en secundaria***

En años anteriores el *Informe Estado de la Nación*, y más recientemente el *Primer Informe Estado de la Educación* (2005), han discutido el tema de las brechas existentes entre la educación pública y la privada. Un análisis de la información disponible sobre diversas variables de desempeño de los colegios, en el período 2002-2005 en la Gran Área Metropolitana, arroja evidencia clara en este sentido. Esta exploración, sin embargo, requiere un afinamiento adicional, pues entre los colegios públicos existen subtipos de centros con características muy diferentes: los colegios científicos, que en términos generales muestran los mejores indicadores, los colegios técnicos profesionales, que en algunos aspectos se acercan a los públicos regulares, pero que en cuanto a los resultados en bachillerato se asemejan más a los colegios privados, y los colegios públicos académicos regulares, que están a la zaga en todos los indicadores.

La tasa de deserción promedio es muy baja en los colegios privados y en los centros que reciben subvención estatal, y relativamente baja en los colegios técnicos profesionales (en los tres casos no supera el 5% de los alumnos), pero se incrementa de manera sensible en los colegios públicos académicos diurnos. El dato de los colegios científicos debe tratarse con cautela, tanto por lo reducido de la base -están entre los colegios con menores niveles de matrícula inicial (alrededor de treinta estudiantes por año)- así como porque

son instituciones con un nivel de exigencia académica muy elevado, y quienes se van de ellos lo hacen por no estar a la altura de tales requerimientos, aun cuando en sus colegios originales eran excelentes estudiantes. Lo normal en estas circunstancias es que regresen a estos últimos.

Por otra parte, en los colegios públicos se observan las mayores variaciones en el porcentaje de promoción del último año de secundaria. Mientras los científicos gradúan con éxito al 100% de sus estudiantes, el porcentaje de promoción para los técnicos profesionales es de 72,5% y el de los públicos diurnos de 56,1%, en promedio. Entre los alumnos que logran graduarse se registra un mejor desempeño promedio en los colegios científicos y en los subvencionados, que en los públicos diurnos, en tanto que los colegios privados y los técnicos profesionales muestran un desempeño similar. En el período 2002-2005, el porcentaje de promoción de los estudiantes del último año de secundaria superó el 80% en el 57,1% de los colegios privados, en el 88,9% de los subvencionados y en el 100% de los científicos, en tanto que únicamente alcanzó o superó este nivel el 3,5% de los colegios académicos públicos y el 28,6% de los técnicos profesionales. Más aun, el 78,8% y el 42,9% de estos dos últimos tipos de colegios no lograron una promoción del 70% de sus alumnos matriculados en el último año de secundaria.

El Programa Estado de la Nación planteó una investigación cualitativa exploratoria, orientada a identificar factores que podrían explicar el éxito que han obtenido diversos tipos de centros educativos de secundaria, para establecer si se trata de elementos comunes o si, por el contrario, están ligados a características propias de cada tipo de



colegio. Es importante recalcar que los factores identificados en unas instituciones no necesariamente son replicables en otras. No obstante, el ejercicio es útil por cuanto no solo arroja pistas sobre aspectos relevantes para mejorar la calidad de la educación, sino también porque sugiere indicadores que podrían empezar a desarrollarse para abordar de forma más integral el tema de la calidad y el éxito en la enseñanza secundaria. Pese a las diferencias en cuanto a la composición del alumnado y el profesorado, así como a otras características, se logró establecer una serie de patrones comunes en todos los colegios catalogados como exitosos (Unimer, 2006):

1. Son colegios buscados por su rigor académico.
2. Trabajan con un grupo seleccionado de alumnos.
3. Tienen una identidad muy definida.
4. Apego estricto y seguimiento regular a las metas académicas propuestas.
5. Tienen un perfil claro sobre el tipo de personas que desean graduar.
6. La figura del director juega un papel clave.
7. Cuentan con buena infraestructura.

*Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2005.*

## Glosario

**Porcentaje de promoción.** Proporción de estudiantes que aprobaron las pruebas nacionales de bachillerato.

**Tasa de deserción.** Estudiantes desertores en relación con la matrícula inicial de cada año.

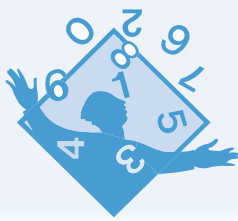


## Propuesta de abordaje

Los gráficos estadísticos son una forma muy importante de presentar datos. Son usados en diferentes disciplinas científicas y los hay de muchos tipos. Es fundamental desarrollar en las y los estudiantes la capacidad de interpretarlos, pues se les considera un medio muy útil para comunicar el comportamiento

de fenómenos de interés científico y social.

En este ejercicio se utiliza un gráfico de barras verticales, con información relativa al desempeño en pruebas nacionales en bachillerato y la tasa de deserción por tipo de colegio en la Gran Área Metropolitana.



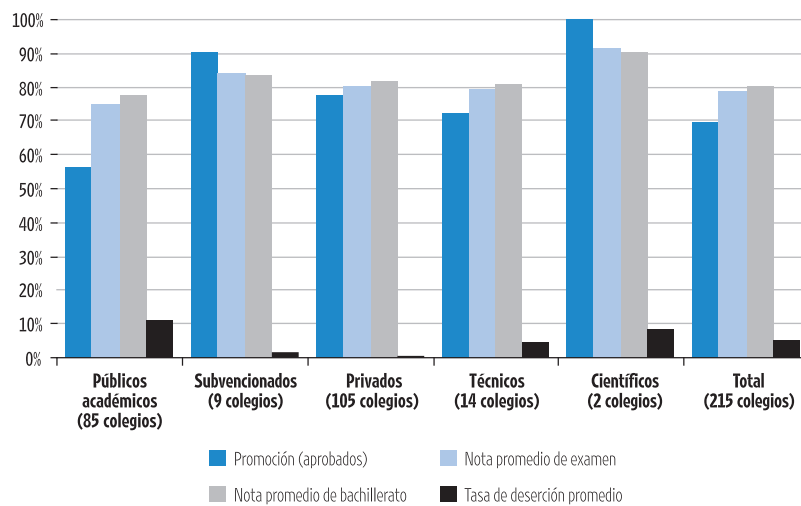
## Hoja de trabajo

### Un colegio exitoso

Observe y analice detalladamente la información que suministra el gráfico sobre algunos indicadores de desempeño en colegios del Gran Área Metropolitana. Los datos que se presentan nos llevan a reflexionar acerca de la gran brecha existente, en cuanto a rendimiento académico, entre la educación pública y la privada. Además nos invitan a compartir opiniones sobre las causas de tal diferencia.

Luego de analizar el gráfico, dé respuesta a las interrogantes planteadas.

**Gráfico 2.8. Indicadores de desempeño en las pruebas nacionales de bachillerato y tasa de deserción, por tipo de centro educativo. 2002-2005**



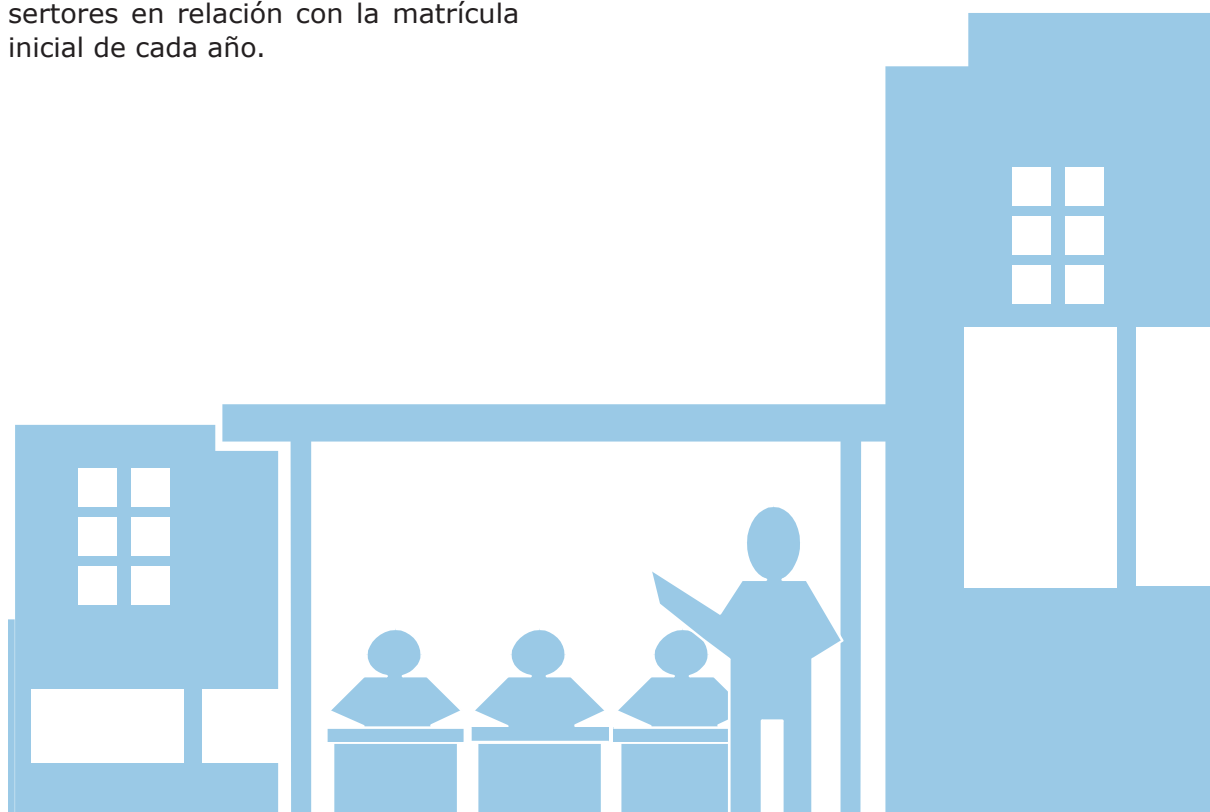
Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.

- 1) ¿Cuál tipo de colegio presenta la mayor deserción? ¿Por qué cree usted que se está dando esa situación?
- 2) ¿Cuál es el porcentaje que representa la promoción de los colegios subvencionados?
- 3) ¿Cuál es la nota promedio aproximada en el examen de bachillerato para los colegios de la Gran Área Metropolitana?
- 4) Existe un tipo de colegio en el que la deserción escolar es casi nula. ¿Qué tipo de colegio es?
- 5) ¿Cuál tipo de colegio muestra un 100% de promoción?
- 6) ¿Cuál tipo de colegio posee la segunda mejor nota promedio en examen de bachillerato?
- 7) ¿Qué tipo de colegio presenta de manera general los resultados más bajos?
- 8) ¿Cuál es la diferencia (porcentaje) entre la promoción de los colegios científicos y los subvencionados?
- 9) Mencione uno o varios factores que podrían incidir positiva o negativamente en el desempeño de su colegio en las pruebas nacionales.

## Glosario

**Porcentaje de promoción.** Proporción de estudiantes que aprobaron las pruebas nacionales de bachillerato.

**Tasa de deserción.** Estudiantes desertores en relación con la matrícula inicial de cada año.



# Unidad 3

## Oportunidades económicas

El capítulo "Oportunidades, estabilidad y solvencia económicas" del *Informe Estado de la Nación* evalúa, año con año, el comportamiento de la economía costarricense desde la perspectiva del desarrollo humano sostenible.

Con tal propósito, para cada período se identifican las oportunidades que generó el desempeño económico, en términos de acceso equitativo de la población a bienes y servicios de calidad, producto de la creación de empleos e ingresos, en los diferentes grupos sociales y en las distintas zonas del país. Las oportunidades son determinadas por el crecimiento económico sostenido, y éste por la estabilidad y la solvencia económicas. La estabilidad, expresada en reducidos desequilibrios internos –déficit fiscal e inflación– y externos

–balanza de pagos–, permite el crecimiento sin comprometer el futuro de las generaciones venideras, pero para ello debe estar basada en la solvencia, entendida como la capacidad de la sociedad para cubrir adecuadamente sus gastos y realizar las inversiones sociales y físicas requeridas para apoyar el crecimiento económico sostenido.

En esta unidad se presenta una propuesta didáctica basada en temas relacionados con el acceso a algunas oportunidades económicas, a saber:

- *Comportamiento de la producción nacional.*
- *Situación del empleo.*
- *Desigualdad en la distribución del ingreso.*

<b>Nombre del ejercicio</b>	<b>Número de página</b>	<b>Nivel en que se sugiere la aplicación</b>	<b>Unidad de estudio</b>	<b>Contenido del programa de estudios</b>
El valor de la exportación	96	8°	Álgebra	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Valor numérico de una expresión algebraica.</li> </ul>
Participación de nuestros productos en el mercado mundial	101	10°	Funciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función lineal (dominio, codominio, ámbito, imagen y preimagen).</li> </ul>
Trabajar para sobrevivir o... para vivir	106	8°	Álgebra	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ecuaciones de primer grado con una incógnita.</li> </ul>
Funciones para ricos y pobres	110	10°	Funciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conceptos de función, dominio y ámbito de funciones.</li> </ul>

# El valor de la exportación

## Nivel: 8º

### Contenido matemático:

- ❖ Álgebra
  - ✓ Valor numérico de una expresión algebraica.

### Objetivo programático:

- ✓ Determinar el valor numérico de una expresión algebraica.

### Objetivo específico:

- ✓ Calcular el valor numérico de una expresión algebraica que represente una situación de la vida cotidiana.

### Temas transversales

- ❖ Vivencia de los derechos humanos para la democracia y la paz.
- ❖ Cultura ambiental para el desarrollo sostenible.

## Contexto nacional

El crecimiento del producto interno bruto (PIB) en el año 2005, fue de 5,9%, mayor en casi dos puntos porcentuales con respecto al 2004, obedece fundamentalmente a una recuperación de la demanda externa, en la que las exportaciones de la industria manufacturera y la agricultura mostraron un repunte importante en relación con el año precedente. Ello se debió, a su vez, al aumento de las exportaciones de las empresas extranjeras establecidas bajo el régimen de zonas francas (13,4% frente al decrecimiento de 1,7% experimentado en el 2004) así como a la expansión de la producción y exportación de piña y café, que amortiguó la caída que sufrió la actividad bananera, por factores climáticos, a inicios del 2005.

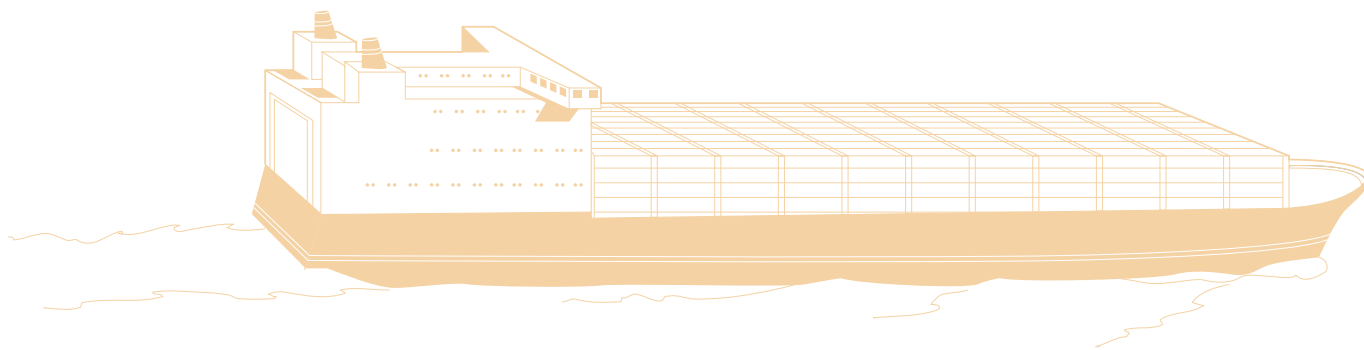
El mayor dinamismo de la demanda externa se tradujo en un aumento del 12,6% en este indicador, 4,4 puntos porcentuales más que en 2004. Aunque la demanda interna mostró una contribución menor, creció un 5,4% frente a 4,6% en el 2004. Esto evidencia, una vez más, que la demanda externa es un elemento fundamental

para el crecimiento de una economía pequeña como la costarricense, aunque el crecimiento de la demanda interna es muy importante para el incremento del ingreso. El mayor dinamismo de la demanda externa se explica por el comportamiento de las exportaciones de bienes y servicios.

En cuanto a los mercados de destino, el principal continúa siendo Estados Unidos, con una participación del 42,7% del total de bienes exportados en el 2005; le siguen Centroamérica (incluyendo Panamá), con 17,2% y la Unión Europea con 16,3%. Cabe destacar el crecimiento de la participación del mercado asiático, que fue de 67,8% en el 2005; Hong Kong y China absorben el 10,4% de las exportaciones totales (Procomer, 2006).

El escaso dinamismo de la demanda interna se debió a la reducción de los gastos de inversión pública, acompañada por una mayor contención del gasto de consumo del Gobierno.

*Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*



## Glosario

**Demanda externa.** Bienes y servicios costarricenses que demandan los residentes de otros países del mundo.

**Demanda interna.** Cantidad total de bienes y servicios demandados por los residentes en un país.

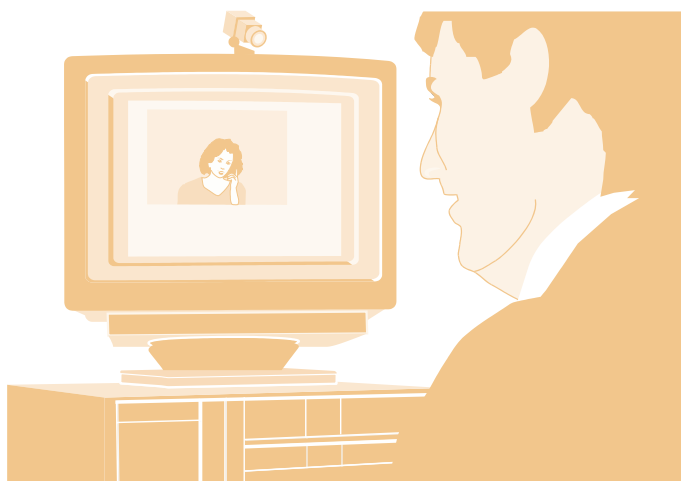
**Divisas.** Monedas extranjeras.

**Exportaciones.** Bienes y servicios vendidos en el extranjero.

**Producto interno bruto (PIB).** Indicador de la actividad económica de un país. Refleja el valor total de la producción de bienes y servicios, en un determinado período que por lo general es de un año. Este es uno de los indicadores del nivel de vida y se acostumbra expresarlo en dólares para facilitar comparaciones entre países. No toma

en cuenta el costo de vida y esto hace diferencias entre naciones. Tampoco permite conocer la distribución de la riqueza en la población.

**Régimen de zonas francas.** Las zonas francas son zonas primarias de operaciones aduaneras y fiscales extra-territoriales. Son instalaciones designadas para la realización de operaciones económicas basadas en la importación de insumos y materias primas, la fabricación y ensamble, o bien, el mercadeo y comercialización de productos, así como el desarrollo de servicios para la exportación. La facilidad de operación, los incentivos fiscales, las excelentes comunicaciones, fuerza eléctrica del país, las instalaciones de servicios básicos y la fuerza laboral altamente educada, constituyen los cimientos firmes para el desarrollo dinámico de las empresas establecidas bajo el régimen de zona franca.





## Propuesta de abordaje

El valor numérico de una expresión algebraica nos ayuda a comprender lo que representan las expresiones algebraicas en la vida y en matemática.

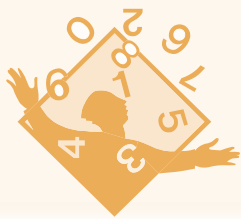
Con los datos del *Duodécimo Informe Estado de la Nación*, se plantea un ejercicio en el que las expresiones algebraicas nos llevan a ver de otra manera algunas situaciones de la vida que, como parte de una comunidad, debemos conocer y analizar. Con el tratamiento matemático de la información, el y la estudiante aprenden acerca de las actividades económicas del país.

Luego de introducir el tema de valor numérico, el o la docente puede presentar los ejercicios a los alumnos para que los resuelvan en forma individual, o puede formar grupos para la realización de la "Hoja de trabajo". En todo caso, se sugiere una plenaria sobre

las respuestas, no solo para revisar las respuestas matemáticas, sino para reflexionar acerca del tema de fondo. No es necesario con respecto a este último llegar a una conclusión, pues lo que se busca es despertar el interés de los y las estudiantes.

El docente debe conocer que la expresión  $\frac{a}{c}$  corresponde, según los datos del *Duodécimo Informe Estado de la Nación* a un porcentaje. Además, observe que "b" no es variable, pero si el docente lo considera necesario puede hacer suposiciones de otros valores de "b", es decir, de otros montos por exportación que recibe el país, conociendo que el porcentaje de cada país es solamente para el año 2005; ello simplemente con la intención de realizar prácticas de valor numérico.





## Hoja de trabajo

### El valor de la exportación

A continuación se le presenta un ejercicio en el que debe calcular el valor numérico de una expresión algebraica, utilizando datos sobre las exportaciones de Costa Rica hacia otros países.

Responda, en forma individual cada una de las preguntas que se le plantean. Luego las respuestas dadas serán compartidas y analizadas con el resto del grupo.

Con la expresión  $\frac{ab}{c}$  obtendremos la participación económica, en millones de dólares, de los principales mercados a los que Costa Rica ha exportado, donde  $b$  representa el monto total en dólares por exportaciones que recibió el país;  $a$  y  $c$  son variables que nos proporcionan un porcentaje de ese monto total.

- 1) Obtenga el valor numérico respectivo con los valores que se dan en cada caso a las variables. Exprese los valores en forma fraccionaria.
  - 1.a) La participación de Estados Unidos, está dada por
$$a = 427, b = 7026, c = 1000$$
  - 1.b) La participación de Centroamérica y Panamá, está dada por
$$a = 43, b = 7026, c = 250$$
  - 1.c) La participación de la Unión Europea, está dada por
$$a = 163, b = 7026, c = 1000$$
  - 1.d) La participación de Hong Kong y China, está dada por
$$a = 51, b = 7026, c = 250$$
- 2) ¿Cuál país tiene la mayor participación económica para Costa Rica, por las exportaciones que realizamos hacia él?
- 3) Escriba cada uno de los valores obtenidos en la pregunta 1 en forma decimal. Según esos datos, ¿varía su respuesta a la pregunta 2? Justifique.
- 4) Reflexione: ¿Son las exportaciones importantes para la economía de un país? ¿Puede un país crecer económicamente sin el intercambio comercial?
- 5) ¿Constituyen ventajas competitivas para un país tener incrementos en sus importaciones / exportaciones?

## Glosario

**Exportaciones.** Bienes y servicios vendidos en el extranjero.

**Importaciones.** Adquisición de bienes y servicios del extranjero.

# Participación de nuestros productos en el mercado mundial

Nivel: 10°

Contenido matemático:

- ❖ Función lineal:
  - ✓ Información que proporcionan las imágenes, las preimágenes, la pendiente, la intersección, el dominio, el ámbito y la monotonía, en la representación gráfica de funciones lineales que modelan situaciones reales.

Objetivo programático:

- ✓ Determinar el dominio, codominio, ámbito, imagen y preimagen de funciones.

Objetivos específicos:

- ✓ Calcular imágenes de una función que modela una situación de la vida cotidiana.
- ✓ Determinar el dominio de funciones que modelan situaciones de la vida cotidiana.
- ✓ Determinar el ámbito de funciones que modelan situaciones de la vida cotidiana.
- ✓ Utilizar la información que proporcionan las funciones, para interpretar situaciones de la vida cotidiana.

*Temas transversales*

- ❖ Vivencia de los derechos humanos para la democracia y la paz.
- ❖ Cultura ambiental para el desarrollo sostenible.

## Contexto nacional

### **Impacto de las exportaciones en la economía costarricense (2005)**

El crecimiento de la economía en el 2005 responde al dinamismo de la demanda externa, que registró un aumento del 12,6%, 4,4 puntos porcentuales más que en el 2004. Aunque la demanda interna mostró una contribución menor, creció un 5,4% frente a 4,6% en 2004. Esto evidencia, una vez más, que la demanda externa es un elemento fundamental para el crecimiento de una economía pequeña como la costarricense, aunque el crecimiento de la demanda interna es muy importante para el incremento del ingreso.

El mayor dinamismo de la demanda externa se explica por el comportamiento de las exportaciones de bienes y servicios. En el caso de los servicios la tasa de crecimiento fue del 12,2%, debido a la expansión de las actividades turísticas, en tanto que las exportaciones de bienes alcanzaron un nuevo récord histórico, al llegar a 7026 millones de dólares. Según la Promotora de Comercio Exterior de Costa Rica (Procomer) (2006), el incremento de las exportaciones del sector industrial en el 2005 fue de 13,1% (1,7% en el 2004), como resultado, principalmen-

te, del dinamismo de los subsectores de electrónica, alimentos, químico y farmacéutico, y de equipo médico y de precisión. El crecimiento de las exportaciones agrícolas (5,5%) responde al impulso de los productos frescos (en especial piña), el café y las plantas, flores y follajes.

Los componentes y otras partes para circuitos modulares se mantienen como los principales productos de exportación, con una participación de 21,2% en el total de las exportaciones de bienes. Le siguen los textiles en su conjunto (7,5%), el banano (6,8%), los equipos de infusión y transfusión de sueros (5,7%), la piña (4,6%) y el café oro con 3,3%, al igual que los medicamentos. Si bien el país exporta más de 3600 productos, 20 de ellos representaron el 66,6% de las exportaciones totales en el 2005. En cuanto a los mercados de destino, el principal continúa siendo Estados Unidos, con una participación del 42,7% del total de bienes exportados en el 2005; le siguen Centroamérica (incluyendo Panamá), con 17,2% y la Unión Europea con 16,3%. Cabe destacar el crecimiento de la participación del mercado asiático, que fue de 67,8% en 2005; Hong Kong y China absorben el 10,4% de las exportaciones totales (Procomer, 2006).

*Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*

### **Expansión de la piña: preocupan impactos ambientales**

En el año 2005, el cultivo de piña experimentó un extraordinario crecimiento (49% en relación con las 18 000 hectáreas del 2004) y se ubicó, con 26 821 hectáreas, como el sexto cultivo agrícola con más superficie en el país, después del café, el arroz, la palma africana, la caña de azúcar y el banano (Sepsa, 2006a). El total de 1 605 237 toneladas métricas de fruta producidas en 2005 (Sepsa 2006b) han convertido a Costa Rica en el principal exportador de piña del mundo (FAO, 2006). Las principales zonas de producción son las regiones norte, atlántica y sur; en esta última fue donde se inició este monocultivo en gran escala.

A pesar de los numerosos empleos que genera (60 000 aproximadamente, según la Asociación de Servicios de Promoción Laboral, Aseprola, 2006) y las oportunidades de servicio creadas a su alrededor, diversas organizaciones de la sociedad civil y entidades gubernamentales han planteado preocupaciones crecientes sobre lo que consideran impactos ambientales negativos vinculados a esta actividad, tales como el uso de prácticas inadecuadas para la conservación del suelo, que incluyen el cultivo en pendientes fuertes y la preparación mecanizada del terreno para la siembra, que causan erosión eólica y por escorrentía; esto puede afectar los cauces naturales y contribuir a la sedimentación de cuencas como la del río Grande de Térraba, con efectos aguas abajo en el manglar Térraba-Sierpe. Representantes comunales y funcionarios del MINAE han reportado además la frecuente tala de árboles dentro de las zonas protectoras de quebradas y ríos establecida por la Ley Forestal. El monocultivo de la piña es un hábitat inhóspito para especies nativas de fauna silvestre, ya que se trata de una planta exótica que se cultiva con un único estrato vegetal, sin árboles de sombra, lo que disminuye la densidad de árboles en grandes superficies del paisaje agrícola en las zonas productoras.

La utilización de bombas rociadoras para la aplicación de agroquímicos como nematocidas, fungicidas, insecticidas y fertilizantes sintéticos líquidos, puede hacer que esas sustancias se filtren tanto a las aguas de quebradas y ríos, como a viviendas, escuelas y comedores públicos, en casos en que los productores de piña no respeten las distancias establecidas por ley entre el cultivo y los ecosistemas o la infraestructura. Criadores de ganado vacuno en el cantón de Pococí han reportado daños económicos porque sus animales fueron afectados por la mosca de la piña (*Stomoxys calcitrans*), que se reproduce en el rastrojo de la planta que queda sobre los campos, después de la cosecha. En la zona sur es común la práctica de quemar esta materia orgánica, y el humo ha ocasionado problemas a los habitantes de algunas comunidades como la de Volcán de Buenos Aires. Además, los sistemas de salud ocupacional en algunas plantaciones no garantizan en todos sus aspectos la seguridad de los trabajadores.

Las sanciones penales impuestas a algunas empresas piñeras, producto de denuncias de funcionarios del Minae o representantes de la sociedad civil, no han sido congruentes con la magnitud y cantidad de los daños en ecosistemas y personas causados por el manejo inadecuado de este cultivo. Como una solución parcial a los impactos ambientales y sociolaborales descritos, algunas compañías productoras han implementado en sus fincas sistemas de gestión ambiental certificados por organizaciones externas acreditadas. Actualmente, los sistemas más comunes en fincas piñeras son las normas ISO 14001:2004 y EurepGap (versión mayo 2005 para frutas y vegetales). Es de esperar que las campañas de información que se desarrollan en Europa logren educar más al consumidor, para que en el futuro se decida por una piña producida de manera más amigable con el ambiente, las comunidades y los trabajadores.

Fuente: Bach, 2006.

## Glosario

**Demanda externa.** Bienes y servicios costarricenses que demandan los residentes de otros países del mundo.

**Demanda interna.** Cantidad total de bienes y servicios demandados por los residentes en un país.

## Propuesta de abordaje

Algunas situaciones de la vida cotidiana pueden ser modeladas y sistematizadas por medio de funciones. El o la estudiante debe ser capaz de visualizar algunas funciones como modelos de la cotidianidad; por ello el docente debe introducir el tema con este enfoque, no como un concepto aislado sin relación con la vida del ser humano.

En el ejercicio que se propone se utiliza información del *Duodécimo Informe Estado de la Nación* y se describe, mediante una función lineal, la cantidad de dólares que recibe el país por algunos de los productos que exporta.

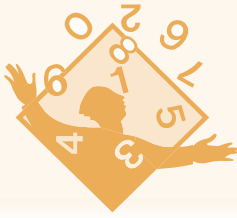
El caso se presenta como una actividad para ser desarrollada luego de iniciado el tema de funciones, sin embargo si el docente lo considera oportuno puede usar la información para introducir o desarrollar el tema, en alguna de sus partes.

En los datos originales, se indica que tanto el café de oro como los medicamentos tiene en mismo porcentaje (3,3 %) de exportación en cuanto a millones de dólares se refiere, lo que significa que es posible establecer una relación pero no una función, pues para un mismo valor de "x", tenemos dos valores diferentes de "y", es decir para dos preimágenes tenemos dos imágenes. Por ello, y para plantear una función, no se consideran los medicamentos; sin embargo, el docente puede

utilizar este ejemplo de relación que no es función.

En todo caso, es importante que el docente realice una plenaria, una vez que los estudiantes le han dado respuesta a la hoja de trabajo, no solo para revisar las respuestas matemáticas dadas, sino para reflexionar acerca del tema de fondo. No es necesario, que a través de las respuestas dadas al tema de fondo, se llegue a una conclusión, pues lo que se pretende es despertar el interés de los y las estudiantes en la realidad nacional, y provocar reacciones en ellos que impliquen externar su pensamiento y elaborar conocimiento.





## Hoja de trabajo

### Participación de nuestros productos en el mercado mundial

Seguidamente se le presentan funciones que modelan lo que Costa Rica recibe por las exportaciones de algunos de sus productos, con el fin de que usted analice el concepto matemático relacionado con una situación particular que afecta la economía nacional. Para ello responda, en forma individual, cada una de las preguntas que se le plantean. Recuerde que debe justificar cada una de sus respuestas, para luego compartirlas con sus compañeros y compañeras.

La función que se utiliza, relaciona el porcentaje de participación de algunos productos que Costa Rica exporta, con el total de millones de dólares que recibe nuestro país por exportaciones.

Esto es, en la función  $f: A \rightarrow B$ ,  $f(x) = 70,26x$ , la variable independiente representa el porcentaje de participación de algunos de nuestros productos en el 2005, y la variable dependiente corresponde al total del aporte en millones de dólares, a la economía costarricense por exportar ese producto.

1) Según los datos que se proporcionan en la tabla, utilizando la función

dada, calcule las imágenes o las preimágenes, según corresponda.

- 2) Considerando la situación que se modela, cuál es el dominio (conjunto A) y cuál es el ámbito (conjunto B) de la función.
- 3) ¿Sabía usted que el área sembrada de piña en el país creció un 170,9% entre 1999 y 2005 y el de palma africana en un 33,7%? ¿Considera que el aumento vertiginoso del área dedicada a cultivos no tradicionales tiene impactos ambientales?
- 4) Elabore la gráfica de la función utilizada.
- 5) ¿Son las exportaciones necesarias para la economía de un país? ¿Es importante para Costa Rica incentivar la exportación de los productos de mayor demanda en el mercado internacional? ¿Qué pasa en el caso de los productos cuya producción podría tener impactos a nivel ambiental?
- 6) ¿Cuál es su compromiso como habitante costarricense en relación con la producción nacional y su impacto ambiental?

Producto exportado	Preimagen	Imagen
Componentes y partes para circuitos modulares	21,2	
Textiles		526,95
Banano	6,8	
Equipos de infusión y transfusión de sueros	5,7	
Piña		323,196
Café oro		231,858

## Glosario

**Exportaciones.** Bienes y servicios vendidos en el extranjero.

# Trabajar para sobrevivir o... para vivir

Nivel: 8°

Contenido matemático:

❖ Álgebra:

- ✓ Ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Objetivo programático:

- ✓ Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Objetivos específicos:

- ✓ Representar situaciones de índole social mediante ecuaciones de primer grado con una incógnita.
- ✓ Determinar la solución de ecuaciones de primer grado con una incógnita.

*Temas transversales*

- ❖ Vivencia de los derechos humanos para la democracia y la paz.
- ❖ Educación integral de la sexualidad.



## Contexto nacional

### ***Aumenta el número de ocupados durante el 2005***

En el 2005 el número de ocupados pasó de 1 653 879 a 1 776 903 personas, 123 024 más que en el 2004. Sin embargo, conviene aclarar que este aumento en el empleo se debe tanto al mayor crecimiento económico del año como a una mejor captura de la información, sin que sea posible separar ambos elementos y atribuir a cada uno de ellos una parte del incremento registrado.

De los 123 024 nuevos empleos registrados en el 2005, 62 706 (51%) fueron asumidos por mujeres y 60 318 (49%) por hombres. Entre las mujeres ocupadas, cerca de la mitad está en la rama de hogares con servicio doméstico, seguida por agricultura (12,0%), hoteles y restaurantes (10,2%) y enseñanza (9,3%). En el caso de los hombres, las ramas que mostraron los incrementos más altos fueron agricultura (26,1%), transporte y comunicaciones (21,2%), construcción (13,2%) e industria manufacturera (12,9%).

Del aumento total de los ocupados en el año 2005 respecto del 2004, un 34,9% fueron formales, un 45,2% informales (especialmente por el servicio doméstico) y un 20% agropecuarios. Esto tiene un leve impacto sobre el empleo global, pero no cambia su estructura general, pues en el 2005 poco más de la mitad del total de ocupados siguió inserto en el sector formal (50,8%), un 34% en el informal y un 15,2% en el agropecuario.

El mayor aumento en el 2005 respecto al año anterior se dio en los asalariados. En términos absolutos su número se incrementó en 131 578 personas, de las cuales 18 416 son funcionarios públicos

(principalmente del Gobierno Central), 85 997 empleados privados (excluyendo servicio doméstico) y 27 165 se dedica a servicios domésticos. En términos relativos el mayor crecimiento se dio entre estas últimas y alcanzó el 41,6%, reflejando con claridad que parte de la mejora en este indicador obedece a una más eficiente captura de información sobre servicio doméstico (Sauma, 2006). Debe entenderse aquí que esa información se refiere sobre todo a empleos que ya existían y no habían sido medidos por la Encuesta de Hogares de Propósitos Múltiples (EHPM), más que a nuevos puestos de trabajo.

Se puede concluir entonces que -independientemente de si la Encuesta de Hogares de Propósitos Múltiples del 2004 tuvo problemas en la captura de información y en el 2005 más bien sucedió lo contrario- el fuerte aumento de los ocupados en el año bajo análisis está asociado sobre todo al crecimiento del empleo de las mujeres en el sector privado (en particular en servicio doméstico y actividades agropecuarias), pero también a incrementos generales en el empleo asalariado, privado y público. Los cambios, sin embargo, no se reflejan en grandes modificaciones en la estructura productiva. El hecho más relevante es la reversión de la tendencia del empleo agropecuario, que luego de caer sostenidamente por muchos años, muestra una recuperación.

Un aspecto relevante, que ilustra la dinámica de la captación del empleo en el año 2005 para las mujeres, radica en el hecho de que en el 2004, del total de mujeres ocupadas, el 53,8% lo estaba en el sector formal, un 41,8% en el informal y un 4,4% en el agropecuario; en contraste, los nuevos empleos detectados en el 2005 se distribuyen de la siguiente forma: 32,2% en el sector

formal, 51% en el informal y 16,8% en el agropecuario. Es decir, los nuevos empleos para las mujeres son principalmente informales y agropecuarios.

Para los hombres, el cambio es especialmente significativo en la parte agropecuaria, pues en el 2004 el 51,3% de los ocupados se encontraba en el sector

formal, un 28,5% en el informal y un 20,2% en el agropecuario; pero de los nuevos ocupados en el 2005 un 39,3% son formales, un 31,4% informales y un 29,3% agropecuarios.

*Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*

## Glosario

**Asalariado.** Persona que trabaja para un patrono.

**Empleo informal.** Conjunto de actividades productivas no agropecuarias cuyo rasgo distintivo es la escasa dotación de capital (humano y físico) con que se realizan –es decir, una reducida relación capital/trabajo–, lo cual se traduce en bajos ingresos, por lo que generalmente se trata de actividades de subsistencia. Son los trabajadores

dedicados al trabajo por cuenta propia (excluidos los profesionales y técnicos), los trabajadores familiares no remunerados, los trabajadores de microempresas (asalariados y patronos en establecimientos de cinco empleados o menos, excluyendo los profesionales y técnicos), y generalmente se agrega el servicio doméstico.

**Población ocupada.** Son las personas que trabajan.

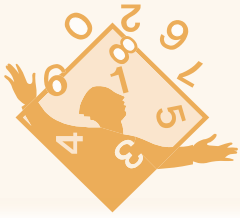
## Propuesta de abordaje

Una de las herramientas básicas que tiene la Matemática son las ecuaciones. Para llegar a ellas, primero es necesario dominar el lenguaje matemático y algunas leyes del Álgebra que ayudan a simplificar expresiones; luego, gradualmente, se resuelven ecuaciones con procesos cada vez más complejos.

En este ejercicio se construyen algunas ecuaciones relacionadas con el empleo en Costa Rica. El o la docente puede presentar la "Hoja de trabajo" a los estudiantes para que la respondan en

forma individual, luego de introducir el tema de ecuaciones. Alternativamente, si lo considera oportuno, puede utilizar la actividad para que las y los alumnos construyan los conceptos del tema; claro está que, si este es el caso, será necesario modificar la "Hoja de trabajo".

De realizarse el trabajo según lo propuesto, se sugiere efectuar una plenaria sobre las respuestas de los estudiantes, no solo para revisar las respuestas matemáticas, sino también para reflexionar acerca del tema de fondo.

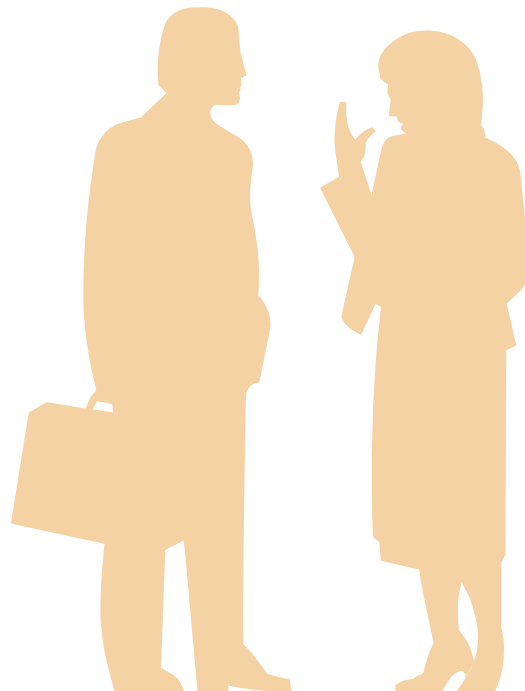


## Hoja de trabajo

### Trabajar para sobrevivir o... para vivir

Responda cada uno de los ejercicios que se le plantean a continuación. Justifique sus respuestas, para luego compartirlas con sus compañeros y compañeras.

- 1) En el 2005 hubo 1 230 24 personas ocupadas (empleadas) más que en el 2004. Si se representa con "x" la cantidad de empleados en el 2004, y conociendo que la cantidad de empleados en el 2005 fue de 1 776 903,
  - a) Escriba una ecuación para determinar x.
  - b) ¿Cuál fue la cantidad de empleados en el 2004?
- 2) Si se representa con "x" el total del aumento de personas ocupadas entre el 2004 y el 2005, y conociendo que de ellas alrededor de las  $\frac{51}{100}$  partes son mujeres, y 60 318 (el resto) son hombres, ¿cuál es aproximadamente el total del aumento? ¿Cuántas aproximadamente corresponden a mujeres?
- 3) ¿Cuáles aspectos cree usted que hayan influido para que en la cantidad de empleados que aumentaron la mayoría sean mujeres?
- 4) Si se representa con "x" el total del aumento de personas ocupadas entre el 2004 y el 2005, y conociendo que de ellas alrededor de  $\frac{7}{60}$  partes corresponden al sector público, aproximadamente  $\frac{13}{20}$  partes al sector privado, y 27 165 (el resto) al sector doméstico. ¿Cuántos nuevos empleados están en el sector público? ¿Cuántos nuevos empleados están en el sector privado?
- 5) Observando los datos de los aumentos de empleo en los sectores público y privado, ¿en cuál sector hay mayor posibilidad de conseguir un empleo? ¿Cómo se está preparando usted para asumir la responsabilidad laboral que le corresponde, en la realidad social y cultural que vivimos y viviremos los costarricenses?



## Glosario

**Población ocupada.** Son las personas que trabajan.

# Funciones para ricos y pobres

Nivel: 10°

Contenido matemático:

❖ Funciones:

- ✓ Conceptos de función, dominio y ámbito de funciones.

Objetivos programáticos:

- ✓ Identificar relaciones que corresponden a funciones.
- ✓ Interpretar hechos y fenómenos cotidianos mediante relaciones que corresponden a funciones, cuyo criterio está modelado por expresiones algebraicas sencillas.
- ✓ Identificar relaciones que corresponden a funciones.

Objetivos específicos:

- ✓ Identificar relaciones que corresponden a funciones.
- ✓ Interpretar hechos y fenómenos cotidianos mediante relaciones que corresponden a funciones.
- ✓ Determinar el dominio y ámbito de funciones.

*Tema transversal*

- ❖ Vivencia de los derechos humanos para la democracia y la paz.

## Contexto nacional

### *Desigualdad en el ingreso de los hogares costarricenses*

El desarrollo humano requiere mecanismos redistributivos de la riqueza, de manera que el acceso a las oportunidades sea generalizado para todas las personas. Tradicionalmente, el *Informe Estado de la Nación* ha aproximado esta aspiración mediante estimaciones del grado de concentración en la distribución del ingreso. Una de las fuentes para medir la desigualdad es la Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos (ENIG), que se realizó en el 2004, dieciséis años después de que se efectuara la última medición de este tipo en el país.

Los resultados de la ENIG 2004 confirman la tendencia de aumento en la desigualdad o concentración de los ingresos que se ha venido señalando en el Informe. En términos de la tasa promedio de crecimiento anual, los ingresos de los más pobres experimentaron un descenso de casi un 1% real por año en los dieciséis años considerados, mientras que los ingresos de los ricos tuvieron un incremento de poco más del 3% anual en el mismo período. En conclusión, el aumento de la brecha de ingresos entre pobres y ricos en el largo plazo se expresa por el deterioro que sufrieron los pobres.

Con base en la información de la ENIG puede afirmarse que, entre 1988 y 2004, el aumento de las brechas en materia de ingresos entre pobres y ricos se explica principalmente por los siguientes factores:

- Los ingresos de los más pobres experimentaron un importante deterioro, en tanto que los de los más ricos crecieron.
- La brecha en la escolaridad promedio de las personas de 15 o más

años de edad se duplicó entre los extremos del ingreso: en el quinto quintil alcanza 12,1 años, en contraste con los 5,2 años promedio de los miembros del primer quintil.

- El número promedio de personas por hogar es más bajo en el quinto quintil (2,9) que en el primero (4,4). En cuanto al número de perceptores de ingreso por hogar, mientras en el quintil más pobre el 41,9% de los hogares tiene solo uno, en el quintil de mayores ingresos esa relación baja al 32,9%.
- Otro elemento importante fue el crecimiento de los hogares con jefatura femenina en el quintil más pobre, que no fue acompañado por mayores ingresos, ya que estos se redujeron en 1,7%. En cambio, en el quintil más rico el crecimiento de la jefatura femenina fue menor y sí se registró un aumento en el ingreso (54,1%).

Por otra parte, los resultados de la ENIG muestran también cambios significativos en el patrón de consumo de los hogares. Estas variaciones se observan en el crecimiento y la importancia relativa de los distintos gastos.

Entre 1998 y 2004 los rubros de transporte, educación y alquiler, agua y electricidad, fueron los que registraron un mayor crecimiento real acumulado del gasto de los hogares. El gasto de consumo per cápita en alimentación aumentó levemente en los hogares pobres (1,8%), único quintil en el que esto sucedió, pues en el resto se redujo (en los ricos el cambio fue de -4,2%). El gasto en transporte tuvo un incremento importante para los pobres (214,9%), mientras que entre los ricos creció en 88,8%. Educación fue el rubro que mostró el mayor crecimiento: 278,0% para los más ricos, frente a 229,6% para los más pobres.

En el mismo período, la proporción que representan los alimentos en el gasto de los hogares bajó tanto para personas pobres como para el grupo de mayor ingreso. En el primer caso pasó del 50,8% al 40,1%, y en el segundo del 22,4% al 13,9%. El rubro de transportes, por el contrario, aumentó para ambos grupos de ingreso, aunque el crecimiento fue mayor para el primer quintil, donde ese gasto pasó de representar el 4,2% del total en 1988 al 10,2% en el 2004. En el quinto quintil la variación fue de 19,5% a 23,9%.

Los mayores aumentos en la importancia relativa de los gastos del primer quintil se dieron en los rubros de transporte y comunicaciones (de 4,2% en 1988 a 10,2% en 2004) y alquiler de vivienda, agua y electricidad (de 12,5% a 16,7%), en tanto que para los ricos los incrementos más fuertes se dieron en educación y transporte (de

5,0% a 12,4% y de 19,5% a 23,9%, respectivamente).

Entre 1988 y 2004 también se ampliaron las distancias entre los grupos extremos de la distribución en materia de gastos, especialmente en salud, educación y bienes y servicios diversos. En el primer caso, el consumo per cápita del quintil más rico por concepto de salud pasó de ser 19,3 veces el gasto del quintil más pobre en 1988 a 35,5 veces en el 2004. La brecha en el gasto en educación se amplió de 18,1 a 20,7 veces entre el quintil más rico y el más pobre. El quinto quintil también amplió su capacidad de consumo de bienes y servicios diversos con respecto al quintil más pobre, al pasar de una relación de 11,1 veces en 1988 a una capacidad de 15,1 veces en el 2004.

*Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*



## Glosario

**Per cápita.** Por persona.

**Quintil de ingreso.** Este es un indicador representativo de desigualdad en la distribución de los ingresos. Para calcularlo la población se ordena de menor a mayor según el ingreso per cápita, luego se divide en cinco grupos que contienen, cada uno, un 20% de

la población. Aquí se compararán los dos quintiles extremos (el 20% más rico y el 20% más pobre). Se analizan las diferencias entre el crecimiento de los gastos en distintos rubros, de la población que tiene los mayores ingresos (quintil 5) y la más pobre del país (quintil 1), en los años 1988 y 2004.

## Propuesta de abordaje

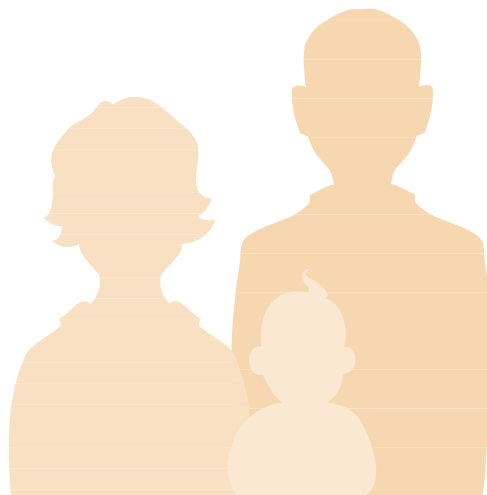
Aunque las funciones se encuentran en casi toda construcción humana, el hecho de que las estemos utilizando a menudo no es tan evidente. El ejercicio que se presenta pretende hacer explícita una situación real nacional, que podría representarse por medio de una función.

De todos es conocido que, en Costa Rica, las brechas entre los sectores ricos y pobres son cada vez mayores y así lo ha documentado por varios años el *Informe Estado de la Nación*. Un estudio comparativo entre dos grupos de ingreso será el escenario de la actividad que aquí se propone.

La clasificación de los hogares en quintiles se hace ordenando la población de menor a mayor, según su ingreso per cápita. Luego se divide en cinco grupos que contienen, cada uno, un 20% de la población. Para el ejercicio que se plantea se ha utilizado esta división y se comparan los dos quintiles extremos (el 20% más rico y el 20% más pobre). Este es un indicador representativo de desigualdad en la distribución de los ingresos.

La función a la que hace referencia el ejercicio tiene como dominio los rubros en los que las familias costarricenses dividen sus entradas económicas. El ámbito está conformado por las diferencias del consumo per cápita en esos rubros, entre las familias más pobres y las más adineradas.

Se recomienda que el o la docente haga una breve introducción del tema, haciendo énfasis en cada uno de los rubros de los gastos familiares. Una vez que los estudiantes hayan terminado el ejercicio, pueden revisarse las respuestas y cerrar con un análisis general de la situación económica que viven las familias costarricenses.





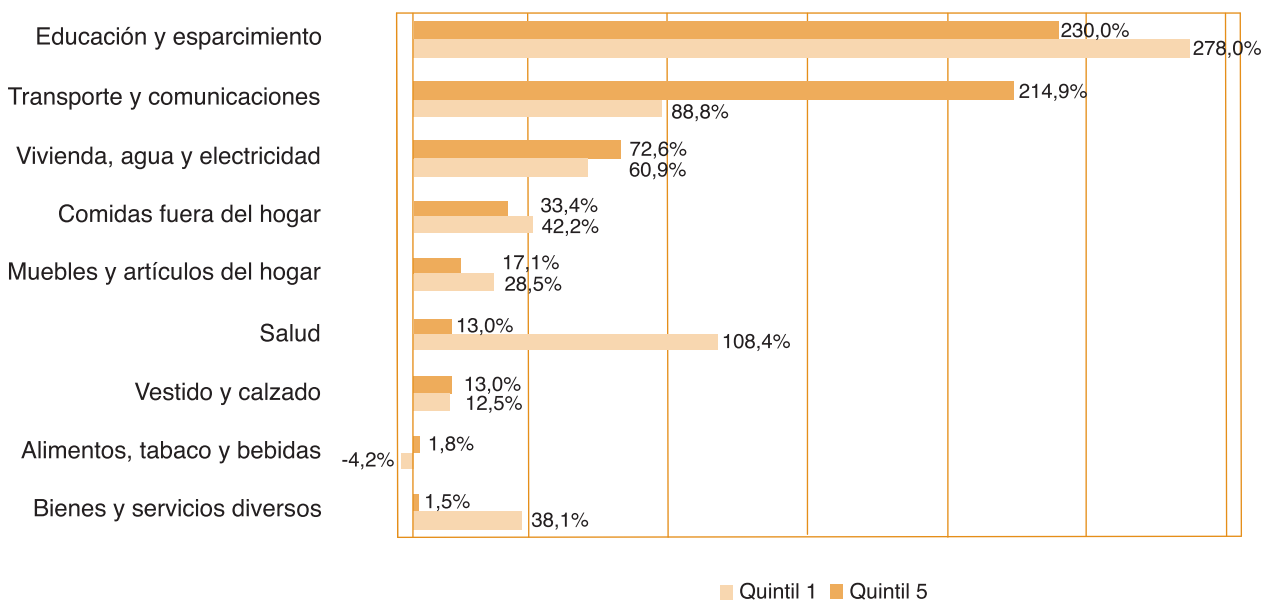
## Hoja de trabajo

### Funciones para ricos y pobres

Los análisis que por varios años se vienen realizando en el país, algunos de los cuales han sido divulgados por los informes *Estado de la Nación*, reflejan la tendencia de aumento en la brecha entre los grupos sociales. Los cambios económicos que enfrentan las familias dan lugar a transformaciones en el patrón de consumo, pues las familias deben establecer prioridades en sus gastos.

En este ejercicio se trabaja con la clasificación de los hogares en quintiles. Esto significa que la población se ordenó de menor a mayor según el ingreso per cápita, luego se dividió en cinco grupos que contienen, cada uno, un 20% de la población. Aquí se compararán los dos quintiles extremos (el 20% más rico y el 20% más pobre). Este es un indicador representativo de desigualdad en la distribución de los ingresos. Se analizan las diferencias entre el crecimiento de los gastos en distintos rubros, de la población que tiene los mayores ingresos (quintil 5) y la más pobre del país (quintil 1), en los años 1988 y 2004. Observe el siguiente gráfico.

**Gráfico 3.1. Crecimiento del gasto de consumo per cápita de los hogares, por grupo de gasto, según quintil de ingreso per cápita. 1988 y 2004**



Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.



Con la información del gráfico se puede plantear una función, que tiene como dominio los rubros en los que las familias de nuestro país invierten sus entradas económicas; el ámbito refleja las diferencias en el crecimiento de los gastos en esos rubros, entre los grupos extremos de la población (grupo de mayores ingresos y grupo con menores ingresos).

Así, la función puede ser  $f(x) = g_{x5} - g_{x1}$  donde  $g_{x5}$  es el crecimiento porcentual en el gasto de consumo per cápita del quintil 5 y  $g_{x1}$  es el crecimiento porcentual en el gasto de consumo per cápita del quintil 1.

- 1) Indique cuál es el dominio de la función  $f$ , expréselo en un conjunto.
- 2) De acuerdo con la información que se presenta, determine las diferencias porcentuales, entre las dos poblaciones, en cada uno de los grupos de gastos.
- 3) Indique cuál es el ámbito de la función  $f$ , expréselo en un conjunto.
- 4) Compare el consumo de los hogares de ambos quintiles. ¿Qué diferencias observa en los gastos?
- 5) ¿Cree usted que el consumo de los hogares ha cambiado en los últimos años? ¿En qué sentido?
- 6) ¿Cuál fue el grupo de gasto de mayor crecimiento para ambas poblaciones? Establezca algunas hipótesis sobre las causas de tal crecimiento.
- 7) Compare los grupos de gastos en los que el aumento fue mayor para la población del quintil 1 (más pobre) que para la del quintil 5. ¿Se puede decir, a partir de esta comparación, que la brecha social entre ambos grupos ha aumentado? Justifique.

# Unidad 4

## Armonía con la naturaleza

Desde 1994 el capítulo "Armonía con la naturaleza" del *Informe Estado de la Nación* ha venido estudiando si, año a año, la sociedad costarricense utiliza los recursos naturales conforme a las aspiraciones del desarrollo humano en esta materia o si, por el contrario, los emplea de manera tal que pone en riesgo las riquezas naturales, así como las posibilidades futuras de usarlas como soporte del desarrollo.

A partir de 1996 el capítulo hilvana su análisis y balance a partir del concepto de gestión ambiental, que aglutina todas aquellas acciones, políticas y programas, públicos y privados, relacionados con la conservación y uso de los recursos naturales. A su vez este concepto se subdivide en tres dimensiones: gestión del patrimonio, gestión del cambio y gestión del riesgo, las cuales se encuentran íntimamente ligadas entre sí. La primera dimensión valora el desempeño nacional en la tarea de conservar los elementos únicos y amenazados del paisaje y la biodiversidad, así como aquellos recursos que son propiedad

común de todos los habitantes. La gestión del cambio profundiza en el impacto del desarrollo sobre los recursos naturales, que se da como resultado de las transformaciones que va experimentando la sociedad costarricense. Finalmente, la gestión del riesgo evalúa las distintas acciones que realiza el país para hacer frente a su condición de escenario de múltiples amenazas naturales y humanas.

En esta unidad se encontrarán ejercicios matemáticos para reflexionar sobre temas de la gestión del patrimonio y la gestión del cambio, como los siguientes:

- *Presupuesto de las instituciones del sector ambiental.*
- *Territorio protegido.*
- *Esfuerzos de protección.*
- *Uso del recurso suelo.*
- *Consumo energético.*
- *Contaminación del aire.*
- *Desechos sólidos.*

<b>Nombre del ejercicio</b>	<b>Número de página</b>	<b>Nivel en que se sugiere la aplicación</b>	<b>Unidad de estudio</b>	<b>Contenido del programa de estudios</b>
Responsabilidad con el ambiente	118	7º	Números racionales	• Concepto.
Lo que realmente es nuestro	122	7º	Números racionales	• Concepto.
La protección del bosque costarricense, un enfoque matemático para secundaria	126	8º	Álgebra	• Valor numérico de una expresión algebraica.
¿Que hacemos con el ambiente?	133	7º	Números racionales	• Suma con números racionales.
El cambio en el uso de la tierra desde el punto de vista de la estadística descriptiva	138	9º	Estadística	• Gráficos de barras.
Una visión estadística del consumo de hidrocarburos	145	8º	Estadística	• Construcción de gráficos circulares. • Interpretación de gráficos.
Las ecuaciones nos demuestran que debemos cambiar nuestras fuentes de energía	151	8º	Álgebra	• Ecuaciones de primer grado con una incógnita.
Análisis de la calidad del aire vista como una función	158	10º	Funciones	• Gráficos de funciones reales de variable real.
¿Aire puro?	163	8º	Álgebra	• Problemas que involucren en su solución una ecuación de primer grado con una incógnita.
La producción de residuos sólidos vista como una función lineal	168	10º	Funciones	• Ecuación de la recta.
La basura... ¿sirve?	173	7º	Números racionales	• Concepto.
La basura tiene un valor, calculémoslo	179	8º	Álgebra	• Valor numérico de una expresión algebraica.
La basura no es barata	184	10º	Funciones	• Función lineal (dominio, codominio, ámbito, imagen y notación de funciones).

# Responsabilidad con el ambiente

## Nivel: 7º

### Contenido matemático:

- ❖ Números racionales (concepto)

### Objetivo programático:

- ✓ Caracterizar el conjunto de los números racionales.

### Objetivos específicos:

- ✓ Utilizar el concepto de fracción en situaciones cotidianas.
- ✓ Expresar en diferentes notaciones los números racionales.
- ✓ Establecer relaciones de orden entre los números racionales.

### *Tema transversal*

- ❖ Cultura ambiental para el desarrollo sostenible.

## Contexto nacional

### ***Brechas en la asignación de recursos para las instituciones del sector ambiente***

La Ley Orgánica Ambiental (LOA), promulgada en 1995, no garantizó recursos humanos y financieros suficientes y apropiadamente distribuidos para las instituciones que se crearon a su amparo. Cuando se analiza el sector ambiental se observa que no siempre las prioridades en la asignación del empleo y el gasto públicos coinciden con las prioridades de la agenda ambiental, a saber: problemas de contaminación, manejo de los recursos hídricos y marinos, uso del suelo, energía, ordenamiento del territorio y efectos de los eventos naturales. Información de la Secretaría Técnica de la Autoridad Presupuestaria para una muestra de entidades públicas<sup>1</sup> evidencia que, en 1996, las instituciones ambientales absorbían el 20,9% del Presupuesto Nacional. La creación de los órganos previstos en la LOA significó un incremento relativo en la asignación presupuestaria y de personal. En cuanto a recursos financieros, el presupuesto del sector pasó -en términos reales, con base en 2005- de 620 735 a 1 328 322 millones de colones entre 1996 y 2005, un crecimiento anual promedio de 8,8%; esto hizo que su participación en el gasto total del sector público alcanzara el 26,5% en el último año.

No obstante, el presupuesto está altamente concentrado en los subsectores de energía y de agua y saneamiento. En el 2005, el Instituto Costarricense de Electricidad (ICE), la Compañía Nacional

de Fuerza y Luz (CNFL), la Refinadora Costarricense de Petróleo (Recope) y el Instituto Costarricense de Acueductos y Alcantarillados (ICAA) ejecutaron el 98,7% de los recursos totales del sector ambiente y energía. Dos factores que ayudan a explicar esta brecha son la antigüedad de estas instituciones y sus fuentes de ingresos. Tres de ellas pertenecen al grupo de las más antiguas del sector: el ICE y la CNFL fueron creadas en la década de los cuarenta y el ICAA a principios de los sesenta. Las cuatro se financian con la venta de bienes y servicios; en el 2005, más del 90% de sus ingresos provino de esa actividad. Aunque los ingresos por venta de servicios también representan una proporción significativa de los recursos financieros de otras instituciones, como la Empresa de Servicios Múltiples de Heredia (ESPH) (94,5%), la Junta Administradora del Servicio de Electricidad de Cartago (Jasec) (94,7%), la Dirección General de Geología y Minas (85,4%), el Fondo de Parques Nacionales (80,7%), y el Instituto Meteorológico Nacional (IMN) (61,5%), en las demás entidades analizadas su importancia es inferior al 35%.

Excluyendo el subsector de energía, el gasto ambiental creció en términos reales en 4694 millones de colones (1% anual promedio) entre 1996 y 2005. La Dirección General de Geología y Minas y el Ministerio de Ambiente y Energía (Minae) tuvieron los mayores aumentos relativos en sus presupuestos durante el período. Sin embargo, no en todas las instituciones se registraron incrementos presupuestarios; el Fondo Forestal, el Fondo de Vida Silvestre y el Servicio Nacional de Aguas Subterráneas, Riego y Avenamiento (Senara) experimentaron reducciones significativas. Llama la atención que las entidades relacionadas con el agua, recurso crítico para la

1 Minae, CNFL, ICE, Recope, ICAA, Senara, CNE, Fondo Forestal, Dirección General de Geología y Minas, IMN, Fondo de Vida Silvestre y Fondo de Parques Nacionales.

gestión ambiental, hayan sufrido una severa contracción (Senara) o un estancamiento en la asignación de recursos financieros. El 68,4% del presupuesto del sector en el 2005, sin considerar el subsector energético, fue ejecutado por el ICAA y el Senara. El Minae (incluyendo el Sinac) recibió el 21% de los recursos.

Una de las instituciones que más problemas ha tenido en los últimos años en materia de recursos financieros es el Sistema Nacional de Áreas de Conservación (Sinac). Esta entidad está encargada de administrar el 25% del territorio nacional que se encuentra sometido al régimen de áreas silvestres protegidas (ASP). Sus principales fuentes de financiamiento son el ingreso generado por la tarifa de visitas turísticas a las ASP, que se canaliza a través del Fondo de Parques Nacionales, así como otras formas de captación, tales como fideicomisos en algunas áreas específicas. El Sinac ha tenido restricciones presupuestarias debido a lineamientos

que no permiten la incorporación de todos los ingresos al presupuesto, y por debilidades de gestión.

En efecto, el *Décimo Informe Estado de la Nación* dio a conocer un diagnóstico para el período 2004-2006, que reflejó un déficit de 11 000 millones de colones con respecto a las necesidades financieras proyectadas por el Sinac. Además, los problemas de gestión han generado subejecución de los ya limitados recursos de esta entidad. La falta de dinero ha afectado la expansión de las ASP y el pago de las deudas pendientes por compra de tierras en esas áreas, algunas desde hace décadas. En el 2003 la Contraloría General de la República señaló que la gestión del Minae es deficiente en lo que concierne a la entrega oportuna de recursos provenientes de los impuestos y tasas, por parte de los agentes recaudadores (CGR, 2003).

*Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*

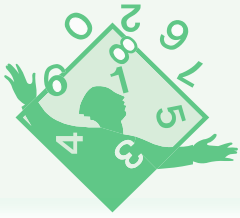
## Propuesta de abordaje

Para introducir el concepto de número racional se debe manejar información proveniente de diversas fuentes, que permita observar cómo los números racionales se utilizan en distintas situaciones, en diferentes notaciones.

En este ejercicio se consideran datos del *Duodécimo Informe Estado de la Nación*, sobre el tema del presupuesto nacional dedicado a las instituciones ambientales. Se pretende que el alumno

o alumna conozca esta información, la interprete y la exprese en diferentes notaciones.

Se recomienda al docente que primero proporcione a las y los estudiantes la "Hoja de trabajo", para que la analicen y respondan en forma individual. Luego puede realizar una plenaria, en la que se compartan las respuestas matemáticas y se discutan las preguntas generadoras.



## Hoja de trabajo

### Responsabilidad con el ambiente

Responda individualmente cada una de las preguntas que se le plantean a continuación. Justifique cada una de sus respuestas.

- 1) En 1996, el Presupuesto Nacional (PN) era de 2 965 960,10 millones de colones. Las instituciones ambientales absorbían aproximadamente  $\frac{1}{5}$  del PN.
  - a) ¿Qué cantidad de dinero se dedicaba a las instituciones ambientales?
  - b) Represente en forma decimal la fracción del PN que absorbían las instituciones ambientales.
- 2) En el 2005 las instituciones ambientales absorbían 1 328 322 millones de colones, de un Presupuesto Nacional (PN) de 5 013 562,4 millones de colones.
  - a) ¿Qué parte del PN se destinó a las instituciones ambientales? Represente este dato en notación fraccionaria.
  - b) Represente en notación decimal la parte del PN que se utilizó en las instituciones ambientales.
- 3) ¿Cuál es la fracción mayor: la que representa la parte del PN que se utilizó en las instituciones ambientales en 1996 o la que representa lo que se usó en el 2005? ¿Significa un crecimiento en el presupuesto una mejora en la sostenibilidad de los recursos ambientales?
- 4) Algunos de los objetivos de la gestión ambiental en Costa Rica tienen que ver con la protección de nuestro patrimonio natural, reducir el deterioro ambiental y mitigar el impacto de los desastres provocados por fenómenos de origen natural o antropogénico. Tomando en cuenta los resultados obtenidos en las preguntas 1a y 2a, ¿considera que el presupuesto asignado es suficiente para promover la gestión ambiental en nuestro país?
- 5) Aparte de la labor que realizan las instituciones del sector ambiental, ¿usted, como estudiante, que acciones puede realizar para cuidar los recursos naturales del colegio y de la comunidad?

## Glosario

**Área silvestre protegida.** Zona geográfica delimitada, constituida por terrenos, humedales y porciones de mar. Ha sido declarada como tal por representar significado especial por sus ecosistemas, la existencia de especies amenazadas, la repercusión en la re-

producción y otras necesidades y por su significado histórico y cultural. Esta área está dedicada a la conservación y protección de la biodiversidad, el suelo, el recurso hídrico, los recursos culturales y los servicios de los ecosistemas en general.

# Lo que realmente es nuestro

Nivel: 7°

Contenido matemático:

- ❖ Números racionales (concepto).

Objetivo programático:

- ✓ Caracterizar el conjunto de los números racionales.

Objetivos específicos:

- ✓ Utilizar el concepto de número racional, en notación fraccionaria, en el análisis de situaciones cotidianas.
- ✓ Establecer relaciones de orden entre números racionales expresados en notación fraccionaria.

*Tema transversal*

- ❖ Cultura ambiental para el desarrollo sostenible.



## Contexto nacional

### Áreas silvestres protegidas continentales y marinas

En el 2005 se crearon cuatro nuevos refugios naturales de vida silvestre: Maquenque, en el Área de Conservación Arrenal-Huetar Norte, Jardines de la Catarata, en el Área de Conservación Cordillera Volcánica Central, Ara Macao, en el Área de Conservación Pacífico y La Nicoyana, en el Área de Conservación Tempisque. Se dio además una modificación de límites en el refugio de la isla San Lucas y humedales asociados. Los nuevos refugios creados sumaron 52 843 hectáreas adicionales al área protegida del país, que había permanecido estable alrededor de un 25% del territorio desde hace varios años, y pasó a representar el 26% de la superficie continental nacional (Sinac-Minae, 2006a).

En años recientes el país aumentó su conocimiento sobre la conservación en áreas marinas. El área protegida marina representa un 16,52% de la superficie marina nacional, si se consideran solamente las aguas interiores y territoriales (Sinac-Minae, 2006b). Sin embargo, en términos de la zona económica exclusiva (ZEE), el área protegida marina representa apenas un 0,9%. No obstante, un decreto ejecutivo promovido por la Comisión de la Zona Económica Exclusiva (31832-Minae) pretende proteger hasta un 25% de esa zona, es decir, un porcentaje similar al protegido en el área continental. La proporción del

territorio nacional (continental y marino) bajo alguna forma de protección es del 22,6%.

En 2005 se hicieron esfuerzos por mejorar el control de áreas protegidas con recursos marinos. Tal fue el caso de la iniciativa de patrullaje en el Parque Nacional Marino Las Baulas, la cual fue posible gracias a un convenio de colaboración firmado entre la Fundación Marviva, el Ministerio del Ambiente y Energía (Minae) y el Ministerio de Seguridad Pública (E: Cajiao, 2006). En el ámbito de las estrategias internacionales de conservación resalta la participación del país en la iniciativa del Corredor del Pacífico Tropical Oriental, que se desarrolla en la región conformada por cinco islas de Ecuador (Galápagos), Colombia (Gorgona y Malpelo), Panamá (Coiba) y Costa Rica (Coco); así como la creación de la Comisión de la Zona Económica Exclusiva.

Los esfuerzos realizados para llevar adelante acciones de conservación *in situ* de los recursos marino-costeros y el reconocimiento de su territorio marino, traen consigo nuevas dinámicas y aportes en función de su enorme potencial de desarrollo. No obstante, es necesario incorporar nuevos actores en las discusiones sobre el manejo de estos recursos: las municipalidades, los ministerios de Relaciones Exteriores y Seguridad Pública y la Defensoría de los Habitantes, entre otros.

*Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*



## Glosario

**Área de conservación.** Unidad territorial administrativamente delimitada, en donde se interrelacionan actividades tanto privadas como estatales y se buscan soluciones conjuntas, orientadas por estrategias de conservación y desarrollo sostenible de los recursos naturales.

**Aguas interiores.** Aguas situadas en el interior de la línea de base del mar territorial -doce millas marinas medidas a partir de líneas de bajamar, a lo largo de las costas-.

**Área silvestre protegida.** Zona geográfica delimitada, constituida por terrenos, humedales y porciones de mar. Ha sido declarada como tal por representar significado especial por sus ecosistemas, la existencia de especies amenazadas, la repercusión en la reproducción y otras necesidades y por su significado histórico y cultural. Esta área está dedicada a la conservación y protección de la biodiversidad, el suelo, el recurso hídrico, los recursos culturales y los servicios de los ecosistemas en general.

**Aguas territoriales.** Anchura hasta un límite que no exceda de doce millas marinas medidas a partir de líneas de bajamar, a lo largo de las costas, donde el Estado costarricense ejerce su soberanía completa y exclusiva.

**Conservación *in situ*.** Preservación, mantenimiento, restauración, y uso sostenible de los elementos de la biodiversidad en su ambiente natural.

**Refugios naturales.** Se trata de bosques destinados especialmente para la protección, la conservación, el incremento y manejo de las diferentes especies de flora y fauna silvestre del medio.

**Zona económica exclusiva.** Jurisdicción especial que el Estado costarricense ejerce sobre los mares adyacentes a su territorio, en una extensión que no se extenderá más allá de doscientas millas marinas contadas desde las líneas de base, a partir de las cuales se mide la anchura del mar territorial.

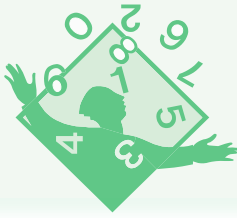
## Propuesta de abordaje

Al estudiar el concepto de los números racionales, se parte de que estos se usan para representar diversas situaciones de la vida. Al aprender con base en la representación matemática de una situación cotidiana, es posible analizar desde otra perspectiva el concepto y obtener conclusiones. En el caso de los números racionales, sus representaciones matemáticas son diversas, y todas deben conocerse, pues se amoldan mejor dependiendo de la situación.

En este ejercicio se utiliza la información que proporciona el *Duodécimo Informe*

*Estado de la Nación* sobre las áreas silvestres protegidas del país, para reforzar el concepto de número racional en su notación fraccionaria. El o la docente puede ampliar este ejercicio efectuando las representaciones gráficas correspondientes, estableciendo relaciones de orden entre las fracciones utilizadas, o realizando operaciones con las fracciones, entre otros.

Se sugiere que los ejercicios propuestos se resuelvan en forma individual. Luego, en una plenaria, las y los estudiantes compartirán las respuestas matemáticas y discutirán las preguntas generadoras.



## Hoja de trabajo

### Lo que realmente es nuestro

En esta "Hoja de trabajo" se presenta información sobre las áreas silvestres protegidas de nuestro país, para que a través de los números racionales interpretemos una realidad que nos concierne a todos los costarricenses.

Responda individualmente las preguntas que se le plantean a continuación. Justifique cada una de sus respuestas.

- 1) En el 2005 Costa Rica destinaba  $\frac{13}{50}$  de su territorio a áreas silvestres protegidas (ASP). Si el país tiene una extensión de 51 100 kilómetros cuadrados, ¿cuánto mide, en kilómetros cuadrados, el territorio destinado a ASP?
- 2) El área protegida marina representa aproximadamente  $\frac{413}{2500}$  de la superficie marina nacional (considerando las aguas interiores y territoriales). Si esta superficie es de 589 000 kilómetros cuadrados, ¿cuál es, en kilómetros cuadrados, el área protegida marina?
- 3) La fracción que representa el territorio nacional (continental y marino) bajo alguna forma de protección es  $\frac{113}{500}$ . Si el territorio nacional (continental y marino) mide 640 100 kilómetros cuadrados, ¿cuánto mide el territorio nacional que está bajo alguna forma de protección, en kilómetros cuadrados? ¿Por qué o para qué se debe proteger el territorio nacional?
- 4) ¿Cuál de las fracciones utilizadas en las preguntas anteriores es mayor? ¿Qué significado tiene la fracción mayor para la situación que se está analizando?
- 5) Cuando visita un área silvestre protegida (parque nacional, reserva biológica, humedal, reserva forestal, refugio de vida silvestre, por ejemplo), ¿qué podría hacer usted para contribuir con la protección de la riqueza natural?



## Glosario

**Área silvestre protegida.** Zona geográfica delimitada, constituida por terrenos, humedales y porciones de mar. Ha sido declarada como tal por representar significado especial por sus ecosistemas, la existencia de especies amenazadas, la repercusión en la reproducción y otras

necesidades y por su significado histórico y cultural. Esta área está dedicada a la conservación y protección de la biodiversidad, el suelo, el recurso hídrico, los recursos culturales y los servicios de los ecosistemas en general.

# La protección del bosque costarricense, un enfoque matemático para secundaria

Nivel: 8°

Contenido matemático:

- ❖ Álgebra:
  - ✓ Valor numérico de una expresión algebraica.

Objetivo programático:

- ✓ Calcular el valor numérico de una expresión algebraica.

Objetivo específico:

- ✓ Determinar el valor numérico de una expresión algebraica.

*Tema transversal*

- ❖ Cultura ambiental para el desarrollo sostenible.

## Contexto nacional

### ***Sigue creciendo el pago por servicios ambientales (PSA) en protección de bosque, pero hay poca demanda para reforestación***

Los bosques prestan servicios ambientales importantes: son sumideros de dióxido de carbono, constituyen el hábitat de distintas especies de flora y fauna e inciden en el ciclo hidrológico. Por esta razón, existe en nuestro país una preocupación creciente para ejecutar acciones que garanticen su conservación.

En el año 2004 el Fondo Nacional de Financiamiento Forestal (Fonafifo) contrató un total aproximado de 82 600 hectáreas bajo la modalidad de pago de servicios ambientales (PSA), en la cual la categoría de protección de bosque es la de mayor presencia, con alrededor del 96%.

Entre 1995 y 2004 fueron cubiertas por el PSA más de 450 000 hectáreas, que representan cerca del 8% del territorio nacional (y un 11% del territorio con propietarios del bosque beneficiados y con créditos forestales). Hay más de 7 000 propietarios de bosque beneficiados y con créditos forestales. En el 2004, el presupuesto anual de Fonafifo fue de 6 900 millones de colones. Los montos pagados por servicios ambientales se instituyeron por decreto y difieren según la modalidad de protección: para el establecimiento de plantaciones forestales es de 269 500 colones por hectárea, para la protección de bosque de 105 000 colones por hectárea y en sistemas agroforestales de 387 colones por árbol.

El decreto que asigna los recursos del PSA define anualmente un máximo de

hasta 6 000 hectáreas para reforestación (Fonafifo, 2005). Sin embargo, en esta categoría existe una escasez de demanda, debido a la baja rentabilidad de la reforestación en contraste con otros posibles usos de la tierra. Lo contrario se presenta en la categoría de protección de bosque, en la cual la oferta de quienes desean ingresar al programa supera las 800 000 hectáreas.

A la luz de la aprobación del Protocolo de Kyoto, a partir del 2005 se aplica una adaptación en PSA de reforestación. En las denominadas "tierras Kyoto", que fueron deforestadas antes de 1989, además de plantaciones el Protocolo considera el desarrollo de procesos de regeneración natural. En consecuencia, ahora el Fonafifo acepta como proyectos de reforestación áreas con regeneración natural que cumplan con un número mínimo de brinzales y latizales ya establecidos. De esta forma, además de incentivar el cultivo de especies forestales que atiendan demandas de mercado, se promueve la reinserción de especies nativas (E: Sánchez, 2005).

En el 2003 se reforzó la tendencia al crecimiento en el porcentaje de madera autorizada proveniente de plantaciones forestales, que pasó de abastecer un 5% del consumo nacional en 1990, a 64% en el 2003 (ONF, 2005). No obstante, persiste el riesgo señalado en el *Décimo Informe Estado de la Nación*, sobre el posible desabastecimiento de madera de estas fuentes a partir del 2008, debido al estancamiento en la ampliación de las plantaciones. Evidentemente, hay limitaciones para conocer el estado real del consumo y el uso de madera proveniente de la tala ilegal, pues su contabilización escapa a las posibilidades de la Oficina Nacional Forestal.

*Fuente: Undécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*

## Glosario

**Brinzales.** Plantas nacidas de semilla.

**Latizales.** Masa de monte alto, con diámetros normales inferiores a 20 cm y que, si se encuentran en espesura normal o excesiva, podan naturalmente sus ramas inferiores.

**Pago de servicios ambientales (PSA).** Es un reconocimiento financiero por parte del Estado, a través del Fonafifo, a los y las propietarios(as) y poseedores(as) de bosques y plantaciones forestales por los servicios ambientales que éstos proveen y que inciden directamente en la protección y mejoramiento del medio ambiente.

**Protocolo de Kyoto.** Acuerdo que pretende reducir en 5% los gases causantes del efecto invernadero, durante su primera fase, que comprende el período de 2008 a 2012. Un total de 125 países ratificó este protocolo, con lo que se frenará el calentamiento global del planeta, causante del deshielo y la destrucción de la capa de ozono.

**Reforestación.** Proceso de replantar árboles con el fin de obtener productos, ofrecer servicios o recuperar áreas degradadas.



## Propuesta de abordaje

Con la presente actividad se espera que el estudiante, además de familiarizarse con el uso de fórmulas para el cálculo de valores numéricos, relacione este tipo de operación con situaciones que le incumben directamente y tome conciencia de la importancia del pago por servicios ambientales (PSA) para la recuperación de bosque y la producción de oxígeno para el planeta.

Al tener un conjunto de datos bivariados  $(x, y)$ , representados en un diagrama de dispersión, el estadístico busca una ecuación que le permita buscar la relación entre los datos variables. La ecuación que se elige es aquella que se ajuste mejor al diagrama de dispersión. En muchos casos esta ecuación representa una función lineal de la forma " $y = mx + b$ ". A esta expresión, obtenida a partir de las fórmulas que se muestran en el recuadro, se le denomina **ecuación de la recta de mejor ajuste**. Dicha recta sirve en muchos casos para hacer predicciones. Generalmente no se predice el valor exacto de "y". Se suele aceptar si las predicciones están razonablemente cercanas a los valores reales.

Es importante que el profesor ofrezca una introducción sobre lo que significa la recta de mejor ajuste y la relación que tiene con las predicciones estadísticas, y que el estudiante comprenda y analice los resultados obtenidos y entienda que algunas veces es necesario el redondeo o la interpretación de los datos en la solución de un problema.

La presentación y análisis del gráfico obtenido con el programa Excel queda a discreción del profesor, no está dentro de los alcances de la actividad profundizar en el uso de Excel o la obtención de la recta de mejor ajuste.

No se pide profundizar en la obtención de la recta de mejor ajuste, calculada con el programa Excel, ya que el nivel académico aún no contempla estos contenidos. Lo importante es que el alumno o alumna manipule las expresiones y las visualice como representaciones de situaciones concretas. La expresión obtenida de la recta de mejor ajuste " $P(x)=41.5x + 78.757$ ", debe ser tratada como un polinomio y no como una función, debido al nivel en que se propone la actividad.

Al final de la actividad, el o la profesora puede hacer una mesa redonda en la que se comenten los resultados y se analice el beneficio que el PSA trae al país y al planeta.

### Fórmulas para cálculo de la recta de mejor ajuste

$$\text{RECTA: } Y = mx + b$$

Cálculo de la pendiente:

$$m = \frac{SC(xy)}{SC(x)}$$

Suma de cuadrados de  $(xy)$  :

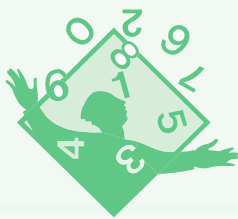
$$SC(xy) = \sum (xy) = \frac{(\sum x)(\sum y)}{n}$$

Suma de cuadrados de  $(x)$  :

$$SC(x) = \sum x^2 = \frac{(\sum x)^2}{n}$$

Cálculo de intersección con Y :

$$b = \frac{1}{n} (\sum y - m \sum x)$$



## Hoja de trabajo

### La protección del bosque costarricense, un enfoque matemático para secundaria

Es evidente que los bosques aportan recursos fundamentales para la permanencia de la vida en el planeta: son refugios de vida silvestre, de flora y fauna, funcionan como "pulmones" productores de oxígeno y garantizan la continuidad del ciclo hidrológico. Por todo esto en los últimos años ha surgido una preocupación creciente por su conservación. En respuesta a ello se ha instituido el pago de servicios ambientales (PSA).

En el siguiente cuadro se presenta un resumen de la cantidad de hectáreas contratadas, año con año, por los programas de PSA. Con base en esos datos, y utilizando el programa Excel, se puede obtener una expresión algebraica que relacione cada año "x" con la cantidad de hectáreas contratadas modelada por el polinomio  $P(x) = 41,5x + 78,757$ . Esta expresión se llama "recta de mejor ajuste" y nos sirve para calcular, aproximadamente, la cantidad de hectáreas que se contratarán en un futuro cercano, si la tendencia no cambia. Utilizando los datos del cuadro 4.1 tomado del *Undécimo Informe Estado de la Nación*, realice las actividades que se plantean a continuación.

**Cuadro 4.1. Áreas contratadas en PSA. 1997-2004 (hectáreas)**

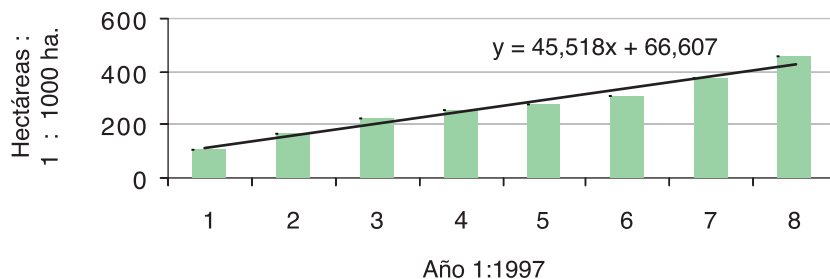
Años	Modalidad				Total hectáreas
	Protección de bosque (hectáreas)	Manejo de bosque (hectáreas)	Reforestación (hectáreas)	Plantaciones establecidas (hectáreas)	
1997	88 829,8	9324,5	4629,4		102 783,7
1998	47 803,8	7620,4	4172,5	319,0	59 915,7
1999	55 776,0	5124,8	3156,0	724,1	64 780,9
2000	26 583,2		2456,8		29 040,0
2001	20 629,0	3997,0	3281,0		27 907,0
2002	21 818,8	1999,2	1085,5		24 903,6
2003	65 405,2		3155,1	204,8	68 765,2
2004	83 000,0		3500,0		86 500,0
<b>Total</b>	<b>409 845,8</b>	<b>28 065,9</b>	<b>25 436,3</b>	<b>1247,9</b>	<b>464 596,1</b>

Fuente: *Undécimo Informe Estado de de la Nación*, 2005.

Con base en la información del cuadro, usando el programa Excel podemos editar gráficos que representan la tendencia en la contratación del PSA. Además podemos calcular, con un margen de error aceptable, la cantidad de hectáreas contratadas y la cantidad que se contrataría en un futuro cercano. Para ello empleamos la fórmula " $P(x) = 41,5x + 78,757$ ", que nos brinda el programa Excel y que se representa en el gráfico 4.1.



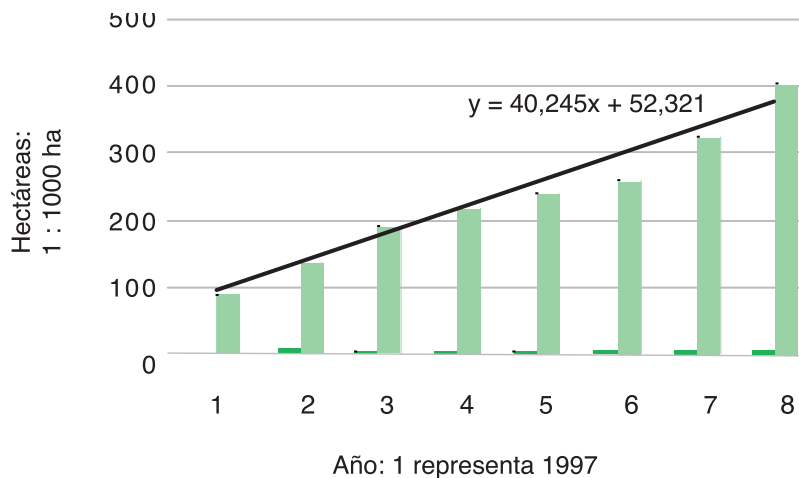
**Gráfico 4.1. Áreas contratadas en PSA. 1997-2004**



- 1) Con base en la fórmula obtenida en el gráfico 4.1, calcule la cantidad total de hectáreas contratadas en los años 2000, 2001 y 2003.
- 2) Calcule cuántas hectáreas estarán contratadas en los años 2008 y 2010, en caso de que la tendencia se mantenga en los próximos años.

La categoría "protección de bosque" es la modalidad más frecuente en el PSA. A continuación se presenta el gráfico que modela el incremento por año en esta categoría.

**Gráfico 4.2 Áreas contratadas en PSA. 1997-2004**

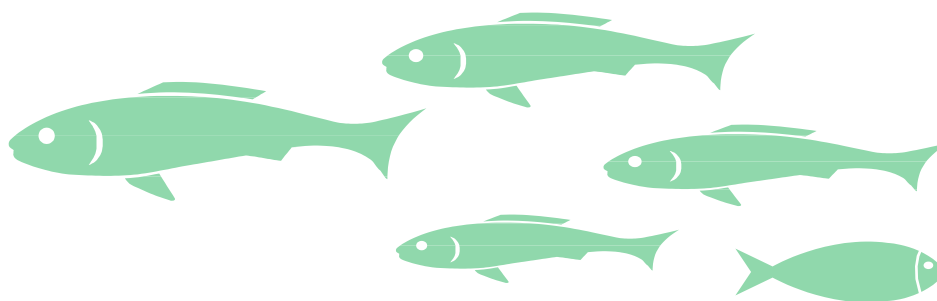


- 3) Con base en la fórmula obtenida en el gráfico 4.2, calcule la cantidad total de hectáreas en la modalidad "protección de bosque", contratadas en los años 2000, 2001 y 2003.
- 4) Calcule cuántas hectáreas estarán contratadas en la misma modalidad para los años 2008 y 2010, en caso de que la tendencia se mantenga en los próximos años.
- 5) Para comentar con sus compañeros y compañeras:
  - a) ¿Por qué es importante proteger nuestros bosques?
  - b) ¿Qué acciones personales podemos realizar para apoyar la protección de los bosques costarricenses?

## Glosario

**Pago de servicios ambientales (PSA).** El programa de pago por servicios ambientales (PPSA) es un reconocimiento financiero por parte del Estado, a través del Fonafifo, a los y las propietarios(as) y poseedores(as)

de bosques y plantaciones forestales, por los servicios ambientales que estos proveen y que inciden directamente en la protección y mejoramiento del medio ambiente.



# ¿Qué hacemos con el ambiente?

Nivel: 7°

Contenido matemático:

- ❖ Números racionales
  - ✓ Suma con números racionales.

Objetivo programático:

- ✓ Resolver problemas que involucren operaciones con números racionales.

Objetivo específico:

- ✓ Realizar operaciones con números racionales que representan situaciones de la vida cotidiana, expresados en notación fraccionaria.

*Tema transversal*

- ❖ Cultura ambiental para el desarrollo sostenible.

## Contexto nacional

### *El marco de la participación y los conflictos ambientales*

La Ley Orgánica Ambiental (LOA) promueve formas de gestión ambiental inclusivas entre el Estado y la sociedad civil. En el país se han desarrollado experiencias de conservación novedosas, entre ellas el manejo compartido, entre el Estado y las comunidades, de recursos naturales específicos, o bien de un área silvestre protegida (ASP) en particular. Muchos de estos casos han solucionado divergencias entre ambos actores, los cuales han logrado establecer arreglos institucionales que se materializan en este tipo de formas de gestión. Un ejemplo de ello es la experiencia de manejo compartido que surgió a mediados de los noventa en el Parque Nacional Cahuita, como resultado del conflicto entre el Estado y las comunidades aledañas al Parque, así como el caso del Parque Nacional Marino Ballena.

Una de las grandes novedades de la LOA fue proponer espacios de consulta y participación social con miras a una gobernabilidad ambiental incluyente (en lo formal). Como resultado de esto se crearon el Consejo Nacional y los Consejos Regionales Ambientales, con diversas atribuciones en el análisis y formulación de políticas. Las leyes que siguieron a la LOA también abonaron en este sentido. La Ley de Biodiversidad creó los Consejos Regionales de las Áreas de Conservación como los órganos encargados de la administración de las ASP. En el *Undécimo Informe Estado de la Nación* se reportó que en el 2004 estos consejos estaban conformados en un 54% por representantes de la sociedad civil. Por su parte, la Ley de uso, conservación y manejo de suelos dispone la creación de comités por áreas de manejo, conservación y recuperación de suelos, en tanto que la Ley de Plani-

ficación Nacional establece los Consejos Regionales de Desarrollo. La duplicación de competencias a nivel local, regional y nacional es obvia, y lograr compatibilizar estos consejos implicaría diversas reformas legales. El carácter innovador de la LOA en materia de participación contrasta con las dificultades para cumplir sus mandatos, sobre todo en lo que concierne al funcionamiento de los órganos de consulta (Chaves, 2006).

El *Informe Estado de la Nación* ha identificado que, en materia de acciones en favor del ambiente, los actores locales-comunales son los principales protagonistas. Esta tendencia se mantuvo en el año 2005, pues el 69% de las acciones colectivas relacionados con este tema fueron realizadas por vecinos o instancias locales comunales (Mora et al., 2004 y 2005; Mora, 2006). Una encuesta realizada por The Nature Conservancy en el 2005<sup>1</sup> identificó como esfuerzos personales en favor del ambiente: la protección y vigilancia de áreas protegidas (23% de los entrevistados), limpieza de ríos/playas y recolección de desechos (21%), participación en reforestación (20%), participación en programas escolares o educativos con niños/jóvenes (17%) y reciclaje de desechos (6%) (TNC, 2006).

*Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*

<sup>1</sup> En el sondeo participaron 993 residentes adultos seleccionados al azar y elegibles para votar en las elecciones del 2006. El 73% de las entrevistas se realizó persona a persona y el 37% restante fue conducido por vía telefónica (TNC, 2006).

## Glosario

**Acciones colectivas.** Acciones dirigidas a alguna entidad, y no solo al beneficio directo de la colectividad que realiza la acción. Incluye las siguientes categorías: mitin o concentración, marcha, bloqueo, huelga, paro, declaración pública, amenaza, denuncia ante entidades estatales, reunión con autoridades, reunión o asamblea, actos contra la propiedad, huelga de hambre y plebiscito.

**Área de conservación.** Unidad territorial administrativamente delimitada, en donde se interrelacionan actividades tanto privadas como estatales y se buscan soluciones conjuntas, orientadas por estrategias de conservación y desarrollo sostenible de los recursos naturales.

**Área silvestre protegida.** Zona geográfica delimitada, constituida por terrenos, humedales y porciones de mar. Ha sido declarada como tal por representar significado especial por sus ecosistemas, la existencia de especies amenazadas, la repercusión en la reproducción y otras necesidades y por su significado histórico

y cultural. Esta área está dedicada a la conservación y protección de la biodiversidad, el suelo, el recurso hídrico, los recursos culturales y los servicios de los ecosistemas en general.

**Gobernabilidad ambiental.** Proceso de interacción entre actores e instituciones públicos y privados para la conducción de una sociedad, en torno a la gestión y conservación del ambiente.

**Sociedad civil.** Organizaciones privadas que reclaman para sí, en la deliberación y gestión de los asuntos públicos, la representación de un grupo social o étnico frente al gobierno nacional o los gobiernos locales y, en general, frente al resto de la población.

**The Nature Conservancy.** Organización no gubernamental mundial que tiene como misión preservar las plantas, animales y comunidades naturales que representan la diversidad de vida en la Tierra, mediante la protección de tierras y aguas que necesitan para sobrevivir.

## Propuesta de abordaje

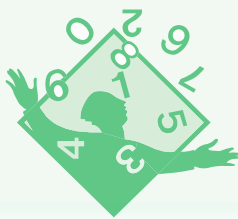
En el abordaje de las operaciones con números racionales la resolución de problemas es una estrategia didáctica que facilita la visualización de la matemática como una herramienta para la vida.

Con este ejercicio se trata de reforzar el tema de la suma de fracciones, con datos que proporciona el *Duodécimo Informe Estado de la Nación* sobre algunos esfuerzos personales en favor del ambiente.

El papel que los estudiantes desempeñan en la sociedad, no es ajeno a su

rol como ciudadanos y ciudadanas. Las destrezas en Matemáticas, unidas al conocimiento de nuestra sociedad, van moldeando seres integrales.

Los ejercicios que se presentan a continuación se pueden resolver en forma individual o en grupo. En todo caso, lo esencial es la reflexión sobre el proceso utilizado para la solución de los ejercicios y para dar respuesta a las preguntas que propician el abordaje de la transversalidad en el aula.



## Hoja de trabajo

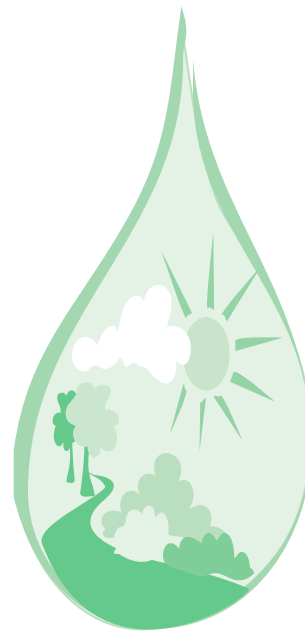
### ¿Qué hacemos con el ambiente?

Este ejercicio nos permite practicar las operaciones con fracciones y, a la vez, conocer un poco sobre la participación ciudadana en las acciones en favor del ambiente que se realizan en nuestro país. Este tema es importante porque, según el *Duodécimo Informe Estado de la Nación*, en este tipo de acciones, los actores locales-comunales son los principales protagonistas.

Responda individualmente las preguntas que se le plantean a continuación. Justifique cada una de sus respuestas.

Una encuesta realizada por The Nature Conservancy (TNC) en el 2005 identificó como esfuerzos personales en favor del ambiente los siguientes:

- Las  $\frac{23}{100}$  partes de las personas entrevistadas realizaron acciones en favor de la protección y vigilancia de áreas protegidas.
  - Las  $\frac{21}{100}$  partes de las personas entrevistadas realizaron acciones de limpieza de ríos, playas y recolección de desechos,
  - La  $\frac{1}{5}$  parte de las personas entrevistadas participó en acciones de reforestación.
  - Las  $\frac{17}{100}$  partes de las personas entrevistadas participó en programas escolares y educativos con niños y jóvenes.
  - Las  $\frac{3}{50}$  partes de las personas entrevistadas llevaron a cabo acciones de reciclaje de desechos.
- 1) Si suponemos que las personas entrevistadas participaron solamente en una de las acciones, ¿qué fracción representan otros esfuerzos personales a favor del ambiente?
  - 2) ¿Cuál actividad tuvo mayor participación ciudadana? ¿Cuál actividad tuvo menor participación ciudadana?
  - 3) ¿Qué esfuerzos personales podría realizar usted en favor del ambiente? ¿Se han tomado medidas en su colegio para proteger el ambiente? Si es así, mencione algunas; si no, sugiera algunas.
  - 4) Si suponemos que todas las personas que realizaron acciones de reciclaje de desechos también participaron en programas escolares y educativos con niños y jóvenes, ¿qué fracción representan las personas entrevistadas que participaron en programas escolares y educativos con niños y jóvenes pero que no realizaron acciones de reciclaje de desechos?

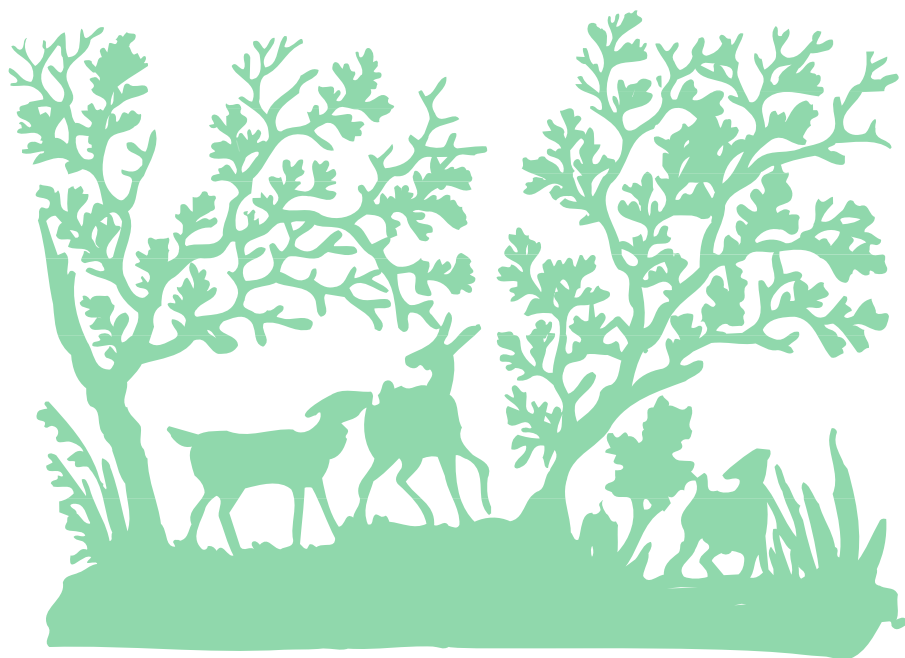


- 5) Si suponemos que las personas entrevistadas participaron solamente en una de las acciones, ¿qué parte de la población entrevistada NO ha realizado acciones en favor de la protección y vigilancia de áreas protegidas? Exprese el resultado en notación decimal e interprételo como un porcentaje.
- 6) Conociendo que la población total de Costa Rica era de 4 325 838 habitantes en el 2005 y suponiendo que las personas entrevistadas corresponden al total de la población, y que cada ciudadano participó solamente en una de las acciones personales en favor del ambiente, ¿cuántos costarricenses NO participaron en acciones de reforestación, NI de de reciclaje de desechos?
- 7) ¿Cuáles son las consecuencias inmediatas que se generan al realizar esfuerzos en favor del ambiente?

## Glosario

**Sociedad civil.** Organizaciones privadas que reclaman para sí, en la deliberación y gestión de los asuntos públicos, la representación de un grupo social o étnico frente al gobierno nacional o los gobiernos locales y, en general, frente al resto de la población.

**The Nature Conservancy.** Organización no gubernamental mundial que tiene como misión preservar las plantas, animales y comunidades naturales que representan la diversidad de vida en la Tierra mediante la protección de tierras y aguas que necesitan para sobrevivir.



# El cambio en el uso de la tierra desde el punto de vista de la estadística descriptiva

Nivel: 9°

Contenido matemático:

- ❖ Estadística:
  - ✓ Gráficos de barras.

Objetivos programáticos:

- ✓ Representar gráficamente la información tabulada en una tabla de frecuencias.
- ✓ Interpretar la información que proporcionan los gráficos estadísticos.

Objetivos específicos:

- ✓ Representar gráficamente la información tabulada en una tabla.
- ✓ Interpretar la información brindada en gráficos estadísticos.

*Tema transversal*

- ❖ Cultura ambiental para el desarrollo sostenible.



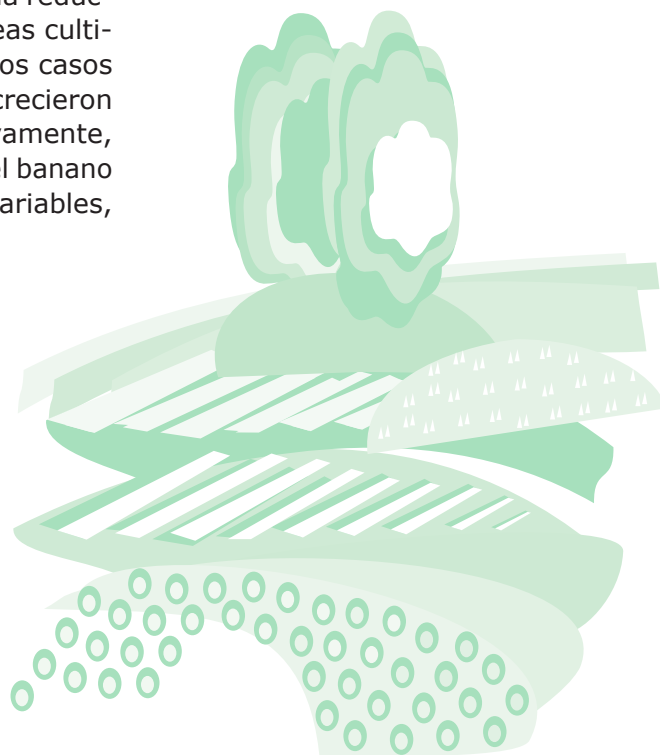
## Contexto nacional

### **Expansión de nuevos monocultivos con poco control de impactos ambientales**

Hace veintidós años que en Costa Rica no existe información de un censo agropecuario, que permita conocer la magnitud de los cambios en el uso agrícola de la tierra y la estructura del sector. Los registros administrativos ayudan a visualizar algunas características de la transición agrícola que ha venido dándose en el país en los últimos años, y que se refleja principalmente en el aumento vertiginoso del área dedicada a cultivos no tradicionales. Este cambio se percibe sobre todo en el área sembrada de piña, que creció un 170,9% entre 1999 y 2005. También en ese período se dio un incremento significativo, de 33,7%, en el área sembrada de palma africana. En forma paralela, los cultivos tradicionales han mostrado una reducción en la cantidad de hectáreas cultivadas. El frijol y el maíz son los casos más sobresalientes, pues decrecieron en 54,9% y 57,3%, respectivamente, entre 1999 y 2005. El arroz y el banano presentan comportamientos variables, con tendencia a la baja.

Por otra parte, a finales del 2004 el Ministerio de Agricultura y Ganadería (MAG) llevó a cabo el Censo Regional de Frutas y Raíces Tropicales en la región Huetar Norte. Se determinó que existen 746 plantaciones de piña en poco más del 50% de las casi 21 000 hectáreas que comprenden el área total de cultivos, mientras que la producción de raíces y tubérculos se lleva a cabo en 2 245 plantíos que ocupan cerca del 40% del área cultivable (MAG, 2005). Diversos estudios han llamado la atención sobre las implicaciones de este cambio a nivel nacional, sobre todo por los posibles impactos ambientales de algunos productos (Programa Estado de la Nación, 2005). La piña es uno de los casos que ha generado preocupación en ese sentido.

*Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*



## Propuesta de abordaje

El objetivo de las actividades es que el estudiante represente mediante gráficos de barras los datos que se le solicitan en base a la información presentada en el cuadro 4.2. Posteriormente debe interpretar la información representada, discutir las consecuencias y los cambios que se han dado en el país en materia de cultivos y asociar los datos con la situación real que se plantea.

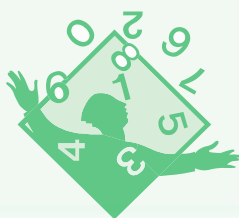
A partir del cuadro, el profesor o profesora puede crear otras actividades que relacionen los diferentes cultivos

con otros tipos de gráficos o distintos intervalos de tiempo.

Las actividades están diseñadas para que el alumno construya gráficos con el equipo más indispensable: una regla, papel y lápices (no se descarta el uso de papel cuadriculado).

En la actividad 5, al final de la "Hoja de trabajo", se recomienda la lectura del recuadro 4.1. Esta actividad se plantea como opcional, para reforzar los conocimientos adquiridos con preguntas generadoras de discusión y reflexión.





## Hoja de trabajo

### El cambio en el uso de la tierra desde el punto de vista de la estadística descriptiva

El cuadro 4.2. fue tomado del *Duodécimo Informe Estado de la Nación*, que se publicó en el 2006. En él se observan los cambios en el uso de la tierra para cultivos, en los años 1999 a 2005.

Con base en esta información, más adelante encontrará una serie de actividades que le servirán para aplicar los conocimientos adquiridos en construcción e interpretación de gráficos. Para realizar esas actividades únicamente necesitará lápices, regla y papel. Una vez construidos los gráficos, se plantean varias preguntas que implican la interpretación de los mismos.

**Cuadro 4.2. Área sembrada de algunos productos agrícolas. 1999-2005 (hectáreas)**

Producto	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	Porcentaje de crecimiento 1999-2005
Arroz	64 664	68 356	56 977	47 893	54 043	62 144	53 931	-16,6
Banano	48 887	47 982	44 423	42 182	41 757	42 256	41 147	-15,8
Café	106 000	106 000	113 130	113 387	113 387	113 387	113 387	7,0
Caña de azúcar	46 000	47 200	48 000	48 000	49 000	49 300	49 210	7,0
Frijol	36 250	30 827	23 312	22 088	20 847	16 347	16 349	-54,9
Maíz	14 875	10 216	7675	6776	8478	6481	6359	-57,3
Melón	7920	7185	7598	8500	10 405	10 770	11 200	41,4
Palma africana	37 503	39 790	39 790	42 480	43 200	46 600	50 125	33,7
Piña	9900	12 500	13 035	15 500	16 445	18 000	26 821	170,9
Plátano	10 047	8347	9504	11 800	10 550	10 500	6990	-30,4

Fuente: *Duodécimo Informe Estado de la Nación*, 2006.

Con base en la información del cuadro, realice las siguientes actividades:

- 1) Construya cuatro gráficos de barras, uno para cada uno de los siguientes cultivos: (1) café, (2) melón, (3) frijol, (4) piña.

Cada gráfico debe tener las siguientes especificaciones:

- Título: Área sembrada en hectáreas de (cultivo). 1999-2005
- Título del eje de las X: Año.
- El ancho de cada barra es de 0,5 cm. y debe estar rotulado con el año correspondiente.

- Título del eje de las Y: Hectáreas.
  - La escala para el largo de las barras es: 1 cm: 10 000 Ha.
- 2) Con base en los gráficos obtenidos, responda las siguientes preguntas:
- a) De los cultivos seleccionados, ¿cuál presenta un comportamiento más estable en cuanto a hectáreas sembradas?
  - b) ¿Cuál de los cultivos seleccionados aumentó más significativamente en el período estudiado?
  - c) ¿Cuál cultivo ha disminuido más significativamente en cuanto a hectáreas sembradas?
  - d) Escriba en orden decreciente los cuatro cultivos en cuanto al área cultivada en el 2005.
- 3) Con base en la información del cuadro 4.2 construya un gráfico de barras compuesto en el que, para cada año, estén representados tres cultivos: caña, maíz y palma.
- El gráfico debe contener:
- Título: Área sembrada de algunos productos agrícolas. 1999-2005.
  - Título del eje de las X: AÑO.
  - Para cada año el ancho de la barra debe ser de 1,5 cm. y el espacio entre cada año es de 0,5 cm.
  - Cada cultivo estará representado por una barra de 0,5 cm. de ancho, con los siguientes colores: caña: verde; maíz: rojo; palma: café.
  - Título del eje de las Y: HECTÁREAS.
  - La escala para el largo de las barras es 1 cm: 10 000 ha.
- 4) Con base en el gráfico obtenido, responda las siguientes preguntas:
- a) De los cultivos seleccionados, ¿cuál presenta un comportamiento más estable en cuanto a hectáreas sembradas?
  - b) ¿Cuál de los cultivos seleccionados aumentó más significativamente en el período estudiado?
  - c) ¿Cuál cultivo ha disminuido más significativamente en cuanto a hectáreas sembradas?
  - d) ¿Cuáles cree usted que han sido las causas por las que los dueños de las plantaciones estudiadas han decidido cambiar los tipos de cultivos?
  - e) Escriba en orden decreciente los cuatro cultivos en cuanto al área cultivada en el 2005.
  - f) ¿Cree usted que el cambio en el número y tipo de cultivos sea conveniente para la economía del país? Explique
  - g) ¿Qué impactos puede causar a la economía costarricense la disminución en la producción de granos básicos como el frijol y el maíz?
- 5) En grupo, lean con atención el recuadro 4.1 y reflexionen sobre los siguientes aspectos:
- a) ¿Por qué se ha incrementado la siembra de la piña?
  - b) ¿Qué impactos ambientales puede causar esta actividad en las zonas de cultivo?
  - c) Si usted fuese dueño de una compañía que trabaja con este producto agrícola, ¿qué acciones tomaría para mitigar el impacto ambiental causado por el monocultivo?

#### Recuadro 4.1. Expansión de la piña: preocupan impactos ambientales

En el año 2005, el cultivo de piña experimentó un extraordinario crecimiento (49% en relación con las 18 000 hectáreas del 2004) y se ubicó, con 26 821 hectáreas, como el sexto cultivo agrícola con más superficie en el país, después del café, el arroz, la palma africana, la caña de azúcar y el banano (Sepsa, 2006a). El total de 1 605 237 toneladas métricas de fruta producidas en 2005 (Sepsa 2006b) han convertido a Costa Rica en el principal exportador de piña del mundo (FAO, 2006). Las principales zonas de producción son las regiones norte, atlántica y sur; en esta última fue donde se inició este monocultivo en gran escala.

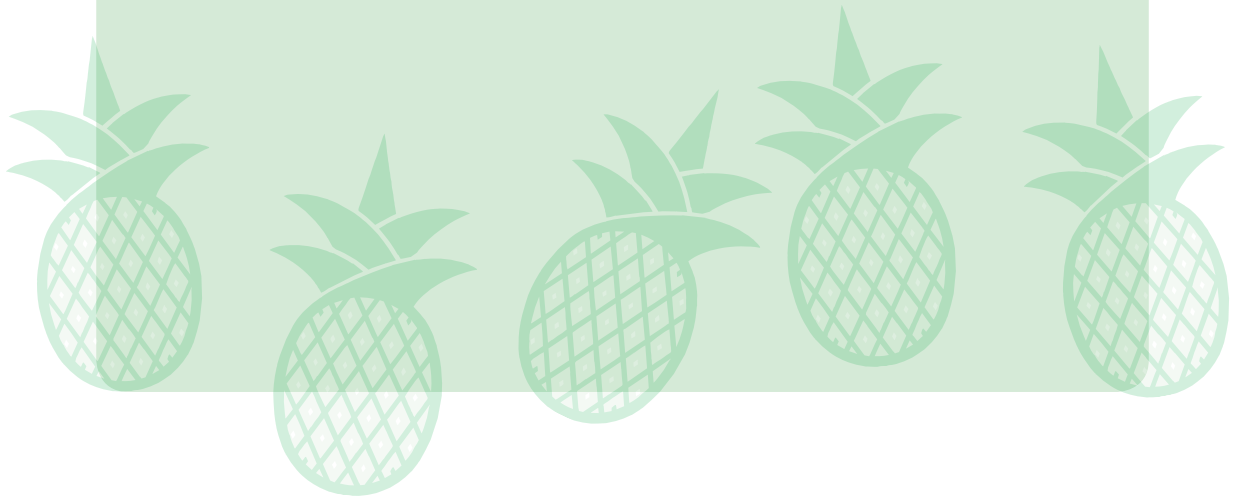
A pesar de los numerosos empleos que genera (60.000 aproximadamente, según la Asociación de Servicios de Promoción Laboral, Aseprola, 2006) y las oportunidades de servicio creadas a su alrededor, diversas organizaciones de la sociedad civil y entidades gubernamentales han planteado preocupaciones crecientes sobre lo que consideran impactos ambientales negativos vinculados a esta actividad, tales como el uso de prácticas inadecuadas para la conservación del suelo, que incluyen el cultivo en pendientes fuertes y la preparación mecanizada del terreno para la siembra, que causan erosión eólica y por escorrentía; esto puede afectar los cauces naturales y contribuir a la sedimentación de cuencas como la del río Grande de Térraba, con efectos aguas abajo en el manglar Térraba-Sierpe. Representantes comunales y funcionarios del Minae han reportado además la frecuente tala de árboles dentro de las zonas protectoras de quebradas y ríos establecida por la Ley Forestal. El monocultivo de la piña es un hábitat inhóspito para especies nativas de fauna silvestre, ya que se trata de una planta exótica que se cultiva con un único estrato vegetal, sin árboles de sombra, lo que disminuye la densidad de árboles en grandes superficies del paisaje agrícola en las zonas productoras.

La utilización de bombas rociadoras para la aplicación de agroquímicos como nematicidas, fungicidas, insecticidas y fertilizantes sintéticos líquidos, puede hacer que esas sustancias se filtren tanto a las aguas de quebradas y ríos, como a viviendas, escuelas y comedores públicos, en casos en que los productores de piña no respeten las distancias establecidas por ley entre el cultivo y los ecosistemas o la infraestructura. Criadores de ganado vacuno en el cantón de Pococí han reportado daños económicos porque sus animales fueron afectados por la mosca de la piña (*Stomoxys calcitrans*), que se reproduce en el rastrojo de la planta que queda sobre los campos, después de la cosecha. En la zona sur es común la práctica de quemar esta materia orgánica, y el humo ha ocasionado problemas a

los habitantes de algunas comunidades como la de Volcán de Buenos Aires. Además, los sistemas de salud ocupacional en algunas plantaciones no garantizan en todos sus aspectos la seguridad de los trabajadores.

Las sanciones penales impuestas a algunas empresas piñeras, producto de denuncias de funcionarios del MINAE o representantes de la sociedad civil, no han sido congruentes con la magnitud y cantidad de los daños en ecosistemas y personas causados por el manejo inadecuado de este cultivo. Como una solución parcial a los impactos ambientales y sociolaborales descritos, algunas compañías productoras han implementado en sus fincas sistemas de gestión ambiental certificados por organizaciones externas acreditadas. Actualmente, los sistemas más comunes en fincas piñeras son las normas ISO 14001:2004 y EurepGap (versión mayo 2005 para frutas y vegetales). Es de esperar que las campañas de información que se desarrollan en Europa logren educar más al consumidor, para que en el futuro se decida por una piña producida de manera más amigable con el ambiente, las comunidades y los trabajadores.

*Fuente: Bach, 2006.*



# Una visión estadística del consumo de hidrocarburos

Nivel: 8°

Contenido matemático:

- ❖ Estadística:
  - ✓ Construcción de gráficos circulares.
  - ✓ Interpretación de gráficos.

Objetivos programáticos:

- ✓ Construir gráficos donde se representa adecuadamente la información suministrada a partir de situaciones reales.
- ✓ Interpretar la información que proporcionan las tablas de frecuencia y los gráficos estadísticos correspondientes a variables continuas.

Objetivos específicos:

- ✓ Representar gráficamente la información tabulada en una tabla.
- ✓ Interpretar la información brindada en gráficos estadísticos.

*Tema transversal*

- ❖ Cultura ambiental para el desarrollo sostenible.

## Contexto nacional

### *Crecen los precios, pero también el consumo de hidrocarburos*

Según el balance energético de Costa Rica, el consumo de energía comercial en el 2005 continuó dependiendo mayoritariamente de los hidrocarburos (67,3%), que utiliza sobre todo el sector de transportes. Un 22,4% del consumo de energía comercial es suplido por la electricidad, que tiene una elevada demanda en el sector residencial; el 10,3% restante se genera con recursos biomásicos como leña, bagazo de caña, cascarilla de café y cascarilla de arroz, que son empleados en los sectores residencial y agroindustrial, y con biocombustibles como el biodiesel (Blanco y Quirós, 2006).

Aunque en 2005 continuó la escalada en los precios de los hidrocarburos importados ya reseñada en informes anteriores por el Programa Estado de la Nación, ello no logró modificar el patrón de consumo de los costarricenses, que siguió en aumento. Entre 2004 y 2005, el parque automotor creció en 61 528 unidades, para un total de 1 013 823 en el año bajo análisis.

La factura petrolera pasó de 699 millones de dólares en el año 2004, a 998 millones en el 2005 (BCCR, 2006), debido al alza de los precios y el consumo. Los

precios promedio al consumidor de los hidrocarburos empleados en el transporte se incrementaron en un 39% entre 2004 y 2005 (DSE, 2005). El petróleo fue la principal causa de que en el 2005 el índice de inflación subiera al 14,1%, cifra que supera la reportada en los últimos diez años y que se debió principalmente a las alzas en las tarifas del transporte público. Mientras en el 2004 Recope pagaba -en promedio- 44,6 dólares por cada barril de petróleo, para el 2005 ascendió a 61,5 dólares por barril (Recope, 2006). Las importaciones de hidrocarburos representaron un 12,7% de los ingresos del país por exportaciones en el último año. En términos absolutos, el aumento del consumo de combustibles en el sector de transportes pasó de 15 685 416 barriles de petróleo en el 2004, a 16 078 701 en el 2005 (Recope, 2006). Los hidrocarburos son usados sobre todo por ese sector, que consume el 46,7% del diesel, el 43,9% de la gasolina y un 9,4% de gas licuado de petróleo, *jet fuel* y *kerosene*. El consumo de gasolina súper disminuyó un 14%, el de gasolina regular aumentó un 6,4% y el de diesel se incrementó en un 5,2%; estas tasas de crecimiento son mayores que las registradas en el 2004, debido a la expansión del parque automotor (E: Quesada, 2006).

*Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*

## Glosario

**Hidrocarburos.** Compuestos orgánicos que están formados por átomos de carbono e hidrógeno. La industria, la generación térmica y el transporte son los principales consumidores de hidrocarburos en Costa Rica, siendo el transporte terrestre el responsable de más de 50% del consumo.

**Inflación.** Aumento sostenido y generalizado del nivel de precios de bienes

y servicios, medido frente a un poder adquisitivo estable.

**Recursos biomásicos.** Materia orgánica proveniente del reino animal o vegetal y de residuos agroindustriales que se utilizan para la generación de energía. Ejemplos: leña, bagazo de caña, cascarilla de café, cascarilla de arroz.



## Propuesta de abordaje

Antes de iniciar el análisis de los problemas propuestos es recomendable que los estudiantes hayan tenido la experiencia de construir gráficos circulares y polígonos de frecuencias.

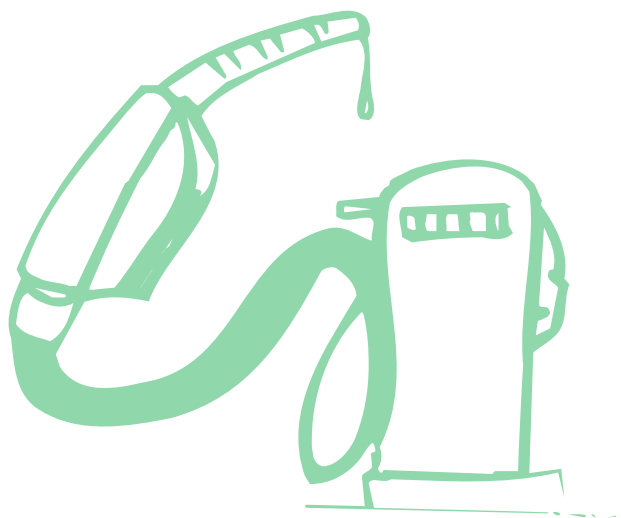
La lectura que se incluye es parte del *Duodécimo Informe Estado de la Nación* (2006). En ella se hace referencia a diferentes conceptos que el o la estudiante posiblemente no domine; por lo tanto, es imprescindible que se lean las definiciones que se adjuntan en el glosario.

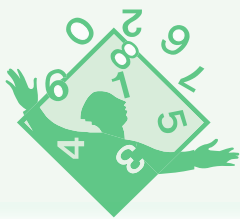
La Hoja de Trabajo 1 se puede realizar en el aula o como trabajo extraclase. En cualquiera de las dos modalidades, se sugiere efectuar una plenaria para

analizar los gráficos y las conclusiones obtenidas.

En la Hoja de Trabajo 2 el o la docente debe considerar que el gráfico presentado puede confundir al estudiantado, ya que en el eje de las ordenadas se presentan dos escalas distintas: una para autobuses y taxis, y otra para automóviles y carga liviana.

En las preguntas matemáticas se debe hacer hincapié en que los cálculos son aproximados; lo que más interesa son las conclusiones que se derivan del gráfico analizado. Es importante realizar una mesa redonda para comparar y discutir sobre las conclusiones obtenidas.





## Hoja de trabajo 1

### Una visión estadística del consumo de hidrocarburos

- 1) Lea el siguiente extracto del *Duodécimo Informe Estado de la Nación* (2006), con respecto al consumo de hidrocarburos en nuestro país. Luego, conteste lo que se le solicita.

#### Crecen los precios, pero también el consumo de hidrocarburos

Según el balance energético de Costa Rica, el consumo de energía comercial en el 2005 continuó dependiendo mayoritariamente de los hidrocarburos (67,3%), que utiliza sobre todo el sector transporte. Un 22,4% del consumo de energía comercial es suplido por la electricidad, que tiene una elevada demanda en el sector residencial; el restante 10,3% se genera con recursos biomásicos, como leña, bagazo de caña, cascarilla de café y cascarilla de arroz, que son empleados en los secto-

res residencial y agroindustrial, y con biocombustibles como el biodiesel.

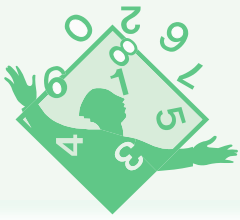
En términos absolutos, el aumento del consumo de combustibles en el sector de transportes pasó de 15 685 416 barriles de petróleo en el 2004, a 16 078 701 en el 2005. Los hidrocarburos son usados sobre todo por este sector, que consume el 46,7% del diesel, el 43,9% de la gasolina y un 9,4% de gas licuado de petróleo, *jet fuel* y *kerosene*.

- 2) Construya un gráfico circular que represente el consumo de energía en Costa Rica en el año 2005 y los porcentajes correspondientes a las distintas fuentes de energía utilizadas.
- 3) Construya un gráfico circular que represente la cantidad total de barriles de petróleo consumidos en el 2005 y los porcentajes de las diferentes modalidades de este hidrocarburo que se consumen en el país.
- 4) Realice un comentario sobre el continuo aumento en los precios internacionales del petróleo y su relación con la economía costarricense.
- 5) Investigue y comente sobre la existencia de métodos de obtención de energía diferentes a los planteados en la lectura, y sobre el beneficio que estos traen a la economía y el medio ambiente.
- 6) Sabiendo que, en orden descendente, los precios de los combustibles derivados del petróleo son gasolina, diesel y gas licuado, ¿piensa usted tener automóvil algún día?, ¿qué criterios utilizaría para escoger ese auto, para que no contamine el ambiente?

## Glosario

**Hidrocarburos.** Compuestos orgánicos que están formados por átomos de carbono e hidrógeno. La industria, la generación térmica y el transporte son los principales consumidores de hidrocarburos en Costa Rica, siendo el transporte terrestre el responsable de más de 50% del consumo.

**Recursos biomásicos.** Materia orgánica proveniente del reino animal o vegetal y de residuos agroindustriales que se utilizan para la generación de energía. Ejemplos: leña, bagazo de caña, cascarilla de café, cascarilla de arroz.

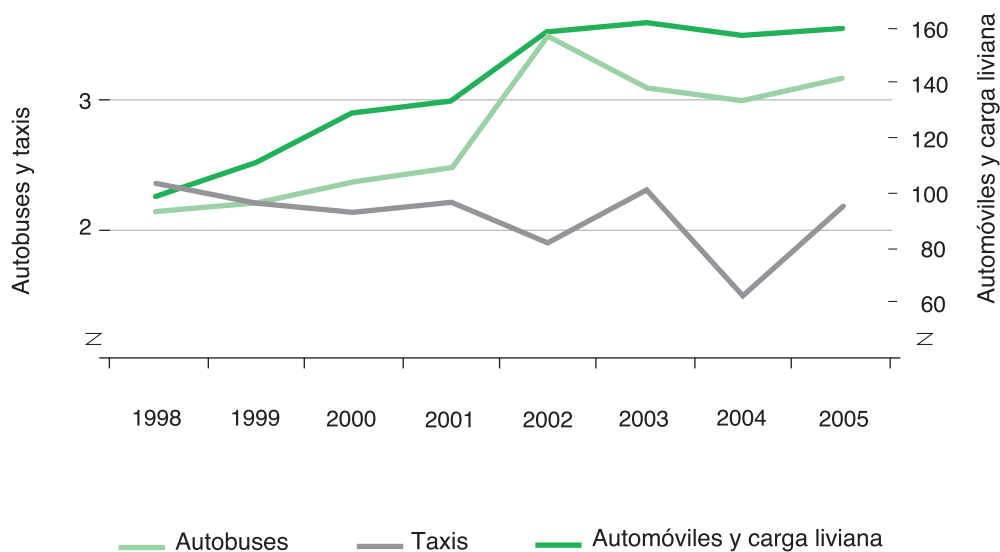


## Hoja de trabajo 2

### Una visión estadística del consumo de hidrocarburos

A continuación se presenta un gráfico que muestra el crecimiento en la tasa de vehículos por mil habitantes, según tipo de vehículo, para el período 1998-2005. Obsérvelo atentamente y, con base en la información suministrada, realice las actividades y responda las preguntas que se plantean.

**Gráfico 4.3. Tasa de vehículos<sup>a/</sup> según tipo (tasas por mil habitantes)**



a/ Vehículos que pagaron el derecho de circulación.

Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.

- 1) A partir de la información que suministra el gráfico, responda en forma aproximada (el cálculo no debe ser exacto, pero puede estar dentro de un margen razonable de error):
  - a) ¿Aproximadamente, cuál era la tasa de autobuses por cada mil habitantes que había en 1998?, ¿cuántos taxis?, ¿cuántos automóviles y vehículos de carga liviana?
  - b) ¿Cuántos autobuses había aproximadamente en el 2005 por cada mil habitantes?, ¿cuántos taxis?, ¿cuántos automóviles y vehículos de carga liviana?
  - c) Cite algunas razones por las cuales, según su criterio, la cantidad de automóviles que circulan en el país se incrementa día con día.
  - d) ¿Piensa que este fenómeno es conveniente para Costa Rica?

- 2) De acuerdo con el gráfico, responda:
- ¿En qué año el número de automóviles por cada mil habitantes se incrementó más significativamente?
  - ¿En cuál año había más buses que taxis por cada mil habitantes?, ¿en cuál año había una cantidad igual de buses y taxis por cada mil habitantes?
  - ¿En qué período se registró la baja más pronunciada en la cantidad de taxis por cada mil habitantes?
  - Comente con el profesor o profesora y el resto de la clase la importancia del uso racional de los combustibles fósiles. Además plantee algunas medidas que podrían amortiguar el gasto del país en este rubro, y la posibilidad del uso de fuentes alternativas de energía.



## Glosario

**Tasa.** Proporción o la variación de la medida de un hecho social o económico, que se expresa en distintas escalas de valores según la frecuencia con que se presentan los casos, que puede ser en porcentajes (x casos por cada 100 personas: 50,8% de los centroamericana-

nos son pobres), o en miles o decenas de miles (la tasa de mortalidad infantil en Costa Rica es de 9,78 por cada mil niños nacidos vivos).

**Tasa de vehículos.** Cantidad de vehículos por cada mil habitantes.

# Las ecuaciones nos demuestran que debemos cambiar nuestras fuentes de energía

Nivel: 8°

Contenido matemático:

❖ Álgebra:

- ✓ Ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Objetivo programático:

- ✓ Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Objetivo específico:

- ✓ Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita.

*Tema transversal*

- ❖ Cultura ambiental para el desarrollo sostenible.

## Contexto nacional

### **Crecimiento del consumo energético presiona estrategia basada en fuentes renovables**

Entre 1993 y 2003, la cobertura del servicio eléctrico pasó del 92,5% al 97,0% de la población (en 1990 era del 90,0%). Considerando el crecimiento demográfico, ello significó la expansión del servicio a más de un millón de personas adicionales. Se estima que existen unas 50 000 viviendas sin electrificar, ubicadas principalmente en las provincias de Puntarenas, Guanacaste y Alajuela, en áreas geográficas donde no es costo-eficiente extender la red pública debido a su bajo consumo eléctrico y alta dispersión. Para solventar el problema en zonas aisladas hay experiencias en varias regiones del país, como Guanacaste y la península de Osa, donde se han instalado sistemas fotovoltaicos (Minae, 2003; TUVa, 2002).

El incremento en el consumo de electricidad fue, sin embargo, mayor que el de la cobertura. Tanto en el sector residencial como en el industrial el consumo aumentó en cerca del 60% durante la década. Así el sector residencial pasó de 1791,6 GW en 1993 a 2855,3 GW en 2003, en tanto que el sector industrial aumentó de 1173,2 a 1908,9 GW en el mismo período. En el 2003, el primero de estos sectores representó el 43,6% del consumo total, frente a 48,6% a inicios de la década anterior.

En los próximos años son previsibles aumentos sostenidos en la demanda

y los precios de energía. De seguir la tendencia actual, se darían aumentos en las importaciones de hidrocarburos para generación eléctrica, al igual que adiciones en la capacidad instalada para la generación de electricidad estimadas en unos 110 MW cada año, con impactos económicos, sociales y ambientales muy significativos para el país (Minae, 2003). Por otra parte, la disponibilidad de energía hidráulica es vulnerable a las variaciones anuales en la precipitación pluvial, así como a fenómenos meteorológicos asociados al cambio climático (El Niño, por ejemplo), por lo que en los futuros proyectos es necesario incorporar consideraciones de tamaño de planta con embalses de regulación, a fin de optimizar el uso de este recurso renovable. Por ello no sorprende que la ubicación de los proyectos hidroeléctricos por desarrollar esté asociada al potencial hidrográfico de cuencas en las cercanías de parques nacionales, donde la disponibilidad del recurso hídrico minimiza el riesgo de fluctuaciones en el caudal para la producción de energía (Blanco, 2003).

Uno de los principales problemas del sector energético costarricense, como lo es el uso ineficiente de la energía debido a una cultura de desperdicio, a precios distorsionados y al empleo de equipos ineficientes, no ha sido resuelto (Minae, 2003). Existen algunos esfuerzos de la Compañía Nacional de Fuerza y Luz y el Instituto Costarricense de Electricidad, para promover acciones y campañas educativas dirigidas a sectores de consumidores.

*Fuente: Décimo Informe Estado de la Nación, 2004.*

## Glosario

**Energía hidráulica.** Energía obtenida a partir del agua en movimiento.

## Propuesta de abordaje

La actividad pretende que el alumno o alumna conozca el consumo de energía del país y, al mismo tiempo, practique el despeje de la incógnita en ecuaciones de tipo " $ax+b=y$ ", con " $a$ " y " $b$ " constantes y una " $y$ " conocida. En este caso, a pesar de que la ecuación que tiene la recta de mejor ajuste tiene dos incógnitas " $x$ " y " $y$ ", al proporcionar siempre el valor de una de ellas, la ecuación se convierte en una ecuación lineal con una incógnita.

Al tener un conjunto de datos bivariados ( $x$ ,  $y$ ), representados en un diagrama de dispersión, el estadístico busca una ecuación que le permita buscar la relación entre los datos variables. La ecuación que se elige es aquella que se ajuste mejor al diagrama de dispersión. En muchos casos esta ecuación representa una función lineal de la forma " $y = mx + b$ ". A esta expresión, obtenida a partir de las fórmulas que se muestran en el recuadro, se le denomina **ecuación de la recta de mejor ajuste**. Dicha recta sirve en muchos casos para hacer predicciones. Generalmente no se predice el valor exacto de " $y$ ". Se suele aceptar si las predicciones están razonablemente cercanas a los valores reales.

Es importante que el profesor ofrezca una introducción sobre lo que significa la recta de mejor ajuste y la relación que tiene con las predicciones estadísticas, y que el estudiante comprenda y analice

los resultados obtenidos y entienda que algunas veces es necesario el redondeo o la interpretación de los datos en la solución de un problema.

La presentación y análisis del gráfico obtenido con el programa Excel queda a discreción del profesor, no está dentro de los alcances de la actividad profundizar en el uso de Excel o la obtención de la recta de mejor ajuste.

### Fórmulas para cálculo de la recta de mejor ajuste

$$\text{RECTA: } Y = mx + b$$

Cálculo de la pendiente:

$$m = \frac{SC(xy)}{SC(x)}$$

Suma de cuadrados de ( $xy$ ) :

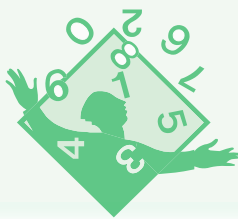
$$SC(xy) = \sum (xy) = \frac{(\sum x)(\sum y)}{n}$$

Suma de cuadrados de ( $x$ ) :

$$SC(x) = \sum x^2 = \frac{(\sum x)^2}{n}$$

Cálculo de intersección con Y :

$$b = \frac{1}{n} (\sum y - m \sum x)$$

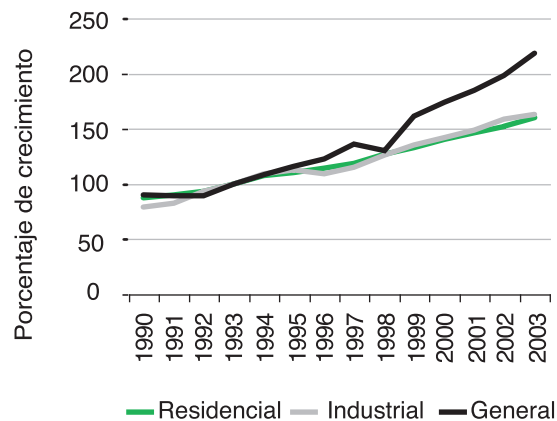


## Hoja de trabajo 1

### Las ecuaciones nos demuestran que debemos cambiar nuestras fuentes de energía

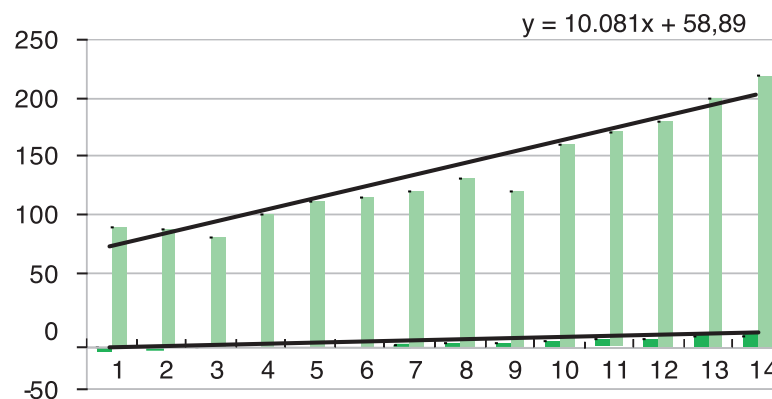
El siguiente gráfico, tomado del *Décimo Informe Estado de la Nación* (2004), nos muestra el crecimiento del consumo promedio de energía eléctrica para el período 1990-2003.

**Gráfico 4.4. Costa Rica: crecimiento del consumo promedio de energía eléctrica por sector. 1990-2003 (año base 1993 = 100)**



Con base en los datos suministrados por el gráfico 4.4, y utilizando el programa Excel, podemos obtener otro gráfico que nos indique lo que, en Estadística, se denomina la **recta de mejor ajuste**, tal como se observa a continuación:

**Gráfico 4.5. Crecimiento del consumo promedio de energía eléctrica por sector. 1990-2003**

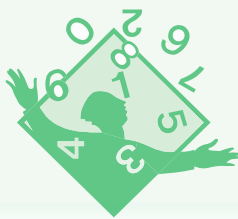


\*El año 1 representa 1990



Así, la recta  $y = 10.081x + 58.89$  nos relaciona cada año del período 1990-2003 con el crecimiento del consumo promedio de energía del país en cada año, donde la letra "y" representa el porcentaje de crecimiento del consumo promedio y la letra "x" el año correspondiente. Tomando en cuenta que, en el gráfico 4.5, el número 1 corresponde a 1990, podemos calcular con un margen de error aceptable, el año "x" en que hubo un crecimiento promedio "y" de consumo, despejando la variable "x" con una "y" conocida.

- 1) Considerando lo anterior realice los siguientes ejercicios:
  - a) Calcule en qué año el porcentaje de crecimiento del consumo promedio llegó a 79,052.
  - b) Calcule en qué año el porcentaje de crecimiento del consumo promedio llegó a 119,37.
  - c) Calcule en qué año el porcentaje de crecimiento del consumo promedio llegó a 189,94.
  - d) Evidentemente, el consumo promedio de electricidad ha venido aumentando. En su opinión, ¿cuáles podrían ser algunas causas de ese crecimiento?
  - e) Enumere algunas medidas de ahorro energético que se pueden aplicar en el colegio y en su hogar.
- 2) Prolongando la recta hacia la izquierda se puede estimar en qué año el porcentaje de crecimiento del consumo era de menos de 50. Calcúlelo con  $y = 48,809$ . Según la ecuación, ¿en qué año no hubo crecimiento en el consumo de electricidad? ¿Se ajusta el dato obtenido a la realidad? Comente el resultado.
- 3) Prolongando la recta hacia la derecha se puede calcular en qué año aproximadamente el porcentaje de crecimiento del consumo promedio llegará a ¿275?, ¿300?



## Hoja de trabajo 2

### Las ecuaciones nos demuestran que debemos cambiar nuestras fuentes de energía

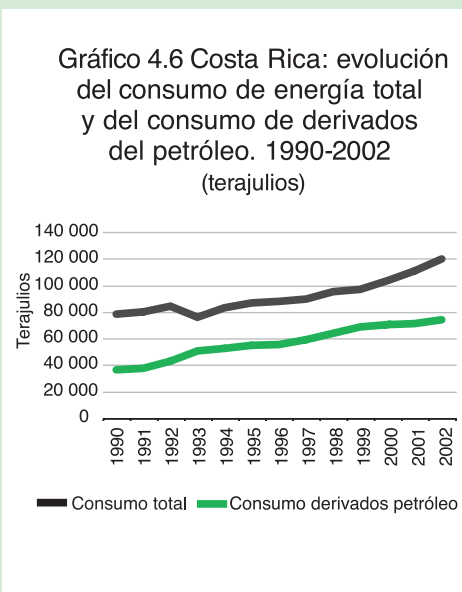
A continuación se presenta un texto tomado del *Décimo Informe Estado de la Nación*, con datos correspondientes al año 2003. Léalo atentamente y, con base en la información suministrada, realice las actividades y responda las preguntas que se plantean.

#### Creciente dependencia de fuentes fósiles

El consumo energético del país mostró un rápido incremento en la última década, en asocio con un aumento en la dependencia de fuentes externas. El consumo total de energía creció un 50,7% desde 1990, pasando de 78 222 terajulios en ese año (DSE, 2002) a 109 793 en el 2001 (DSE, 2003b). Para el 2001, el 75% de ese consumo fue cubierto mediante importaciones (DSE, 2003a).

El disparador de esta creciente dependencia externa son los hidrocarburos importados, que actualmente proporcionan el 70% de la energía que consume el país. En el 2002 se utilizó un 47% más de derivados del petróleo que diez años antes y más del doble que en 1990 (gráfico 4.6). Los hidrocarburos son usados sobre todo por el sector transporte, que consume el 78% del diesel y el 98% de la gasolina. El resto del consumo energético es suplido en un 20% por la electricidad, principalmente como resultado de las fuertes inversiones en generación hidroeléctrica, que permitieron aumentar en un 85% la capacidad instalada entre 1993 y 2003. El otro 10% se abastece con recursos biomásicos como bagazo de caña, leña, cascarilla de café y cascarilla de arroz.

En estos años Costa Rica realizó un importante esfuerzo para modificar la oferta de energía primaria, que hasta 1994 estuvo conformada esencialmente por los hidrocarburos importados y por los recursos hidráulicos y biomásicos. A partir de entonces se inició el aprovechamiento de la energía geotérmica para la generación eléctrica; en 1996 se comenzó a utilizar la energía eólica y en forma aislada y limitada la energía fotovoltaica para la electrificación rural.



De acuerdo con la lectura anterior, utilizando el programa Excel y asignando al año 1990 el valor 1, tenemos que la ecuación que aproxima mejor el consumo de energía total del país es:

$$"y = 3131.9x + 70\ 615"$$

- 1) Calcule en qué año se consumían aproximadamente 74 000 terajulios. ¿En qué año 80 000?
- 2) ¿En qué año se consumirán 140 000 terajulios?
- 3) ¿En qué año se consumían 6 100 terajulios?
- 4) En este sentido, ¿cuáles serían algunas fuentes alternativas de energía que podrían utilizarse en el país para promover un uso racional de la energía eléctrica?

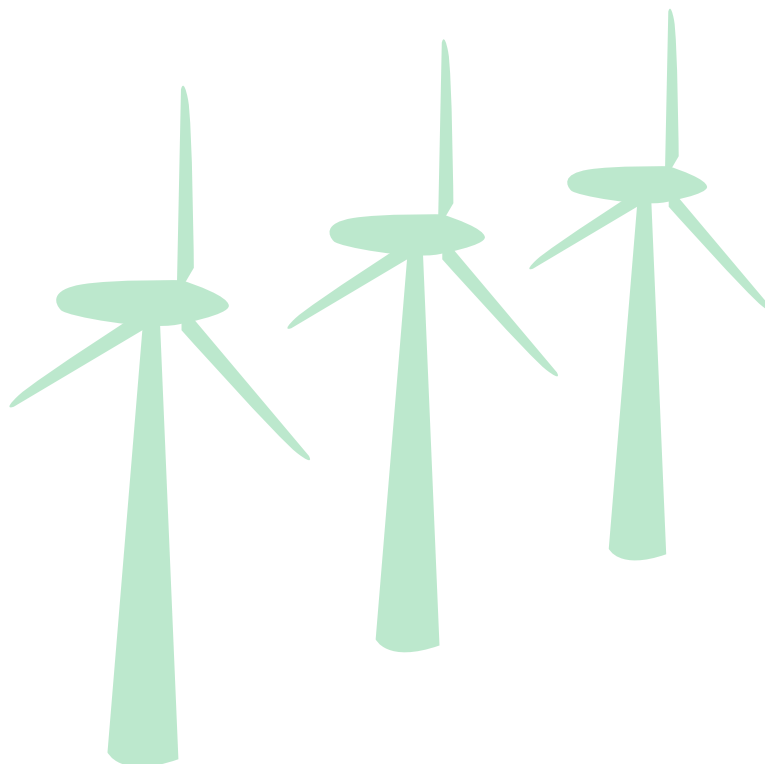
## Glosario

**Energía eólica.** Energía obtenida a partir de la fuerza y velocidad del viento.

**Energía fotovoltaica.** Energía obtenida a partir del sol.

**Energía geotérmica.** Energía obtenida a partir del calor almacenado en el interior de la tierra.

**Recursos biomásicos.** Materia orgánica proveniente del reino animal o vegetal y de residuos agroindustriales que se utilizan para la generación de energía. Ejemplos: leña, bagazo de caña, cascarilla de café, cascarilla de arroz.



# Análisis de la calidad del aire vista como una función

Nivel: 10°

Contenido matemático:

- ❖ Funciones:
  - ✓ Gráficos de funciones reales de variable real.

Objetivos programáticos:

- ✓ Identificar el dominio y ámbito de una función representada gráficamente.
- ✓ Interpretar gráficas de funciones reales de variable real.

Objetivos específicos:

- ✓ Interpretar hechos y fenómenos cotidianos mediante relaciones que corresponden a funciones, cuyo criterio está modelado por expresiones algebraicas sencillas.
- ✓ Determinar dominio, codominio, ámbito, imagen y preimagen de funciones.

*Temas transversales*

- ❖ Cultura ambiental para el desarrollo sostenible
- ❖ Educación para la salud

## Contexto nacional

### Contaminación atmosférica

La contaminación del aire es un problema en nuestro país y se asocia, entre otros factores, a las emisiones de la flota vehicular y de la actividad industrial. En Costa Rica la Gran Área Metropolitana (GAM) concentra gran parte de la flota vehicular y de la industria nacional, lo que la hace más propensa a los problemas de contaminación atmosférica. La contaminación del aire ocasiona daños en el ambiente y afecta la biodiversidad en general. Además tiene un impacto sobre el espesor de la capa de ozono y contribuye al deterioro de edificios, monumentos y otras estructuras expuestas a los contaminantes. Igualmente causa daños a la salud del ser humano, provocándole afecciones del sistema respiratorio. De allí se desprende el interés de organismos nacionales e internacionales por desarrollar estudios sobre la contaminación del aire, especialmente en la GAM.

Diferentes instituciones académicas y gubernamentales han puesto en marcha planes de monitoreo de la calidad del aire en diversos puntos de la GAM. Los primeros intentos de diagnóstico se dieron en 1971, pero fueron intermitentes hasta 1993, cuando PECAire-UNA, con el apoyo de Swisscontact<sup>1</sup>, inició un monitoreo de la calidad del aire enfocado principalmente a la valoración de las emisiones vehiculares.

Entre los contaminantes monitoreados en la ciudad capital destacan el material particulado en suspensión y, en especial, la fracción de partículas que se conoce con el nombre de material particulado PM-10. Esta fracción, que

posee diámetros iguales o menores a 10 micras, puede ingresar al sistema respiratorio de los seres humanos. Los niveles encontrados muestran una disminución después de 1998, coincidente con la entrada en vigencia de los controles de emisiones vehiculares, y una reversión de la tendencia a partir del año 2001, paralela a la suspensión de la revisión técnica periódica que se mantuvo hasta mediados del 2002, cuando inició actividades la firma Riteve SyC (Herrera y Rodríguez, 2004).

Un estudio del PM-10 colectado del aire de la ciudad de San José (Herrera, 2003) indica que algunos de los valores promedio mensuales obtenidos en las cercanías del Ministerio de Seguridad Pública y del Museo Nacional, superan los parámetros de referencia establecidos por la Agencia de Protección Ambiental de los Estados Unidos. La ocurrencia de estos niveles se relaciona con el alto flujo vehicular en estos puntos y con las características del combustible que se expende en el país, el cual tiene un alto contenido de azufre.

Otro de los contaminantes presentes en el aire es el dióxido de nitrógeno, que es generado principalmente por los procesos de combustión tanto de fuentes móviles como estacionarias. La tendencia observada en este caso es similar a la que se detectó en el material particulado. Un estudio realizado en catorce puntos de los cuatro distritos de la ciudad de San José en el 2003 (Herrera y Rodríguez, 2004), los valores se comportaron en función de la dirección e intensidad del viento predominante, que afecta el grado de dilución de las emisiones. Los máximos se dieron en la época lluviosa, cuando el viento por lo general es moderado, con un aumento en los niveles de contaminantes originados en el vecindario de Belén. Los valores mínimos se produjeron en la época seca, en la cual la velocidad media del

1 Swisscontact: organismo suizo sin fines de lucro que coauspició el Programa de Monitoreo de la Calidad del Aire en Centroamérica.

viento señala que los valores obtenidos en los puntos de monitoreo localizados sobre la avenida segunda y la avenida 10 excedieron en los cuatro muestreos mensuales (setiembre-diciembre 2003), el valor promedio recomendado por la OMS para este contaminante ( $40 \mu\text{g}/\text{m}^3$ ). Tres puntos adicionales excedieron estos niveles en dos de los cuatro muestreos efectuados.

Un caso exitoso en el control de contaminantes atmosféricos lo constituye la

importante reducción del plomo en la gasolina a principios de los años noventa y su posterior eliminación en 1996, que en el término de una década logró bajar el plomo presente en el material particulado a valores promedio anuales de  $0,035 \mu\text{g}/\text{m}^3$  (Herrera y Rodríguez, 2002), muy por debajo de la norma nacional de  $2 \mu\text{g}/\text{m}^3$ .

*Fuente: Décimo Informe Estado de la Nación, 2004.*

## Glosario

**Dióxido de nitrógeno.** Forma parte de un grupo de contaminantes gaseosos que se producen como consecuencia del tráfico vehicular y de otros procesos de quema de combustibles fósiles. Su presencia en el aire, contribuye a la formación y modificación de otros contaminantes del aire, tales como el ozono y las partículas en suspensión, así como a la aparición de la lluvia ácida.

**Material particulado.** Mezcla de partículas suspendidas en el aire, que varían en tamaño y composición dependiendo de sus fuentes de emisiones. Es uno de los contaminantes atmosféricos más complejos por sus características físicoquímicas, por su interacción con

otros contaminantes y por sus efectos sobre la salud humana, los ecosistemas y el clima.

**Micra** (abreviado  $\mu$ .). Unidad de longitud equivalente a una millonésima parte de un metro.

**PM-10.** Las partículas PM-10 son todas aquellas que son recolectadas con un 50% de eficiencia con un muestreador de alto volumen cuyo diámetro o punto de corte es de 10 micrómetros. Su concentración en el aire es un indicador de los niveles de partículas presentes en el medio, que tienen la capacidad de ingresar a la zona torácica del sistema respiratorio.

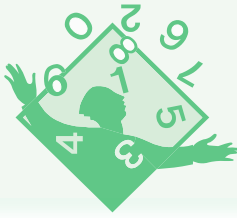
## Propuesta de abordaje

Los gráficos que acompañan la presente actividad tienen las características idóneas para que el o la estudiante analice dominio, codominio y ámbito.

Es importante que el alumno analice la problemática de la contaminación y comprenda que la representación mediante gráficos simplifica el análisis

de la situación y ayuda a la toma de decisiones por parte de las personas o instituciones respectivas.

Siempre es recomendable cerrar la actividad con una mesa redonda en la que se compartan ideas y posibles soluciones, o simplemente se haga conciencia sobre la problemática planteada.



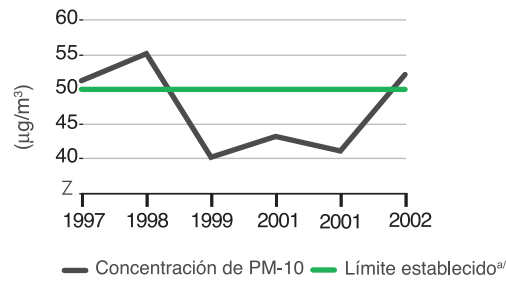
## Hoja de trabajo

### Análisis de la calidad del aire vista como una función

1) El gráfico 4.7 permite visualizar la presencia de material particulado PM-10 en el aire de la ciudad de San José, como promedio anual, durante un período de seis años. La cantidad de masa por metro cúbico es una función del tiempo, por lo que podemos analizar el gráfico como la representación de esa función. Con base en esta información realice el siguiente análisis:

- ¿Cuál es el dominio de la función?, ¿cómo se interpreta este conjunto en cantidad de tiempo real?
- ¿Cuál es el ámbito de la función?, ¿cómo se interpreta este intervalo en términos de la cantidad de material particulado presente durante el intervalo de tiempo estudiado?
- Escriba en notación de funciones la recta correspondiente al límite establecido para el promedio anual de estas emisiones.
- ¿En qué año(s) la presencia de emisiones se mantuvo por debajo del límite establecido?
- ¿En qué año(s) la función presenta un comportamiento decreciente?, ¿cómo se interpreta este comportamiento en la vida real: es positivo o negativo para el medio ambiente?
- ¿Qué medidas o recomendaciones haría usted para disminuir la presencia de contaminantes en la atmósfera?
- Investigue con su profesor o profesora de Ciencias el efecto de estos contaminantes en la salud de la población.

**Gráfico 4.7 San José: variación de la concentración de material particulado PM-10. 1997-2002**



- a/ Representa el valor promedio anual para partículas PM-10 establecido en el Decreto de Inmisiones de Costa Rica: 50 µg/m<sup>3</sup>

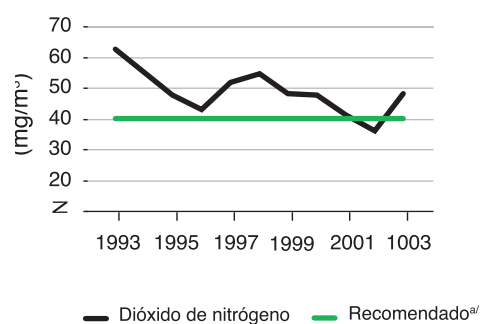
Fuente: Décimo Informe Estado de la Nación, 2004.

2) El gráfico 4.8, representa la variación de la concentración de dióxido de nitrógeno en un intervalo de tiempo determinado; la unidad de medida es microgramos por metro cúbico (µg/m<sup>3</sup>). La cantidad de este contaminante se puede interpretar como una función del tiempo, por lo que podemos analizar el gráfico como la representación de esa función. Con base en esta información, realice el siguiente análisis:

- ¿Cuál es el dominio de la función?, ¿cómo se interpreta este intervalo en cantidad de tiempo real?
- ¿Cuál es el ámbito de la función?, ¿cómo se interpreta este intervalo en términos de la cantidad de partículas presentes durante el intervalo de tiempo estudiado?

- c) Escriba en notación de funciones el criterio de la función correspondiente al límite establecido para el promedio anual de estas emisiones.
- d) ¿En qué año la presencia de emisiones se mantuvo por debajo del tiempo establecido?
- e) ¿En que años la función presenta un comportamiento creciente?, ¿cómo se interpreta este: es positivo o negativo para el medio ambiente?
- f) Para comentar con el resto de la clase:
- ¿Qué efectos puede tener para nuestra salud la contaminación del aire?
  - Comente con sus compañeros y compañeras si es positivo para el medio ambiente y la salud de los costarricenses el funcionamiento de la empresa Riteve en el país.

**Gráfico 4.8 San José: variación de la concentración de dióxido de nitrógeno. 1993-2003 (por metro cúbico)**



λ/ Representa el valor recomendado por la Organización Mundial de la Salud como promedio anual.

Fuente: Décimo Informe Estado de la Nación, 2004.

## Glosario

**Dióxido de nitrógeno.** Forma parte de un grupo de contaminantes gaseosos que se producen como consecuencia del tráfico vehicular y de otros procesos de quema de combustibles fósiles. Su presencia en el aire contribuye a la formación y modificación de otros contaminantes del aire, tales como el ozono y las partículas en suspensión, así como a la aparición de la lluvia ácida.

**Material particulado.** Mezcla de partículas suspendidas en el aire, que varían en tamaño y composición dependiendo de sus fuentes de emisiones. Es uno de los contaminantes atmosféricos más complejos por sus características físicoquímicas, por su interacción con

otros contaminantes y por sus efectos sobre la salud humana, los ecosistemas y el clima.

**Micra** (abreviado  $\mu$ ). Unidad de longitud equivalente a una millonésima parte de un metro.

**PM-10.** Las partículas PM-10 son todas aquellas que son recolectadas con un 50% de eficiencia con un muestreador de alto volumen cuyo diámetro o punto de corte es de 10 micrómetros. Su concentración en el aire es un indicador de los niveles de partículas presentes en el medio, que tienen la capacidad de ingresar a la zona torácica del sistema respiratorio.



# ¿Aire puro?

Nivel: 8°

Contenido matemático:

❖ Álgebra

- ✓ Problemas que involucren en su solución una ecuación de primer grado con una incógnita.

Objetivo programático:

- ✓ Resolver problemas de situaciones, hechos y fenómenos de la cultura cotidiana, con ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Objetivos específicos:

- ✓ Plantear ecuaciones de primer grado con una incógnita, que estén relacionadas con situaciones de la vida cotidiana.
- ✓ Calcular la solución ecuaciones de primer grado con una incógnita que estén relacionadas con situaciones de la vida cotidiana.

*Temas transversales*

- ❖ Cultura ambiental para el desarrollo sostenible.
- ❖ Educación para la salud.

## Contexto nacional

### *Alta dispersión de contaminantes en el área metropolitana de San José*

Los hallazgos reportados por el Programa de Estudios de Calidad del Aire (PECAire) de la Universidad Nacional revelan que la presencia de dióxido de nitrógeno en el aire presentó un incremento entre el 2003 y el 2005. La zona más afectada se ubica frente al Hospital San Juan de Dios y mostró una concentración anual de aproximadamente  $51 \mu\text{g}/\text{m}^3$ , valor que sobrepasa el límite establecido por la Organización Mundial para la Salud (OMS). En el resto de los puntos de muestreo se registraron valores por debajo de este límite; por ejemplo, el costado norte de la Catedral Metropolitana y dos puntos sobre la avenida 10 arrojaron concentraciones de entre 40 y  $50 \mu\text{g}/\text{m}^3$ , valores superiores al límite de la OMS.

Por su parte, durante el 2005 el Centro de Investigaciones en Desarrollo Sostenible (Ciedes) y el Centro de Investigación en Contaminación Ambiental (CICA), ambos de la Universidad de Costa Rica (UCR), valoraron el riesgo de exposición a la contaminación atmosférica en San José. Los resultados revelaron la existencia de áreas con concentraciones de óxido de nitrógeno ( $\text{NO}_2$ ) que sobrepasan el valor límite recomendado por la OMS. Estos resultados toman en cuenta todas las fuentes emisoras consideradas en el estudio: calderas, plantas térmicas y emisiones vehiculares. Una zona de alta concentración se ubica en La Uruca, al sureste de la planta térmica del ICE, otra en el sector aledaño al Hospital México y una tercera cerca de la Facultad de Derecho de la UCR. Todos estos puntos se encuentran en zonas de

mayor riesgo (pues la concentración del contaminante es alta y la zona abarca a una gran cantidad de pobladores que están expuestos), sobre vías de tránsito pesado y, por consiguiente, con altas emisiones vehiculares. Estos estudios confirman que el mayor aporte a la concentración total de óxido de nitrógeno proviene del parque automotor.

### **Revisión vehicular incide en la reducción de emisiones de monóxido de carbono**

La agencia de cooperación alemana, GTZ, en el marco del proyecto Aire Limpio, publicó un estudio sobre el impacto ambiental de la revisión técnica vehicular y su aporte al control de emisiones contaminantes. Se evaluaron las emisiones evitadas por la implementación de la revisión técnica en algunos contaminantes específicos<sup>1</sup>. La investigación tomó en cuenta 94 000 pruebas de emisiones de monóxido de carbono e hidrocarburos no quemados en la Gran Área Metropolitana, durante los años 2003, 2004 y 2005.

En nuestro país el parque de vehículos a gasolina creció de manera significativa entre 2003 y 2005, al pasar de 365 900 unidades a 417 500. La mayor parte de la flota está compuesta por vehículos viejos, es decir, modelos correspondientes a 1989 o anteriores. No obstante, se nota una tendencia a la reducción de las unidades más antiguas, que pasaron de 199 300 en el 2003 (54,5% de la flota total) a 182 435 en el 2005 (43,7%). Por otro lado, el número de vehículos nuevos aumentó de 4 523 en el 2003 (1,2% del total) a 29 481 en el 2005 (7,1%) (Herz et al., 2005). Con el porcentaje de monóxido de carbono (CO) medido en las emisiones de

1 Por emisión evitada se entiende las emisiones que no ocurrieron, debido a una reducción en las fuentes emisoras de contaminación.

los vehículos a gasolina, se calculó un promedio para cada tipo de vehículo (particular, taxi y carga liviana) y para los modelos de cada año. Por ejemplo, para el 2005 el porcentaje de CO promedio para vehículos modelos 1990 a 1994, tanto particulares como taxis, fue de 0,57% y para los de carga liviana fue de 0,85% (Herz, et al., 2005).

Se concluyó que, en el conjunto analizado, el mayor aporte de monóxido de carbono a las emisiones provino de los vehículos particulares (31 348 toneladas estimadas para el 2003), seguidos por los de carga liviana (12 050 toneladas) y los taxis (3 166 toneladas). Entre 2003 y 2005 hubo una reducción en las emisiones totales de CO, de 46 564 toneladas a 42 178, es decir, un 9,4%, a pesar de que en esos años el parque automotor aumentó en aproximadamente un 14%. Varias razones explican este comportamiento. Por un lado, se renovó la flota vehicular, y por otro, los propietarios mejoraron el mantenimiento de los vehículos. También se calculó la emisión anual de los vehículos que no pasaron la prueba, tomando en cuenta el porcentaje de CO promedio. De esta forma, se estimó que la revisión técnica vehicular evitó la emisión de 23 761 toneladas de monóxido de carbono en el 2003, lo que equivale a un 34% del total que se hubiera emitido sin la revisión (Herz et al., 2005).

La reducción de un tercio de las emisiones de vehículos particulares a ga-

solina en estos años parece confirmar la importancia de este procedimiento técnico, y señala la conveniencia de reforzar políticas conducentes a reducir también las emisiones de los vehículos a diesel, así como las fuentes fijas (Rojas, 2006). En cuanto a la disminución de las sustancias tóxicas presentes en los combustibles, en el 2005 el Gobierno Central descartó un plan en ese sentido; en vez de publicar los reglamentos respectivos, dispuso homologar los niveles de contaminantes permitidos en Costa Rica con los del resto de Centroamérica, en el marco de las negociaciones en torno a la unión aduanera centroamericana (Blanco y Quirós, 2006).

No se cuenta con información suficiente sobre la emisión de contaminantes de fuentes fijas, especialmente en el sector industrial. El papel de las industrias en la generación de contaminantes (tanto atmosféricos como desechos sólidos y líquidos, vertidos, entre otros) ha sido poco analizado en el país. Se han presentado algunas iniciativas importantes en materia de certificación, tanto externa como por parte del Estado, para el establecimiento de sistemas de gestión ambiental. Uno de estos casos es el del certificado Bandera Ecológica, que el MINAE otorga a empresas públicas y privadas.

*Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*

## Glosario

**Dióxido de nitrógeno.** Forma parte de un grupo de contaminantes gaseosos que se producen como consecuencia del tráfico vehicular y de otros procesos de quema de combustibles fósiles. Su presencia en el aire contribuye a la formación y modificación de otros contaminantes del aire, tales como el ozono

y las partículas en suspensión, así como a la aparición de la lluvia ácida.

**Material particulado.** Mezcla de partículas suspendidas en el aire, que varían en tamaño y composición dependiendo de sus fuentes de emisiones. Es uno de los contaminantes atmosféricos más complejos por sus características

físicoquímicas, por su interacción con otros contaminantes y por sus efectos sobre la salud humana, los ecosistemas y el clima.

**Micra** (abreviado  $\mu$ ). Unidad de longitud equivalente a una millonésima parte de un metro.

**Monóxido de carbono.** Es un gas que puede causar la muerte cuando se respira en niveles elevados. Se produce cuando se queman materiales combustibles como gas, gasolina, querosén, carbón, petróleo, tabaco o madera en ambientes de poco oxígeno. Las chimeneas, las calderas, los

calentadores de agua también pueden producirlo si no están funcionando bien. Los vehículos detenidos con el motor encendido también lo despiden.

**PM-10.** Las partículas PM-10 son todas aquellas que son recolectadas con un 50% de eficiencia con un muestreador de alto volumen cuyo diámetro o punto de corte es de 10 micrómetros. Su concentración en el aire es un indicador de los niveles de partículas presentes en el medio, que tienen la capacidad de ingresar a la zona torácica del sistema respiratorio.

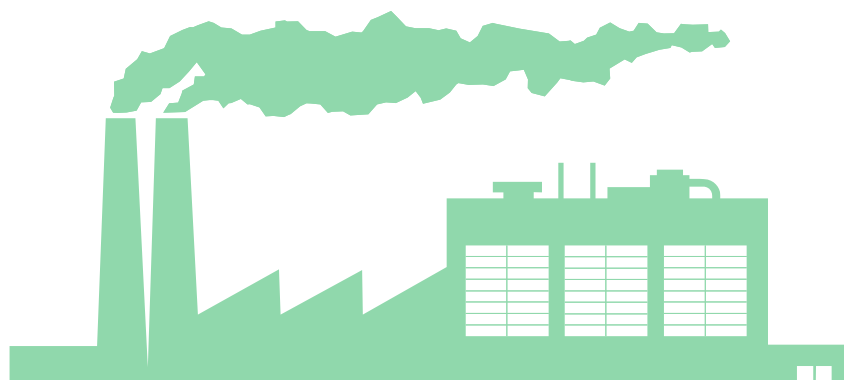
## Propuesta de abordaje

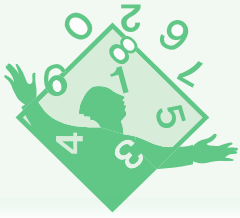
Al introducir el tema de resolución de ecuaciones, en primera instancia se recomienda plantear una situación que puede ser interpretada con el apoyo matemático; es decir, se trata de analizar una situación cotidiana con conceptos matemáticos. Para ello se debe estar familiarizado con el lenguaje matemático que se utiliza para expresar situaciones, hechos y fenómenos.

En este ejercicio, el o la estudiante debe usar el lenguaje matemático y algunos datos que proporciona el *Duodécimo Informe Estado de la Nación*, para plan-

tear, resolver y analizar los resultados de ecuaciones matemáticas.

Los ejercicios que se proponen pueden resolverse individualmente o en grupo. En ambos casos debe fomentarse la reflexión. Cuando los y las alumnas repiensen y comparten los procesos seguidos para la solución de los ejercicios, logran un mejor aprendizaje; asimismo, la discusión de las preguntas planteadas para el abordaje de la transversalidad facilita la construcción de procesos mentales que favorecen la resolución de problemas.





## Hoja de trabajo

### ¿Aire puro?

Al realizar un estudio de la emisión de contaminantes de los vehículos de gasolina en la Gran Área Metropolitana, durante los años 2003, 2004 y 2005, se determinó la contribución de los vehículos particulares, los de carga liviana y los taxis. En los siguientes ejercicios se establecen relaciones algebraicas entre los resultados del estudio, con la intención de conocer y analizar la información.

Los ejercicios deben responderse primero en forma individual. Luego, en plenaria, se analizarán las respuestas de todo el grupo.

- 1) ¿Qué efectos puede tener para nuestra salud la contaminación del aire?
- 2) En el 2003 los vehículos de carga liviana emitieron 12 050 toneladas de monóxido de carbono (CO). Esta cantidad representó 614 toneladas menos que el cuádruplo de las que emitieron los taxis. ¿Cuántas toneladas de CO emitieron los taxis?
- 3) En el 2003, los vehículos de carga liviana emitieron 12 050 toneladas de monóxido de carbono (CO). Esta cantidad es equivalente a la tercera parte de la suma de las toneladas de monóxido de carbono que emitieron los vehículos particulares ¿Cuántas toneladas de CO emitieron los vehículos particulares?
- 4) En el 2005 la emisión total de CO fue de 42 178 toneladas, lo que significa una disminución con respecto al 2003. La emisión total del 2003 disminuida en sus  $\frac{47}{500}$  partes es igual a las toneladas emitidas en el 2005. ¿Cuántas toneladas de CO se emitieron en el 2003?
- 5) ¿Qué acciones puede usted realizar para contribuir a la disminución de la contaminación del aire mediante la emisión de CO?

## Glosario

**Monóxido de carbono.** Es un gas que puede causar la muerte cuando se respira en niveles elevados. Se produce cuando se queman materiales combustibles como gas, gasolina, querosén, carbón, petróleo, tabaco o madera en ambientes de poco

oxígeno. Las chimeneas, las calderas, los calentadores de agua también pueden producirlo si no están funcionando bien. Los vehículos detenidos con el motor encendido también lo despiden.

# La producción de residuos sólidos vista como una función lineal

Nivel: 10°

Contenido matemático:

- ❖ Funciones
  - ✓ Ecuación de la recta.

Objetivo programático:

- ✓ Calcular la ecuación de una recta dados dos puntos.

Objetivos específicos:

- ✓ Determinar la ecuación de una recta ubicada en el plano cartesiano.
- ✓ Interpretar la información que proporciona la representación gráfica de funciones lineales.

*Temas transversales*

- ❖ Cultura ambiental para el desarrollo sostenible.
- ❖ Educación para la salud.

## Contexto nacional

### **Manejo de los residuos sólidos**

Costa Rica carece de una política nacional en materia de residuos sólidos, un problema que ha llegado a ser fuente de conflictos en distintas regiones y que se declaró emergencia nacional en 1991. No hay en la población una conciencia ambiental que lleve a reducir la generación de desechos; antes bien, la producción por persona aumenta todos los años. El país carece también de prácticas generalizadas de reutilización y reciclaje de residuos y no ha logrado establecer sistemas adecuados de disposición final, situación que se agrava con la introducción de nuevos desechos tecnológicos de alta peligrosidad. El Estado, por su parte, no ha asumido un papel protagónico en el control de la cantidad y calidad de los desechos que se generan. Se ha dado a las municipalidades la responsabilidad de su manejo, pero estas no siempre cuentan con los recursos necesarios para llevar a cabo la tarea. En el 2004 hubo episodios de acumulación de basura en varios ayuntamientos, entre ellos los de La Unión, Tibás, Nicoya, Guápiles y Golfito, debido en algunos casos al cierre de los botaderos por orden del Ministerio de Salud, y en otros a la escasez de recursos o a problemas de gestión para efectuar la recolección. Se mantuvo además la dificultad para abrir nuevos rellenos, y aunque se tenía previsto el cierre técnico del relleno sanitario de Río Azul para el 2005, una vez más este fue postergado. Por el lado positivo, en los últimos años se han dado pequeños avances aislados en el manejo de desechos, a través de iniciativas de grupos comunales, municipalidades, instituciones autónomas, parques nacionales, hospitales y centros de enseñanza. También se han incre-

mentado el número de empresas recuperadoras y recicladoras y los esfuerzos tecnológicos en este sentido.

#### **Alta producción de desechos versus aisladas iniciativas de manejo**

La Municipalidad de San José es una de las pocas que cuenta con información sistemática sobre la recolección de desechos en el largo plazo. Entre 1978 y 2004, la producción total en el área metropolitana que abarca el Co-cim aumentó en promedio un 18,5% al año. En esta zona se generaron 201 849 toneladas métricas de basura en el 2004 (MSJ, 2005). Es particularmente notable el crecimiento de la producción de desechos per cápita: cerca de 94% entre 1984 y 2002. Esto denota que no solo el crecimiento de la población en esta área da lugar a más materiales de desperdicio, sino que las personas tienen patrones de consumo cada vez más contaminantes en términos de generación de desechos sólidos.

Contrario a lo que sucedía hace unos años, en la actualidad algunas municipalidades pagan el servicio de vertido de desechos a empresas privadas. Esto cambia las condiciones de operación de los vertederos y eleva los costos por disposición, que en algunos casos representan un 17% del ingreso municipal (Soto, 2005). Es necesario evaluar la sostenibilidad de este sistema, teniendo en cuenta la práctica del vertido indiscriminado y el nivel de las tarifas actuales.

Diversos municipios tienen programas que incluyen componentes de educación ambiental y participación de microempresas en la recuperación de desechos. Por ejemplo, la Municipalidad de San José ha creado un programa permanente de educación ambiental dirigido a la niñez, denominado "Superhéroes del Ambiente". La Municipalidad de Naranjo tiene una oficina ambiental y un

programa destinado a la recuperación de materiales antes de que ingresen al vertedero, de los cuales recuperó 360 toneladas durante el 2004 (E: Lozano, 2005). La de Escazú tiene un programa de recolección de desechos sólidos, un centro de acopio de materiales reciclables y camiones recolectores diferenciados de los que se usan para la basura común (E: Rodríguez, 2005). Finalmente, el gobierno

local de Esparza tiene un plan para instalar un vertedero en el que se separarán los desechos inorgánicos recuperables (papel, vidrio, cartón, aluminio y ciertos tipos de plástico) para su comercialización, y se dará tratamiento a los desechos que puedan usarse para elaborar abono orgánico (E: Quijada, 2005).

*Fuente: Undécimo Informe Estado de la Nación, 2005.*

## Glosario

**Convenio Cooperativo Intermunicipal (Cocim).** Está conformado por las municipalidades de San José, Goicoechea, Tibás, Montes de Oca, Curridabat, Moravia, Desamparados, Alajuelita, Escazú, Coronado, La Unión y Aserrí.

**Per cápita.** Literalmente: por cabeza, es decir, por cada una de las personas de la población.

**Reciclaje.** Reincorporar los productos o materiales residuales a nuevos procesos productivos.

**Relleno sanitario.** Lugar donde se depositan desechos sólidos con un aislamiento adecuado para impedir la salida inadecuada de lixiviados y gases que puedan afectar el ambiente y la salud de los seres vivos.

**Reutilización.** Volver a utilizar los bienes o productos. La utilidad puede darse, para el usuario, mediante una acción de mejora o restauración, o sin modificar el producto si éste es útil para un nuevo usuario.

## Propuesta de abordaje

Al tener un conjunto de datos bivariados  $(x, y)$ , representados en un diagrama de dispersión, el estadístico busca una ecuación que le permita conocer la relación entre los datos variables. La ecuación que se elige es aquella que se ajuste mejor al diagrama de dispersión.

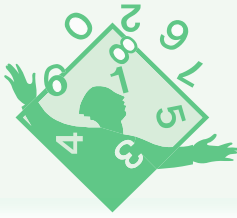
En muchos casos esta ecuación representa una función lineal de la forma " $y = mx + b$ ". A esta expresión, obtenida a partir de las fórmulas que se dan a continuación, se le denomina **ecuación de la recta de mejor ajuste**. Dicha recta sirve en muchos casos para hacer predicciones. Generalmente no se predice el

valor exacto de "y". Se suele aceptar si las predicciones están razonablemente cercanas a los valores reales.

El objetivo de esta actividad es que la o el estudiante asocie el procedimiento para calcular la ecuación de la recta con situaciones reales y, además, infiera resultados a partir de la ecuación obtenida.

La teoría sobre la obtención de la recta de mejor ajuste se puede encontrar en el apartado "Las ecuaciones nos demuestran que debemos cambiar nuestras fuentes de energía".





## Hoja de trabajo

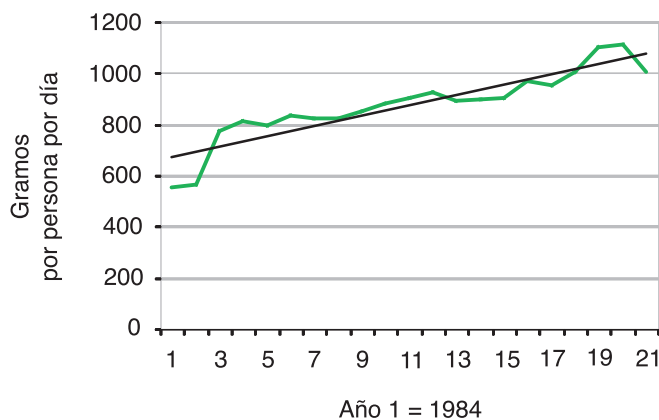
### La producción de residuos sólidos vista como una función lineal

El siguiente cuadro fue tomado del *Undécimo Informe Estado de la Nación*. En él se presenta, en forma aproximada, la producción diaria de residuos sólidos, por persona y en gramos, en el período 1984-2004, en el área metropolitana de San José. El año 1 corresponde a 1984 y el año 21 al 2004.

Año	Gramos / persona
1	550
2	560
3	770
4	810
5	790
6	830
7	820
8	820
9	850
10	880
11	900
12	920
13	890
14	895
15	900
16	970
17	950
18	1000
19	1100
20	1110
21	1000

A continuación se presenta un gráfico elaborado con el programa Excel, que muestra tanto la representación del diagrama de dispersión como la recta de mejor ajuste:

**Gráfico 4.9. Desechos por cápita recolectados por el Cocim. 1984-2004**



En el gráfico, en el eje de las abscisas, el número 1 representa el año 1984 y el número 21 el año 2004.

- 1) Con base en la información suministrada por el cuadro 4.3, calcule la ecuación de una recta que contenga los puntos que representan la producción de desechos en los años 1984 y 2004.

Con la recta de mejor ajuste, que se representa en el mismo gráfico, se obtienen los siguientes valores estimados:

<b>Cuadro 4.4</b>	
<b>x</b>	<b>y</b>
1	651,69
2	672,13
3	692,57
4	713,01
5	733,45
6	753,89
7	774,33
8	794,77
9	815,21
10	835,65
11	856,09
12	876,53
13	896,97
14	917,41
15	937,85
16	958,29
17	978,73
18	999,17
19	1019,61
20	1040,05
21	1060,49

\* El año 1 corresponde a 1984 y el año 21 al 2004.

- 2) Calcule la ecuación de la recta de mejor ajuste con los valores estimados de 1984 y 2004.
- 3) Determine en qué años la recta obtenida se acerca más a los datos reales representados en el diagrama de dispersión.
- 4) Con la ecuación obtenida podemos estimar la producción de residuos sólidos en un futuro cercano. Por ejemplo, ¿cuántos gramos de residuos se producirá por persona en el 2007?, ¿en qué año se estima que la producción llegará a 1,5 kg por persona?
- 5) Para comentar con el profesor y los compañeros y compañeras:
  - a) ¿Qué sucedería si en el futuro siguiera aumentando la producción de residuos?
  - b) ¿Qué efectos puede tener para nuestra salud el manejo inadecuado de la basura?
  - c) ¿Qué podemos hacer para mejorar el manejo de los residuos sólidos en el hogar, en el centro educativo y en la comunidad?

## Glosario

**Convenio Cooperativo Intermunicipal (Cocim).** Está conformado por las municipalidades de San José, Goicoechea, Tibás, Montes de Oca, Curridabat, Moravia, Desamparados,

Alajuelita, Escazú, Coronado, La Unión y Aserrí.

**Per cápita.** Literalmente: por cabeza, es decir, por cada una de las personas de la población.

# La basura... ¿sirve?

Nivel: 7°

Contenido matemático:

- ❖ Números racionales (concepto).

Objetivo programático:

- ✓ Caracterizar al conjunto de los números racionales.

Objetivos específicos:

- ✓ Comprender la notación fraccionaria de un número racional.
- ✓ Utilizar el concepto de número racional en el análisis de situaciones de la vida cotidiana.

*Temas transversales*

- ❖ Cultura ambiental para el desarrollo sostenible.
- ❖ Educación para la salud.

## Contexto nacional

### ***Persisten rezagos en la recolección de residuos sólidos***

Se estima que en Costa Rica se generan 4500 toneladas de residuos sólidos domiciliarios por día. Cerca del 30% de estos materiales se deposita sin ningún control en calles, ríos y lotes baldíos, lo que ocasiona problemas de estrangulamiento del alcantarillado, contaminación visual, variación del caudal de los ríos y deterioro ambiental (IFAM et al., 2003).

Los residuos sólidos recolectados por las municipalidades son dispuestos en rellenos sanitarios (52%), vertederos semicontrolados (17%) y vertederos sin control llamados "a cielo abierto" (22%) (IFAM et al., 2003). En la Gran Área Metropolitana se produce el 58% de los residuos sólidos, que se trasladan principalmente a los rellenos sanitarios de La Carpio, Los Mangos, Los Pinos y Río Azul. Estos son administrados por dos grandes empresas (EBI y WPP Continental) y el costo promedio del servicio es de entre 5500 y 7500 colones por tonelada métrica. En el área rural la situación es crítica. La mayoría de las municipalidades no tiene presupuesto para disponer adecuadamente de los residuos sólidos, y es generalizado el uso de vertederos a cielo abierto y botaderos a las orillas de los cauces de los ríos, donde la basura no recibe ningún tipo de tratamiento.

### **Separación, procesamiento, recuperación y reciclaje: oportunidades poco aprovechadas**

Los residuos sólidos que se generan en Costa Rica contienen una importante proporción de material biodegradable (49%-63%). Por esa razón, cualquier plan para el manejo de desechos debe tener como componente fundamental el tratamiento de este tipo de materiales. Si el sector municipal lograra tratar al menos el 50% de los residuos sólidos biodegradables y transformarlos en compost, se ahorraría 29 millones de dólares anuales por concepto de recolección, transporte y disposición. Hoy en día la materia orgánica se está mezclando con metales pesados y otros residuos peligrosos, que bajo las condiciones anaeróbicas de un relleno sanitario inevitablemente formarán gases con efecto invernadero y lixiviados de alta peligrosidad. La producción de compost no ha sido una prioridad en la mayoría de los planes de manejo del sector municipal, sobre todo por la falta de una visión integral y de largo plazo, y además porque esta tecnología en gran escala requiere una significativa inversión inicial y mucha disciplina para la separación de los residuos.

En Costa Rica no se recupera ni siquiera el 10% de los materiales reciclables. Las mayores tasas de recuperación se dan en los materiales postproducción del sector industrial. Una estimación de la cantidad de ingresos por concepto de venta de materiales recolectados en el cantón central de Cartago, incluso en escenarios de recuperación de un 50%, muestra que se podrían obtener ingresos superiores a 479 millones de colones anuales (Soto, 2006). Las municipalidades de Lepanto (2005), Escazú (2002), Garabito (2002) y San Rafael de Heredia (2002) han promulgado reglamentos

específicos que establecen la obligación de separar los residuos en la fuente y definen categorías de separación, así como la responsabilidad del municipio de contar con sistemas de tratamiento alternativos al simple vertido, dando un lugar preferencial a la recuperación de materiales para reciclaje. La Municipalidad de Naranjo cuenta con un reglamento específico para su Oficina de Ambiente (2002), que refuerza su papel en este ámbito.

*Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*

## Glosario

**Biodegradable.** Materia que tiende a descomponerse por la actividad de bacterias, hongos y protozoarios.

**Compost.** Abono orgánico que se obtiene a partir de la mezcla de desechos sólidos orgánicos para que los microorganismos, en presencia de aire, los transformen en humus o abono orgánico, fácilmente asimilable por las plantas.

**Condiciones anaeróbicas.** Se producen cuando se gasta el oxígeno de la masa de desechos sólidos, dando como resultado la generación de metano y dióxido de carbono. Ambas sustancias pueden representar un peligro para la salud de las personas, el primero porque es un gas muy inflamable que en espacios cerrados puede ser explosivo y el segundo por el efecto invernadero que podría producir.

**Gases de efecto invernadero.** Gases que atrapan el calor en la atmósfera y causan un aumento de la temperatura promedio de la Tierra. Algunos ejemplos son: dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>), metano (CH<sub>4</sub>) y dióxido de nitrógeno (N<sub>2</sub>O).

**Lixiviados.** Líquidos que se forman como resultado de reacciones químicas en el proceso de degradación de los desechos sólidos una vez dispuestos, que provocan contaminación en las fuentes de agua subterránea y superficial.

**Relleno sanitario.** Lugar donde se depositan desechos sólidos con un aislamiento adecuado para impedir la salida inadecuada de lixiviados y gases que puedan afectar el ambiente y la salud de los seres vivos.

**Vertedero a cielo abierto.** Lugar donde se arrojan los residuos a cielo abierto en forma indiscriminada, sin darles ningún tratamiento sanitario.

**Vertedero semicontrolado.** Lugar donde los desechos reciben algún tipo de atención y control de contaminación por parte de la municipalidad que hace uso del lugar, tal como cobertura de los desechos cada cierto tiempo, instalación de chimeneas, desvío de aguas de lluvia, instalación de cercas periféricas, mejoramiento de caminos, captación de lixiviados.

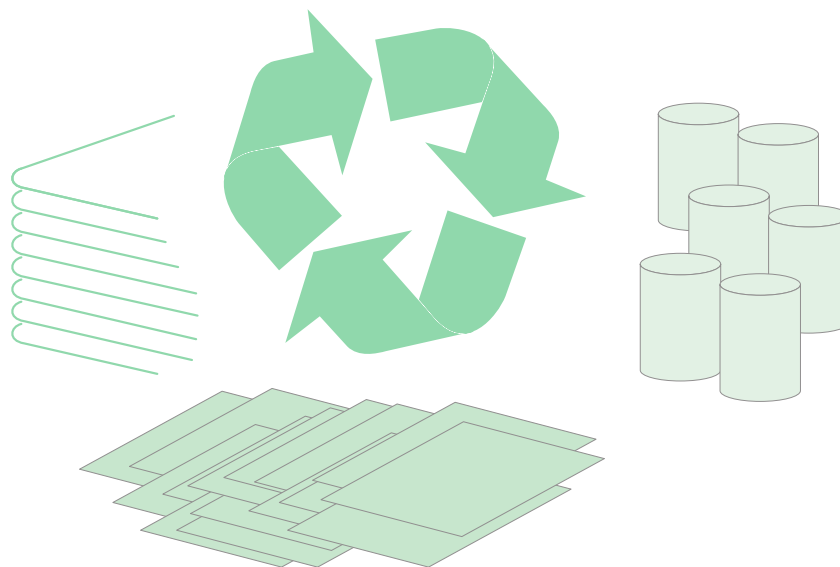
## Propuesta de abordaje

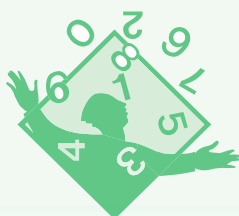
Al estudiar los números racionales, se parte de que estos se usan para representar diversas situaciones de la vida. Al aprender con base en la representación matemática se obtienen conclusiones del concepto que se estudia. La representación matemática de los números racionales puede verse en diversas notaciones.

En este ejercicio se utiliza información del *Duodécimo Informe Estado de la*

*Nación*, para reforzar el concepto de número racional, en su representación fraccionaria.

La Hoja de trabajo contiene algunos ejercicios que deben resolverse en forma individual. Cada estudiante analizará y responderá lo que se le solicita y luego, en una plenaria, compartirá las respuestas matemáticas y discutirá las preguntas generadoras.





## Hoja de trabajo

### La basura... ¿sirve?

En Costa Rica, y sobre todo en la Gran Área Metropolitana, los residuos sólidos representan un problema. La información que proporciona el *Duodécimo Informe Estado de la Nación* refleja una realidad ante la cual, como ciudadanos y ciudadanas costarricenses, debemos asumir una posición. Con este ejercicio, además de dar algunos datos sobre la producción de residuos sólidos en nuestro país, se pretende contribuir a que las y los participantes tomen conciencia sobre este problema nacional.

Usando la información que proporciona el siguiente cuadro, responda en forma individual las preguntas que se le plantean. Justifique cada una de sus respuestas.

**Cuadro 4.5. Residuos sólidos y costo anual de disposición, según relleno sanitario. 2005**

Relleno sanitario	Municipalidades que atiende	Toneladas por día	Costo por tonelada	Costo anual de disposición (millones de colones)
Planta de tratamiento La Carpio	San José	700	5750	1469
Relleno sanitario Los Mangos	Santa Bárbara, Barva, Alajuela, Heredia, San Rafael, Belén, Grecia, Palmares, San Pablo, Puriscal, San Isidro, Valverde Vega, Santa Ana	750	7322	2004
Río Azul	FEDEMUR (municipalidades de la GAM)	725	5545	1467
Relleno sanitario Los Pinos	Cartago	115	5500	230

Fuente: *Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*

- 1) Si alrededor de las  $\frac{3}{5}$  partes de los residuos sólidos que se generan en Costa Rica son materiales biodegradables, ¿cuántas toneladas por día corresponden a material biodegradable en cada relleno sanitario? Dé algunos ejemplos de residuos sólidos biodegradables que se producen en su hogar. ¿Qué acciones podemos realizar en forma personal para disponer de este tipo de desechos?
- 2) ¿Con qué fracción se representa la parte de los residuos sólidos que NO corresponde a material biodegradable?
- 3) ¿Cuántas toneladas por día corresponden a material NO biodegradable en cada relleno sanitario? ¿Cuáles son algunos ejemplos de residuos sólidos NO biodegradables? ¿Sabe usted qué es el reciclaje? ¿En su colegio se ha

realizado algún proyecto o campaña de reciclaje de residuos no biodegradables? Si no es así ¿que sugerencias haría al respecto?

- 4) Represente en notación fraccionaria, para cada relleno sanitario, la relación entre el material NO biodegradable y el total de toneladas de desechos que llegan por día a cada relleno.
- 5) ¿Cuál es el costo anual de disposición en cada relleno sanitario, si se considera únicamente lo que corresponde al material NO biodegradable?
- 6) ¿Qué efectos puede tener para nuestra salud el manejo inadecuado de desechos sólidos?

## Glosario

**Biodegradable.** Materia que tiende a descomponerse por la actividad de bacterias, hongos y protozoarios.

**Relleno sanitario.** Lugar donde se depositan desechos sólidos con un aisla-

miento adecuado para impedir la salida inadecuada de lixiviados y gases que puedan afectar el ambiente y la salud de los seres vivos.





# La basura tiene un valor, calculémoslo

Nivel: 8°

Contenido matemático:

- ❖ Álgebra:
  - ✓ Valor numérico de una expresión algebraica.

Objetivo programático:

- ✓ Calcular el valor numérico de una expresión algebraica.

Objetivo específico:

- ✓ Determinar el valor numérico de una expresión algebraica.

*Temas transversales*

- ❖ Cultura ambiental para el desarrollo sostenible.
- ❖ Educación para la salud.

## Contexto nacional

### ***Persisten las dificultades para el manejo de residuos sólidos***

Las municipalidades tienen la responsabilidad de manejar los residuos sólidos, pero enfrentan importantes barreras administrativas y políticas para cumplir con ese mandato. La escasa rentabilidad política del manejo de desechos hace que otros proyectos (como obras de infraestructura) obtengan mayor respaldo que la adquisición de camiones para recolección discriminada o la construcción de centros de acopio. Aunque la mayoría de las municipalidades de la Gran Área Metropolitana (GAM) ha logrado controlar de manera parcial la problemática del manejo de residuos sólidos, algunas, como las de Tibás y La Unión, recientemente han debido encarar serios problemas administrativos y políticos para la oportuna recolección de estos materiales.

Una de las principales razones que plantea el sector municipal para no recolectar oportunamente los residuos sólidos o no darles el tratamiento apropiado es la falta de recursos económicos. Existe jurisprudencia que obliga a los ayuntamientos a cumplir con sus funciones ambientales y la Ley General de Salud compele a los ciudadanos a contribuir solidariamente con el pago por este concepto. Por ello llama la atención que las municipalidades, a pesar de contar con herramientas legales y administrativas, mantengan tarifas muy por debajo de los puntos de equilibrio, lo cual hace dudar sobre los criterios utilizados para su fijación y limita las posibilidades de inversión y adopción de tecnologías más eficientes (Soto, 2006).

Si se lograra recolectar, transportar y disponer adecuadamente de todos los residuos sólidos del país, el costo que los costarricenses tendrían que asumir bajo el esquema actual, ascendería a 59 millones de dólares anuales, equivalentes a 15 dólares por habitante por año. Aunque esta cifra no parece tan alta, la mayor parte de las municipalidades no cuenta con tarifas de recolección de basura acordes con el costo real del servicio (E: Zumbado, 2006). En términos generales los ayuntamientos no logran recuperar los costos por el manejo de los desechos; la mayoría aún calcula sus tarifas considerando únicamente la longitud del frente de las propiedades y en ningún caso se realiza el cobro en función de la cantidad de materiales recolectados. La subvención del servicio de recolección con ingresos de otras fuentes (impuesto de bienes inmuebles, timbres fiscales, etc.) ha sido la fórmula aplicada para hacer frente a esta situación (Soto, 2006).

Además de que las tarifas no reflejan el costo real de los servicios de recolección, muchos municipios enfrentan problemas de morosidad. La Municipalidad de Limón recaudó en el 2004 unos 72 millones de colones menos de los que necesitaba para recolectar la basura, y la de Siquirres tuvo un faltante de 28 millones de colones. A nivel nacional se calcula que, durante el mismo año, las municipalidades dejaron de recaudar 30 500 millones de colones, que representan el 40% de sus ingresos proyectados (Soto, 2006).

*Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*

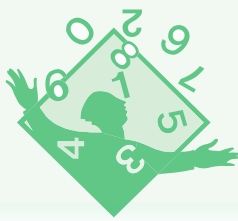
## Propuesta de abordaje

Con la presente actividad se espera que el o la estudiante, además de familiarizarse con el uso de fórmulas para el cálculo de valores numéricos, relacione este tipo de operación con situaciones específicas que le incumben directamente y tome conciencia del problema que representan los desechos sólidos para el país.

Se pueden hacer diferentes variantes del ejercicio, como calcular la recolec-

ción de un relleno con el precio de otro relleno. Lo importante es que el alumno manipule las expresiones y las visualice como representaciones de situaciones concretas. Al final de la actividad el o la docente puede organizar una mesa redonda para comentar los resultados y analizar el problema de los desechos sólidos, la contaminación, el cierre de Río Azul y otros.





## Hoja de trabajo

### La basura tiene un valor, calculémoslo

Todos los costarricenses debemos estar conscientes del gran problema que representa la producción de desechos en nuestros hogares y centros de trabajo, y los costos que implican su recolección, traslado y tratamiento en centros de recolección como Río Azul y La Carpio, entre otros.

Esta actividad tiene como fin que usted, como estudiante de secundaria, utilice el concepto de valor numérico de una expresión algebraica, para calcular los costos del procesamiento de desechos sólidos en los principales centros de recolección del país. Considere el cuadro siguiente para la realización de los ejercicios propuestos.

**Cuadro 4.5. Residuos sólidos y costo anual de disposición, según relleno sanitario. 2005**

Relleno sanitario	Municipalidades que atiende	Toneladas por día	Costo por tonelada	Costo anual de disposición (millones de colones)
Planta de tratamiento La Carpio	San José	700	5750	1469
Relleno sanitario Los Mangos	Santa Bárbara, Barva, Alajuela, Heredia, San Rafael, Belén, Grecia, Palmares, San Pablo, Puriscal, San Isidro, Valverde	750	7322	2004
Río Azul	FEDEMUR (municipalidades de la GAM)	725	5545	1467
Relleno sanitario Los Pinos	Cartago	115	5500	230

Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.

1) Asignando a cada relleno sanitario una letra, por ejemplo:

L: planta de tratamiento La Carpio

M: relleno sanitario Los Mangos

A: Río Azul

R: relleno sanitario Los Pinos

podemos expresar en una fórmula matemática la relación que existe entre el costo por tonelada (C) de cada planta, y las toneladas depositadas por día en cada relleno (P), para calcular los costos de procesar la basura (B), mediante la fórmula:

$$B = C \times T$$

Por ejemplo, para calcular el costo diario en la planta de La Carpio, tenemos que

$C = 5750$  y  $P = 700$ . Entonces, la fórmula anterior se convierte en:

$$B_L = 5750 \times 700$$

$$B_L = 4\,025\,000$$

Así, el costo diario por disponer de los desechos en la planta de tratamiento de La Carpio es de 4 025 000 colones.

Calcule los siguientes valores:

a)  $B_M = ?$

b)  $B_A = ?$

- c)  $B_R = ?$
- d) ¿En cuál relleno sanitario es más costoso procesar la basura? ¿En cuál es más barato? ¿Qué factor cree que influye en esa diferencia?
- e) Reflexione sobre los desechos sólidos que se generan en su colegio. ¿Qué podría hacer usted para disminuir la cantidad de desechos que finalmente será trasladada a un relleno sanitario?
- 2) Con las cantidades obtenidas en el punto 1, de cada relleno (B) podemos calcular los gastos que ocasiona el procesamiento de la basura (G) en un tiempo (T) de días, mediante la fórmula:

$$G = B \times T$$

Calcule los costos por semana y por mes de la disposición de los desechos en cada relleno sanitario.

**Semana (T = 7):**

- a)  $G_L = ?$
- b)  $G_M = ?$
- c)  $G_A = ?$
- d)  $G_R = ?$

**Mes (T = 30):**

- a)  $G_L = ?$
- b)  $G_M = ?$
- c)  $G_A = ?$
- d)  $G_R = ?$

- 3) Calcule el costo anual de disposición por cada relleno.

**Anual (T=365):**

- a)  $G_L = ?$
- b)  $G_M = ?$
- c)  $G_A = ?$
- d)  $G_R = ?$
- e) Compare los resultados anteriores con la columna de la derecha del cuadro 4.5. ¿Qué observa?
- f) Calcule el costo anual total de la disposición de desechos en los rellenos estudiados.
- 4) Realice con su profesor o profesora una mesa redonda en la que se traten los siguientes temas:

- ¿En cuál relleno sanitario se depositan los desechos de mi comunidad?
- ¿Qué medidas podemos tomar en el hogar y la comunidad para disminuir la cantidad de desechos sólidos?
- ¿Cuáles de los desechos que se producen en el hogar se pueden clasificar como reciclables, reutilizables y orgánicos?

## Glosario

**Relleno sanitario.** Lugar donde se depositan desechos sólidos con un aislamiento adecuado para impedir la salida

inadecuada de lixiviados y gases que puedan afectar el ambiente y la salud de los seres vivos.

# La basura no es barata

Nivel: 10°

Contenido matemático:

- ❖ Función lineal.
  - ✓ Dominio, codominio, ámbito, imagen y notación de funciones.

Objetivo programático:

- ✓ Determinar el dominio, codominio, ámbito, imagen y preimagen de funciones.

Objetivo específico:

- ✓ Determinar imágenes, preimágenes, dominio y ámbito de una función relacionada con una situación de la vida cotidiana.

*Temas transversales*

- ❖ Cultura ambiental para el desarrollo sostenible.
- ❖ Educación para la salud.

## Contexto nacional

### ***Persisten las dificultades para el manejo de residuos sólidos***

Las municipalidades tienen la responsabilidad de manejar los residuos sólidos, pero enfrentan importantes barreras administrativas y políticas para cumplir con ese mandato. La escasa rentabilidad política del manejo de desechos hace que otros proyectos (como obras de infraestructura) obtengan mayor respaldo que la adquisición de camiones para recolección discriminada o la construcción de centros de acopio. Aunque la mayoría de las municipalidades de la Gran Área Metropolitana (GAM) ha logrado controlar de manera parcial la problemática del manejo de residuos sólidos, algunas, como las de Tibás y La Unión, recientemente han debido encarar serios problemas administrativos y políticos para la oportuna recolección de estos materiales.

Una de las principales razones que plantea el sector municipal para no recolectar oportunamente los residuos sólidos o no darles el tratamiento apropiado es la falta de recursos económicos. Existe jurisprudencia que obliga a los ayuntamientos a cumplir con sus funciones ambientales y la Ley General de Salud compele a los ciudadanos a contribuir solidariamente con el pago por este concepto. Por ello llama la atención que las municipalidades, a pesar de contar con herramientas legales y administrativas, mantengan tarifas muy por debajo de los puntos de equilibrio, lo cual hace dudar sobre los criterios utilizados para su fijación y limita las posibilidades de inversión y

adopción de tecnologías más eficientes (Soto, 2006).

Si se lograra recolectar, transportar y disponer adecuadamente de todos los residuos sólidos del país, el costo que los costarricenses tendrían que asumir bajo el esquema actual, ascendería a 59 millones de dólares anuales, equivalentes a 15 dólares por habitante por año. Aunque esta cifra no parece tan alta, la mayor parte de las municipalidades no cuenta con tarifas de recolección de basura acordes con el costo real del servicio (E: Zumbado, 2006). En términos generales los ayuntamientos no logran recuperar los costos por el manejo de los desechos; la mayoría aún calcula sus tarifas considerando únicamente la longitud del frente de las propiedades y en ningún caso se realiza el cobro en función de la cantidad de materiales recolectados. La subvención del servicio de recolección con ingresos de otras fuentes (impuesto de bienes inmuebles, timbres fiscales, etc.) ha sido la fórmula aplicada para hacer frente a esta situación (Soto, 2006).

Además de que las tarifas no reflejan el costo real de los servicios de recolección, muchos municipios enfrentan problemas de morosidad. La Municipalidad de Limón recaudó en el 2004 unos 72 millones de colones menos de los que necesitaba para recolectar la basura, y la de Siquirres tuvo un faltante de 28 millones de colones. A nivel nacional se calcula que, durante el mismo año, las municipalidades dejaron de recaudar 30 500 millones de colones, que representan el 40% de sus ingresos proyectados (Soto, 2006).

*Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*

## Propuesta de abordaje

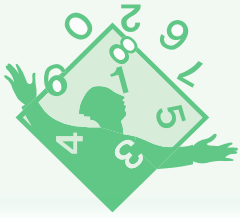
Las funciones son representaciones matemáticas de situaciones. Con ellas podemos establecer relaciones y obtener conclusiones sobre la situación que se está representando.

Con la información que proporciona el *Duodécimo Informe Estado de la Nación*, se hace un estudio de una función que describe el costo real, en dólares por habitante por año, del manejo de los residuos sólidos. Cabe mencionar que se trabaja con variables discretas, por lo que se debe tener cuidado en el análisis

de los datos. Además se trata de analizar el gráfico de la función, desde la perspectiva matemática, aunque el objetivo programático no lo incluye.

A continuación se presentan algunos ejercicios sobre el tema de funciones, que se pueden resolver individualmente o en grupo; en todo caso, lo esencial es la reflexión, que las y los estudiantes repiensen y se compartan los procesos seguidos para la solución de los ejercicios; además de discutir las otras preguntas planteadas.





## Hoja de trabajo

### La basura no es barata

Responda individualmente las preguntas que se le plantean a continuación. Justifique cada una de sus respuestas.

- 1) La función lineal  $f(x) = 15x$  describe el costo real en dólares por habitante por año, del servicio de recolección, transporte y disposición adecuada de todos los residuos sólidos, donde "x" es la cantidad de personas. Determine:
  - a) ¿Cuánto debe pagar su familia?
  - b) ¿Con \$ 90, cuántas personas pagan el servicio?
  - c) ¿Cuál es la variable dependiente?
  - d) ¿Cuál es la variable independiente?
  - e) ¿Cuál es el dominio de esta función?
  - f) ¿Cuál es el ámbito de esta función?
  - g) ¿La gráfica de esta función es creciente o decreciente?
  - h) ¿Es biyectiva esta función?
- 2) ¿Tiene la recolección de desechos sólidos una relación directa con la salud de la población? Justifique.
- 3) ¿Cómo pueden los habitantes de una determinada localidad colaborar con la recolección y tratamiento adecuado de la basura?



# Unidad 5

## Fortalecimiento de la democracia

Este capítulo que se aborda en los *Informes Estado de la Nación* valora la contribución que la democracia –sus instituciones y ciudadanos- hace al desarrollo humano. En este sentido, se considera la democracia no solo como un régimen político, sino como un sistema de organizar y ejercitar el poder en una sociedad y, por tanto, como una forma de convivencia social. En tanto modalidad de organización y de ejercicio del poder se espera que, frente a otras formas, cumpla con un conjunto de características específicas: las autoridades son electas libremente, el poder está sujeto al imperio de la ley y la organización y ejercicio del poder son respetuosos de y consistentes con los derechos y la dignidad de las personas.

La valoración que se realiza en los Informes sobre cómo contribuye el desempeño de la

democracia al desarrollo humano de Costa Rica se centra en siete aspiraciones, que incluyen los siguientes temas: sistema electoral y partidos políticos, democracia participativa, administración de la justicia, gestión y representación política responsables, participación y rendición de cuentas, convivencia ciudadana y política exterior.

Para el planteamiento de esta unidad se seleccionaron los siguientes temas:

- *Aspiraciones ciudadanas sobre la democracia en Costa Rica.*
- *Características del sistema electoral costarricense.*
- *Participación política de las mujeres.*
- *Administración de la justicia*

<b>Nombre del ejercicio</b>	<b>Número de página</b>	<b>Nivel en que se sugiere la aplicación</b>	<b>Unidad de estudio</b>	<b>Contenido del programa de estudios</b>
Los gráficos, amos de la información organizada	190	8°	Estadística	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Gráfico de bastones, gráfico de barras y gráfico circular para variables discretas.</li> <li>• Interpretación de la información brindada por tablas de frecuencia y gráficos estadísticos.</li> </ul>
Los números enteros: reflejo de una realidad	197	7°	Números enteros	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemas relacionados con el entorno, en donde se apliquen operaciones con números enteros.</li> </ul>
Política, género y ecuaciones	203	8°	Álgebra	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemas que involucran, en su solución, una ecuación de primer grado con una incógnita.</li> </ul>
Política, género y estadística	208	8°	Estadística	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Medidas de tendencia central: la media aritmética, la mediana y la moda.</li> </ul>
¡Qué valor tiene la volatilidad!	213	8°	Álgebra	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemas que involucran, en su solución, el valor numérico de una expresión algebraica.</li> </ul>
¡Interpretemos la volatilidad y hablemos con la verdad!	220	8°	Estadística	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretación de la información brindada por tablas de frecuencia y gráficos estadísticos.</li> </ul>
Las funciones contributivas en los partidos políticos	225	10°	Funciones: Conceptos generales	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Concepto de relación, variables dependientes, variables independientes, concepto de función, dominio, codominio, ámbito y preimagen de funciones.</li> </ul>

# Los gráficos, amos de la información organizada

## Nivel: 8º

### Contenido matemático:

❖ Estadística

- ✓ Gráfico de bastones, gráfico de barras y gráfico circular para variables discretas.
- ✓ Interpretación de la información brindada por tablas de frecuencia y gráficos estadísticos.

### Objetivos programáticos:

- ✓ Representar gráficamente la información tabulada en una tabla de frecuencias.
- ✓ Interpretar la información que proporcionan las distribuciones de frecuencia y los gráficos estadísticos correspondientes a variables discretas.

### Objetivos específicos:

- ✓ Utilizar gráficos de barras y circulares para representar la información tabulada en una tabla de frecuencias.
- ✓ Interpretar la información que proporcionan datos estadísticos.

### Tema transversal

- ❖ Vivencia de los derechos humanos para la democracia y la paz.

## Contexto nacional

### *Aspiraciones ciudadanas sobre la democracia en Costa Rica*

El análisis de la contribución que el sistema democrático hace al desarrollo humano en Costa Rica parte del concepto de calidad de la democracia, que se refiere al grado en que la convivencia política se aproxima a las aspiraciones ciudadanas sobre el diseño y funcionamiento de su sistema político. En este sentido, las aspiraciones que sirven como marco de referencia para la investigación que realiza el Programa Estado de la Nación en cuanto a este tema son las siguientes:

**Sistema electoral y partidos políticos:** El sistema electoral garantiza el ejercicio de un voto libre, informado y respetuoso de los derechos civiles y políticos de todas las personas. Crea las más amplias oportunidades de participación ciudadana en los procesos de deliberación y escogencia de los representantes políticos y garantiza resultados electorales que responden fielmente a las preferencias ciudadanas. Existen y se aplican mecanismos eficaces de control sobre el financiamiento político a los partidos, que fomentan la honestidad y la independencia de los líderes políticos y sancionan los hechos delictivos. Existen y se aplican mecanismos eficaces de control sobre el cumplimiento de las normas democráticas internas de los partidos para la escogencia de sus candidatos y candidatas.

**Democracia participativa:** La Constitución Política y la legislación, como complemento de la democracia representativa, garantizan mecanismos de democracia directa y semidirecta en los ámbitos nacional y local. La ciudadanía participa activamente en consultas populares que promueven espacios

plurales de deliberación pública, cuyos resultados reflejan la voluntad de las mayorías.

**Administración de la justicia:** Un sistema de administración de la justicia autónomo y abierto al escrutinio público protege los derechos de la población, especialmente el derecho a la debida defensa, y combate eficazmente cualquier forma de discriminación contraria a la Constitución; garantiza la aplicación de una justicia pronta, cumplida e igual para todas las personas, impone las sanciones correspondientes y repara los daños.

**Gestión y representación política responsables:** La aprobación y ejecución de leyes y políticas públicas, nacionales y locales, se realiza mediante la aplicación de las normas democráticas y el ejercicio de la representación política responsable de los intereses ciudadanos. Estas leyes y políticas garantizan la separación y el control recíproco entre los poderes del Estado, amplían las oportunidades de la ciudadanía para proteger sus derechos y crean nuevas oportunidades para mejorar las condiciones de habilitación ciudadana de la población. En particular, el Poder Ejecutivo organiza y conduce la administración del Estado y ejerce iniciativa ante el Poder Legislativo para impulsar sus prioridades, con apego a la Constitución Política. El Poder Legislativo ejerce un control político oportuno y eficaz, rinde cuentas a sus electores, aprueba leyes que promueven el desarrollo humano, y su organización interna respeta los derechos de las mayorías y minorías.

**Participación y rendición de cuentas:** Las instituciones públicas ofrecen amplias y cada vez más eficaces oportunidades de participación a las y los ciudadanos en la discusión, formulación, ejecución y evaluación de las políticas

públicas. Los representantes políticos y los funcionarios públicos rinden cuentas de manera veraz, completa, oportuna y responsable, y respetan la dignidad de las personas en un marco legal y administrativo que garantiza la máxima transparencia de la gestión pública y la efectiva protección de los derechos y libertades civiles y políticos de la población.

**Convivencia ciudadana:** La convivencia ciudadana respeta los derechos y la dignidad de las personas (nacionales y extranjeras). Las y los ciudadanos tienen una fuerte creencia en la democracia y participan activamente en la formación de una opinión pública pluralista, que realiza un escrutinio eficaz y permanente de los asuntos públicos. Los ciudadanos ejer-

cen eficazmente su derecho a la libre organización mediante la creación de múltiples y activas organizaciones de la sociedad civil y hacen uso efectivo de las oportunidades para participar en la gestión pública.

**Política exterior:** La política exterior promueve valores y temas acordes con la vivencia democrática de país; es un factor activo y eficaz en el plano internacional para la promoción y tutela de los derechos humanos, el desarrollo humano y la paz. Es un instrumento efectivo y activo para la protección y tutela de los intereses nacionales, expresados en la necesidad de supervivencia económica y progreso material.

*Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*

## Glosario

**Abierto al escrutinio público.** Acciones o documentos públicos que están disponibles para que sean inspeccionados o fiscalizados por cualquier persona o institución.

**Calidad de la democracia.** Grado de apego o cercanía de un régimen político a las aspiraciones democráticas de sus ciudadanos y ciudadanas, de tal modo que en ese régimen la ciudadanía pueda tener acceso libre, reiterado e informado a los procesos de toma de decisión, así como organizarse y expresarse en libertad.

**Carga tributaria.** Peso total de los impuestos respecto al valor de la producción nacional.

**Justicia pronta y cumplida.** Aplicación de las leyes por parte del Poder Judicial de manera pronta, eficaz e igual para todas las personas.

**Sistema de administración de justicia autónomo.** Es el sistema que administra la aplicación de las leyes de manera equitativa y transparente para todas las personas, de modo independiente, ajeno a cualquier tipo de presión externa.

**Tutela.** Defensa o amparo de las personas y sus derechos.

## Propuesta de abordaje

El análisis crítico que puedan hacer los estudiantes sobre la democracia de la que nos enorgullecemos las y los costarricenses, podría ayudar a que esta se fortalezca aún más.

En la "Hoja de trabajo" se incluye un cuadro que muestra la evolución de algunas variables que reflejan la calidad de nuestra democracia durante los años 2000 a 2005.

Para realizar este ejercicio se recomienda organizar a los estudiantes en grupos. Cada grupo decidirá con cuál de los indicadores políticos -que se presentan en el cuadro- trabajará. Deberán elegir, según su criterio, el indicador que mejor responda a las preguntas que se les formulan. Una vez seleccionado el indicador, deben construir un gráfico estadístico, acorde con los datos proporcionados, así como analizar y discutir los planteamientos expuestos.

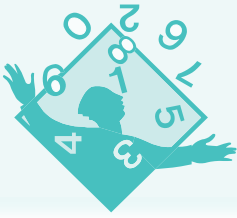
A continuación se llevará a cabo una plenaria en la que los grupos mostrarán sus gráficos y las respuestas a las interrogantes. Debido a que probable-

mente varios grupos habrán elegido un mismo indicador, se recomienda que en la plenaria participen en conjunto todos los estudiantes que lo hayan trabajado. Esto enriquecerá el análisis del indicador seleccionado, al tiempo que el docente tendrá la oportunidad de hacer las observaciones que correspondan a los gráficos presentados y enriquecer la discusión grupal con aportes basados en el apartado "Contexto nacional: Aspiraciones ciudadanas sobre la democracia en Costa Rica". El tener que elegir un indicador entre todos los que se presentan, para luego responder a las preguntas planteadas, estimula en las y los alumnos una mayor discusión, a la vez que fortalece la capacidad de elección, originalidad, reflexión y participación.

Una vez que todos los grupos hallan hecho su presentación se pueden hacer planteamientos tales como:

*De acuerdo, con los datos del cuadro que hemos analizado, ¿qué aspectos reflejan deficiencia en nuestro desarrollo democrático?*





## Hoja de trabajo

### Los gráficos, amos de la información organizada

En el cuadro 5.1 se observa la evolución que han tenido algunas variables<sup>1</sup> que reflejan la calidad de nuestra democracia. Para simplificar el estudio solo se han incluido tres variables: convivencia ciudadana, participación ciudadana y rendición de cuentas y administración de la justicia. Cada una de estas variables está compuesta por una serie de indicadores políticos que la describen.

Observen la evolución que ha tenido cada uno de los indicadores de las variables descritas y cómo cambiaron entre los años 2000 y 2005.

El grupo debe elegir uno de los indicadores políticos de cualquiera de las tres variables y construir un gráfico (de barras o circular) con los datos que proporciona el cuadro, de manera que se refleje su evolución durante los seis años del período considerado. Una vez construido el gráfico, deberán analizar y contestar las preguntas que se hacen; se les recomienda elegir el indicador que, según criterio del grupo, mejor responde a los cuestionamientos que se plantean.

Construyan el gráfico que se solicitó. Luego, de acuerdo con los datos que se presentan, analicen y respondan los siguientes planteamientos según el indicador elegido por el grupo:

- 1) ¿Por qué eligieron analizar este indicador?
- 2) Según los datos del indicador seleccionado, ¿se observa un fortalecimiento del sistema democrático del país? Justifiquen.
- 3) Con base en los datos del indicador seleccionado, ¿podría pensarse que existe un peligro de perder la estabilidad social del país?, ¿por qué?
- 4) ¿Creen ustedes que podrían diseñarse estrategias para fortalecer la democracia, desde el indicador elegido? Mencionen algunas de esas estrategias. ¿Con cuál o cuáles estrategias podrían ustedes colaborar para el fortalecimiento de nuestra democracia?

<sup>1</sup> Las **variables** son agrupaciones de características o atributos, llamados **indicadores**, que nos sirven para estudiar un tema determinado. En nuestro caso, mediante el análisis de diversas variables estudiamos la calidad de la democracia en Costa Rica.



**Cuadro 5.1. Evolución de algunas variables  
e indicadores políticos. 2000-2005**

	2000	2001	2002	2003	2004	2005
<b>Convivencia ciudadana</b>						
Sindicatos activos	205	253	219	244	260	268
Número de afiliados a sindicatos	132 855	146 884	150 944	162 265	157 778	162 410
Tasa de sindicalización	9	9	10	10	10	9
Cooperativas activas	551	501	453	499	538	491
Número de afiliados a cooperativas	416 273	457 482	519 581	560 494		542 588
Asociaciones solidaristas activas	1058	1067	1074	1191	1212	1106
Número de afiliados a asociaciones solidaristas	185 342	184 998	187 548	193 480	197 312	211 415
Asociaciones de desarrollo comunal activas	1661	1866	1790	2506	2705	2754
Cámaras empresariales afiliadas a Uccaep	46	48	45	40	39	37
Asociaciones civiles inscritas en el Registro Nacional	13 094	13 999	15 386	15 926		
<b>Participación ciudadana y rendición de cuentas</b>						
Audiencias públicas en la Aresep (Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos)	61	75	118	128	79	57
Número de personas que asisten a las audiencias públicas	1300	1504	1930			876
Participación en la Oficina de Iniciativa Popular de la Asamblea Legislativa	46	69	75	81	72	60
Audiencias en comisiones legislativas	32	10	120	48	27	31
<b>Administración de la justicia</b>						
Oficinas judiciales de primera instancia						
Casos entrados	798 198	934 213	996 534	926 940	953 847	553 638
Casos entrados menos casos en tránsito	378 653	396 673	402 117	419 051	438 810	439 289
Violencia doméstica						
Casos entrados	32 643	43 929	46 012	47 086	48 073	47 396
Casos terminados	30 852	42 258	46 349	47 922	50 918	47 242
No comparecencia de la víctima	9334	11 650	15 222	15 331	10 846	9666

Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.

## Glosario

**Asociaciones civiles.** Agrupaciones de personas, sin ánimo de lucro y con personalidad jurídica plena, integradas para el cumplimiento de fines culturales, educativos, religiosos, de divulgación, deportivos, ambientales o de índole similar al objeto de fomentar entre sus socios o terceros alguna actividad social.

**Asociaciones de desarrollo comunal.** Organizaciones sociales de personas residentes en una zona determinada, que se integran para promover el desarrollo económico y social de su comunidad.

**Asociaciones solidaristas.** Organizaciones sociales que se inspiran en una actitud humana, por medio de la cual la persona se identifica con las necesidades y aspiraciones de sus semejantes, comprometiendo el aporte de sus recursos y esfuerzos para satisfacer esas necesidades y aspiraciones, de manera justa y pacífica.

**Audiencias públicas.** Sesiones a las que convoca la Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos (Aresep), con el fin de que los usuarios de los servicios públicos manifiesten sus posiciones acerca de la calidad de la prestación de los servicios, la variación de las tarifas y

precios, así como la normativa que somete a revisión esa misma Autoridad.

**Cámaras empresariales.** Agrupaciones de empresas con actividades e intereses comunes.

**Cooperativa.** Asociación autónoma de personas que se han unido voluntariamente para hacer frente a sus necesidades y aspiraciones económicas, sociales y culturales comunes, por medio de una empresa de propiedad conjunta y democráticamente controlada.

**Oficina de Iniciativa Popular.** Oficina de la Asamblea Legislativa en la que, entre otros trámites, se reciben sugerencias, propuestas y anteproyectos de ley de parte de cualquier habitante (incluyendo menores de edad).

**Oficinas judiciales de primera instancia.** Se refiere a fiscalías, juzgados y tribunales.

**Sindicatos.** Asociación de trabajadores constituida para la defensa y promoción de intereses profesionales, económicos o sociales de sus miembros.

**Tasa de sindicalización.** Cantidad de afiliados a los sindicatos en relación con la población ocupada total.



# Los números enteros: reflejo de una realidad

Nivel: 7°

Contenido  
matemático:

- ❖ Números enteros:
  - ✓ Problemas relacionados con el entorno, en los que se apliquen operaciones con números enteros.

Objetivo  
programático:

- ✓ Resolver problemas que involucran operaciones con números enteros.

Objetivo  
específico:

- ✓ Resolver problemas, relacionados con el entorno, que involucran operaciones con números enteros.

*Tema  
transversal*

- ❖ Vivencia de los derechos humanos para la democracia y la paz.

## Contexto nacional

### *Limpieza del proceso electoral 2006*

En toda sociedad democrática se aspira a que los procesos de escogencia de los representantes políticos garanticen resultados fieles a las preferencias ciudadanas. El proceso a través del cual las y los costarricenses elegimos, mediante el ejercicio del sufragio, a nuestras autoridades nacionales, legislativas y municipales en 2006, puede considerarse limpio.

No obstante, a diferencia de años anteriores, quedaron patentes deficiencias en el diseño y la gestión del proceso electoral que, si bien no alteraron los resultados, pusieron de manifiesto problemas en la calidad de los mecanismos de selección de las y los representantes políticos y dejaron al descubierto importantes vulnerabilidades del sistema que son un desafío urgente de resolver para el Tribunal Supremo de Elecciones (TSE): no se contó con los miembros de mesa requeridos para ofrecer garantías suficientes de transparencia; tampoco hubo la capacitación necesaria para reducir al mínimo los errores. La mayoría de las inconsistencias reportadas en las juntas receptoras de votos, tales como errores en cálculos aritméticos, documentación empacada en sacos equivocados, formularios y actas mezclados, y material no incluido en los sacos al analizar el escrutinio, obedeció a la falta de capacitación. Esta situación fue la base para que, por primera vez desde 1966, un partido político cuestionara la pureza del resultado, lo que a su vez abrió un debate público inédito sobre esta materia y sentó un precedente para futuras elecciones.

Producto de las dificultades apuntadas, durante el conteo manual para la elección presidencial, los partidos políticos

plantearon al TSE 696 demandas de nulidad. Del total de impugnaciones, 681 fueron presentadas por el Partido Acción Ciudadana (PAC) y las 15 restantes por otros partidos. Las agrupaciones adujeron principalmente extravío de papeletas sobrantes, faltantes de padrones de registro y ausencia de las actas con el conteo de los votos. No obstante, tras el inicio del conteo manual para la designación de diputados y regidores municipales apareció la mayor parte del material faltante, sin que esto alterara los resultados. Por tal motivo, todas las impugnaciones fueron rechazadas por el Tribunal Supremo de Elecciones.

Otra de las debilidades detectadas en materia de organización se refiere a las diferencias en los resultados de las elecciones presidenciales y las legislativas. En procesos de elección



simultánea como el que se realiza en Costa Rica, no debiera ocurrir, por ejemplo, que se contabilicen más votos en la elección presidencial que en la legislativa. El número de votos en ambos casos debe ser exactamente el mismo (Hernández y Garro, 2006). En términos generales, tanto en las elecciones del 2002 como en las del 2006 en la inmensa mayoría de las mesas (por encima del 90%) no hubo discrepancias en el conteo de votos. Sin embargo, en casi una de cada diez mesas hubo alguna diferencia. La cantidad de juntas con inconsistencias aumentó levemente en 2006 en relación con el 2002, así como la disparidad en el número de votos. En una contienda tan cerrada como la

que se dio en 2006, estos márgenes podrían ser relevantes para el resultado electoral y determinantes para la asignación de curules legislativas, por lo que estas discrepancias debieran minimizarse.

En términos generales puede decirse que las actuaciones del organismo electoral han estado ajustadas al criterio de legalidad. Con las evidencias existentes hasta ahora, no cabe duda de que el desenlace de las elecciones del 2006 reflejó la voluntad popular.

*Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*

## Glosario

**Candidatura.** Postulación de una o varias personas para ocupar un puesto que se designa por medio de la elección popular.

**Discrepancias negativas.** Se dan cuando se contabilizan más votos para diputados que para presidente en una junta receptora de votos.

**Discrepancias positivas.** Se dan cuando se contabilizan más votos para presidente que para diputados en una junta receptora de votos.

**Juntas receptoras de votos.** Están integradas por un conjunto de personas

que, el día de las elecciones, tienen a su cargo recibir el voto de los electores; escrutar los votos recibidos y computar los emitidos en favor de cada partido; enviar a la Junta Cantonal o entregar a los delegados que el Tribunal Supremo de Elecciones designe, la documentación electoral y el material sobrante, una vez cerrada el acta final de votación.

**Miembros de mesa.** Cada una de las personas que integran las juntas receptoras de votos.

## Propuesta de abordaje

Este ejercicio permite que las y los estudiantes visualicen la utilidad de las operaciones con números enteros, a través de un tema tan importante en nuestra vida democrática como la elección de las autoridades de los poderes Ejecutivo y Legislativo. Al mismo tiempo, los invita a analizar y hacer planteamientos sobre los procesos de conteo de votos que se realizan actualmente en Costa Rica.

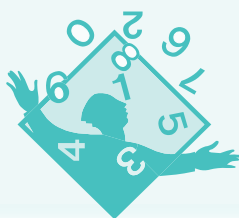
El o la docente puede orientar la discusión en torno a la transparencia en el conteo de votos, importante para asegurar el respeto a la voluntad del pueblo y la estabilidad democrática y política de un país. Para ello puede consultar el apartado "Contexto nacional: Limpieza del proceso electoral 2006". Este tema también permite un enfoque interdisciplinario, pues el docente de Cívica o Estudios Sociales puede analizarlo

comparativamente con otros procesos que se realizan en países vecinos o lejanos.

El docente puede aprovechar el cuadro que se presenta en la "Hoja de trabajo" para hacer énfasis en la diferencia de votos contabilizados entre la elección para presidente y la elección para diputados, con los números enteros negativos y los números enteros positivos. El cuadro no muestra votos sobrantes ni faltantes sino la discrepancia que se presentó al contabilizar los votos para la elección de presidente y los votos para la elección de los diputados, considerando que en nuestro país se lleva a cabo un proceso de elección simultánea.

El ejercicio puede trabajarse en forma individual o en grupos y concluir con una puesta en común en la que participen todos los estudiantes.





## Hoja de trabajo

### Los números enteros: reflejo de una realidad

La democracia de la que disfrutamos y nos enorgullecemos las y los costarricenses, es el resultado de conquistas sociales y políticas de las generaciones que nos antecedieron. Es nuestro deber conservar la paz que vivimos y participar en el proceso electoral que tenemos cada cuatro años.

La falta de capacitación de las personas que participan en las juntas receptoras de votos y la escasez de costarricenses que quieran colaborar en estos puestos, hace que el conteo de votos muchas veces presente discrepancias que, aunque son mínimas, deben evitarse.

Observe y analice el siguiente cuadro, en el que se presentan discrepancias en el conteo de votos de las dos últimas elecciones. Las discrepancias negativas se dan cuando se contabilizan más votos para diputados que para presidente en una junta receptora de votos. Las discrepancias positivas se dan cuando se contabilizan más votos para presidente que para diputados en una junta receptora de votos. La columna **cantidad** hace referencia al número de juntas receptoras de votos.

**Cuadro 5.2. Discrepancias en el conteo de votos entre las elecciones para presidente y diputados, por junta receptora de votos. 2002 y 2006**

Discrepancias	2002		2006	
	Cantidad de juntas	Porcentaje	Cantidad de juntas	Porcentaje
De -150 votos a -200	0	0,00	2	0,03
De -100 votos a -149	0	0,00	1	0,02
De -50 votos a -99	0	0,00	1	0,02
De -10 votos a -19	3	0,04	4	0,06
De -5 votos a -9	8	0,12	2	0,03
De -1 voto a -4 votos	181	2,71	307	4,98
Ningún voto de diferencia	6192	92,68	5586	90,64
De 1 voto a 4 votos	292	4,37	252	4,09
De 5 votos a 9	5	0,07	5	0,08
De 10 votos a 19	0	0,00	1	0,02
De 100 votos a 149	0	0,00	1	0,02
De 150 votos a 200	0	0,00	1	0,02
Total	6681	100,00	6163	100,00

Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.

De acuerdo con las cifras del cuadro:

- 1) En el año 2002, ¿en cuántas juntas receptoras de votos hubo discrepancias negativas en el conteo de votos? ¿Y en el 2006?
- 2) En el 2002, ¿en cuántas juntas receptoras de votos se reportaron discrepancias positivas? ¿Y en el año 2006?
- 3) ¿Es común que se den esas diferencias entre el número de votos emitidos y el número de votos reportados?
- 4) De acuerdo con las respuestas anteriores y tomando en cuenta que la cantidad total de juntas receptoras es diferente en ambos años, ¿se incrementó o disminuyó el porcentaje de juntas receptoras en las que hubo errores de conteo de votos?
- 5) Si usted llegara a ser miembro de una junta receptora de votos, ¿qué medidas tomaría para que no se den discrepancias en el conteo de votos?
- 6) ¿Cuáles podrían ser algunas de las causas de las discrepancias que se presentan en el conteo de votos de la elección para presidente en relación con la elección de diputados en un proceso electoral simultáneo?
- 7) Analice los datos por separado en cada uno de los años. ¿Hay más discrepancias negativas que positivas? ¿Cuál es la diferencia?
- 8) Según su criterio, ¿el uso de números enteros negativos y positivos es una herramienta que simplifica la presentación de la información que se da en un cuadro como el que analizó? ¿Por qué?

## Glosario

**Candidatura.** Postulación de una o varias personas para ocupar un puesto que se designa por medio de la elección popular.

**Discrepancias negativas.** Se dan cuando se contabilizan más votos para diputados que para presidente en una junta receptora de votos.

**Discrepancias positivas.** Se dan cuando se contabilizan más votos para presidente que para diputados en una junta receptora de votos.

**Juntas receptoras de votos.** Están integradas por un conjunto de personas que, el día de las elecciones, tienen

a su cargo recibir el voto de los electores; escrutar los votos recibidos y computar los emitidos en favor de cada partido; enviar a la Junta Cantonal o entregar a los delegados que el Tribunal Supremo de Elecciones designe, la documentación electoral y el material sobrante, una vez cerrada el acta final de votación.

**Miembros de mesa.** Cada una de las personas que integran las juntas receptoras de votos.

**Proceso electoral simultáneo.** Es aquel mediante el cual se elige tanto al presidente como a los diputados y diputadas.



# Política, género y ecuaciones

Nivel: 8°

Contenido matemático:

❖ Álgebra:

- ✓ Problemas que involucran, en su solución, una ecuación de primer grado con una incógnita.

Objetivo programático:

- ✓ Resolver problemas de situaciones, hechos y fenómenos de la cultura cotidiana, con ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Objetivo específico:

- ✓ Resolver problemas de situaciones del entorno, que involucran en su solución ecuaciones de primer grado con una incógnita.

*Temas transversales*

- ❖ Educación integral de la sexualidad.
- ❖ Vivencia de los derechos humanos para la democracia y la paz.

## Contexto nacional

### **Más cargos elegibles y más oferta electoral**

Tal como se señaló en el *Noveno Informe Estado de la Nación*, el sistema político costarricense ha ampliado las oportunidades para que las y los ciudadanos ejerzan su derecho a elegir y ser electos. Lo anterior ha sido producto tanto de reformas legales como de incrementos en la oferta política. El Código Municipal de 1998 aumentó de manera significativa la base de funcionarios designados por voto popular, al disponer que las elecciones de una parte de las autoridades municipales (alcaldes y síndicos) se efectúen en forma separada del proceso eleccionario que se realiza en el mes de febrero, cada cuatro años. Además, el número de partidos que participan en las elecciones en los niveles nacional, provincial y cantonal muestra un crecimiento importante, particularmente en las dos últimas campañas (2002 y 2006). Sin embargo, a pesar de la creación de más

oportunidades y de una mayor oferta partidaria, la participación político-electoral de las y los costarricenses continúa disminuyendo.

En el proceso electoral del 2006 se eligió un total de 1066 cargos públicos (un presidente, dos vicepresidentes, 57 diputados, 503 regidores propietarios y 503 regidores suplentes). Para el conjunto de puestos en disputa se inscribieron 11 996 candidaturas. En materia de equidad de género sobresalen dos hechos relevantes: las mujeres ocuparon el 51% de las candidaturas y en todos los tipos de cargos, el porcentaje de mujeres aspirantes sobrepasó el 40%, excepto en el caso de la Presidencia de la República, cargo al que ninguna mujer aspiró. En comparación con las elecciones de 2002, se inscribieron 144 y 1816 candidatos y candidatas más a la Asamblea Legislativa y a las municipalidades, respectivamente (Alfaro, 2006).

*Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*



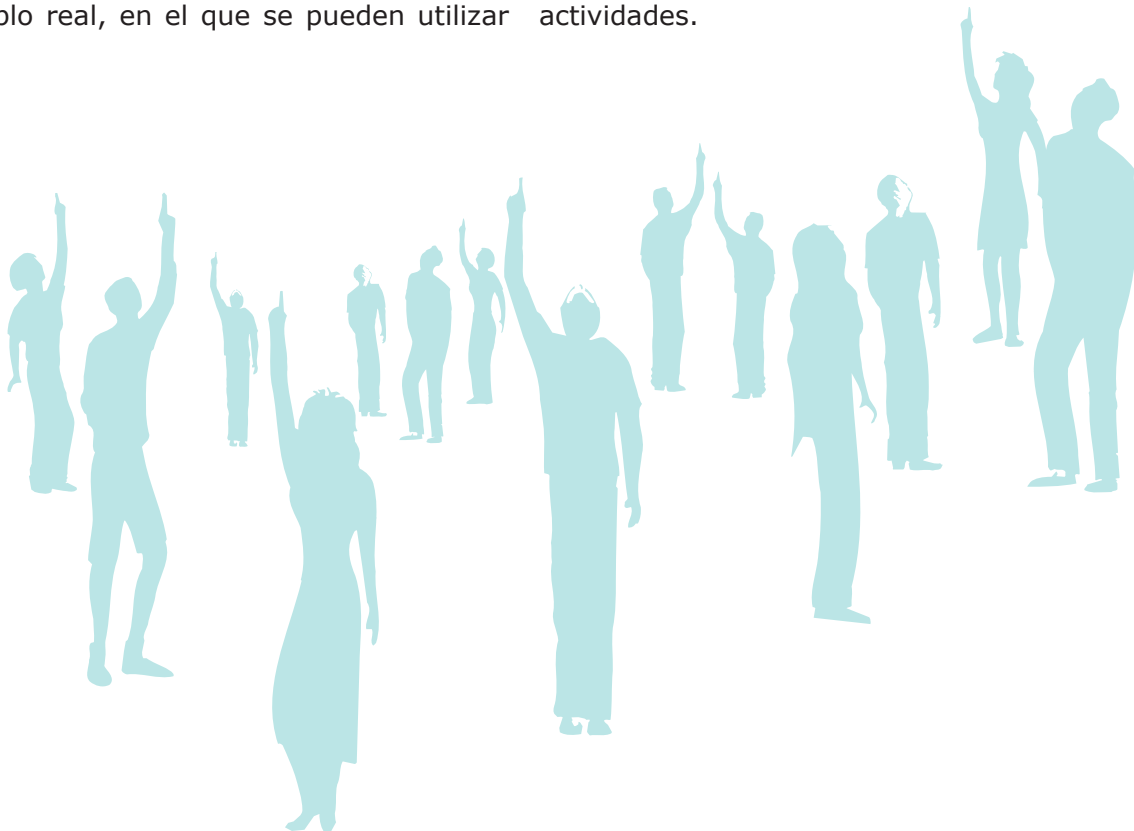
## Propuesta de abordaje

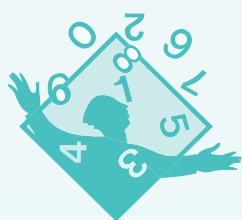
Las ecuaciones, como igualdades entre expresiones algebraicas, son de distintos tipos. En este ejercicio se aplicarán las ecuaciones lineales. Se pretende que las y los estudiantes visualicen la aplicación de las ecuaciones lineales en temas relacionados con el desarrollo humano sostenible en Costa Rica, usando el lenguaje matemático para expresar situaciones que se modelan.

En el presente ejercicio se ha tomado como material de base un cuadro con información de las candidaturas, según sexo y tipo de cargo, en las elecciones del año 2006. Los estudiantes aplicarán ecuaciones lineales para identificar relaciones en diferentes tipos de cargos políticos, desde la perspectiva de género. Además de ofrecer un ejemplo real, en el que se pueden utilizar

las ecuaciones lineales, la información permite reflexionar sobre la igualdad de oportunidades entre los géneros. Este tipo de aplicaciones no solo reafirma el conocimiento matemático, sino que hace posible un análisis desde el tema de los derechos humanos para la democracia y la paz en Costa Rica y la educación integral de la sexualidad, temas críticos que puede(n) permitir a las y los adolescentes visualizar sus intereses políticos futuros.

Se recomienda al docente realizar previamente la lectura del apartado "Contexto nacional: Más cargos elegibles y más oferta electoral", a fin de introducir el tema, complementar, contrastar o ampliar los aportes brindados por el estudiantado tras la realización de las actividades.





## Hoja de trabajo

### Política, género y ecuaciones

A menudo escuchamos y leemos en los medios de comunicación comentarios y noticias sobre equidad, solidaridad y respeto a la diversidad de género. Se exponen, sobre todo, opiniones sobre la presencia de la mujer en distintas instancias políticas, para lo cual incluso se han promulgado leyes que definen porcentajes de participación femenina en el nombramiento de diversos puestos. Ciertamente la participación de las mujeres en el ámbito político se ha ido incrementando en los últimos años. Esto lo refleja el cuadro que se presenta a continuación, que muestra las candidaturas para distintos cargos, que se dieron en las elecciones del 2006.

En el cuadro falta información que puede ser completada de distintas maneras. Una de ellas es haciendo uso de las ecuaciones de primer grado con una incógnita, también llamadas ecuaciones lineales.

En este ejercicio usted debe completar la información que falta en el cuadro, planteando y resolviendo ecuaciones lineales. Esto no solo facilitará la comprensión del tema, sino que le permitirá acercarse a temas trascendentales de la vida nacional, a través de las Matemáticas.

Analice el siguiente cuadro y luego responda las preguntas que se le plantean.

**Cuadro 5.3. Candidaturas según sexo y tipo de cargo. 2006**

Tipo de cargo	Hombres	%	Mujeres	%	Total
Presidencia	14	100	0	0	14
Primera Vicepresidencia	4	30,8		69,2	
Segunda Vicepresidencia	7	53,8	6	46,2	13
Diputados(as)	573		594		1167
Regidores(as)		48,8		51,2	10 789
Total	5868	48,9	6128	51,1	

Fuente: Tribunal Supremo de Elecciones.

- 1) Plantee una ecuación para determinar el número de candidatas a la Primera Vicepresidencia de la República. ¿Cuántas mujeres participaron? ¿Qué opina usted sobre esta cifra?
- 2) Plantee una ecuación para determinar qué porcentaje del total de candidatos a diputados eran hombres. ¿Cuál es ese porcentaje?
- 3) Plantee dos ecuaciones, una que le permita determinar el número

- de hombres y otra que le permita determinar el número de mujeres que participaron como candidatos para regidores y regidoras. Aproximadamente, ¿cuántos hombres y cuántas mujeres participaron?
- 4) Si estuviera en sus manos elegir a los y las candidatas para regidores y regidoras de su comunidad, ¿en qué porcentaje escogería cada género? ¿Por qué?
  - 5) Según su opinión, ¿cuáles podrían ser algunos motivos por los cuales hay más mujeres que hombres compitiendo por cargos políticos?
  - 6) ¿Cree usted que en Costa Rica existe igualdad de oportunidades, según género, en la participación política? ¿Por qué?
  - 7) ¿Considera usted que una mayor representación femenina en los cargos políticos beneficia al país? ¿Por qué?
  - 8) Si usted tuviera la oportunidad de desempeñar un cargo político, ¿cuál puesto le gustaría ocupar?, ¿cuáles cambios se propondría hacer desde esa posición?, ¿por qué?

## Glosario

**Candidatura.** Postulación de una o varias personas para ocupar un puesto que se designa por medio de la elección popular.



# Política, género y estadística

Nivel: 8°

Contenido matemático:

- ❖ Estadística:
  - ✓ Medidas de tendencia central: media aritmética, mediana y moda.

Objetivo programático:

- ✓ Analizar los datos que suministran la media aritmética, la moda y la mediana, para variables discretas.

Objetivos específicos:

- ✓ Determinar las medidas de tendencia central de un conjunto de datos.
- ✓ Analizar e interpretar la información que suministran las medidas de tendencia central.

*Temas transversales*

- ❖ Educación integral de la sexualidad.
- ❖ Vivencia de los derechos humanos para la democracia y la paz.

## Contexto nacional

### Participación política de las mujeres en Costa Rica

La entrada en vigencia de la Ley de Promoción de la Igualdad Social de la Mujer, en 1990, trajo consigo modificaciones en el sistema electoral costarricense en lo que se refiere a derechos políticos y el ejercicio de cargos públicos por parte de las mujeres, así como en el nombramiento de un porcentaje significativo de estas en cargos públicos.

La citada ley estableció la obligación de que los partidos políticos incluyan en sus estatutos mecanismos que garanticen la participación efectiva de la mujer en los procesos electorarios internos, así como instrumentos que aseguren el nombramiento de un porcentaje significativo de representantes femeninas en cargos públicos. Un análisis retrospectivo de las catorce últimas elecciones permite concluir que las mujeres han ocupado alrededor del 11,4% de los escaños legislativos, tomando en cuenta todo el período de estudio. En las elecciones de la década de los setenta, las diputadas elegidas no superaron el 8% del total. En los años ochenta y noventa aumentó, pero siguió siendo bajo (10% y 16,4% respectivamente); en el 2002 subió a 35% y en el 2006 a 37%.

Este marco jurídico permitió que se fuera ampliando de manera progresiva la representación femenina. En las elecciones de 1998 los partidos Liberación Nacional y Unidad Social Cristiana aumentaron el porcentaje de candidatas inscritas (40,4% y 45,6%), aunque finalmente los puestos elegibles ocupados por mujeres representaron un 29% en Liberación y un 12,5% en la Unidad Social Cristiana (Ramírez, 2004).

Debido a la presión ejercida por diversos sectores, en particular por el movimiento

de las mujeres, el Tribunal Supremo de Elecciones (TSE) impuso a los partidos políticos la obligación de modificar sus estatutos, para adecuarlos a la reforma al Código Electoral aprobada en 1996, de manera que el 40% de participación femenina en las papeletas diputadiles y municipales se diera obligatoriamente en puestos elegibles. Para garantizar el cumplimiento de este mandato, definió que el Registro Civil solo acreditaría las reformas a los estatutos y las actas de las asambleas de los partidos cuando a partir de estas, o de los informes de los delegados del TSE, se determinara que se acató la disposición. Además el Tribunal se reservó el derecho de fiscalizar, por medio de los diferentes mecanismos legales a su alcance, el efectivo cumplimiento de la medida (sentencia 1863, de 23 de setiembre de 1999).

Nótese que este proceso, iniciado en 1989, si bien ha sido lento y ha pasado por diversas etapas en cuanto a su reconocimiento y efectiva garantía, permitió que para las elecciones del 2006 la participación femenina aumentara considerablemente con respecto a 1990. Así, de 7 diputadas en 1990, se pasó a 21 mujeres que ocupan curules legislativas en la actualidad

En el proceso electoral del 2006 se eligió un total de 1066 cargos públicos. Para el conjunto de puestos en disputa se inscribieron 11 996 candidaturas. En materia de equidad de género sobresalen dos hechos relevantes: las mujeres ocuparon el 51% de las candidaturas y en todos los tipos de cargos, el porcentaje de mujeres aspirantes sobrepasó el 40%, excepto en el caso de la Presidencia de la República, cargo al que ninguna mujer aspiró (Alfaro, 2006).

*Fuente: Décimo Informe Estado de la Nación, 2004; Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006; Tribunal Supremo de Elecciones.*

## Propuesta de abordaje

Sin lugar a dudas, referirse a Estadística es hablar de organización, simplificación, control de la información. Para trabajar con un problema concreto, se ha tomado el cuadro que se presenta en el ejercicio y que muestra las candidaturas a la Asamblea Legislativa, según partido político y género, en las elecciones de 2006. Con esta información, las y los alumnos no solo van a calcular medidas de tendencia central, sino que además analizarán e interpretarán los datos suministrados, lo que les permitirá una mejor comprensión del concepto de medida de tendencia central.

Por otro lado, la formulación de conjeturas respecto a la información que proporcionan las medidas de tendencia central, facilita el desarrollo de las capacidades de análisis crítico, reflexión y evaluación, en contextos reales y cercanos a la vida del estudiante.

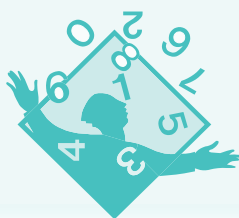
Un tema como el que se trabaja aquí, y que versa sobre la participación de la mujer en el ámbito político, es conocido por el estudiantado, pero no con el detalle que se presenta. El ejercicio,



entonces, ampliará aún más su conocimiento.

Se recomienda al docente realizar previamente la lectura del apartado "Contexto nacional: Participación política de las mujeres en Costa Rica", a fin de introducir el tema, complementar, contrastar o ampliar los aportes brindados por el estudiantado tras la realización de la actividad.





## Hoja de trabajo

### Política, género y estadística

El marco jurídico con el que cuenta Costa Rica ha permitido que se vaya ampliando progresivamente la representación femenina en cargos políticos. Este hecho se refleja, por ejemplo, en el Poder Legislativo, que ha pasado de tener 7 diputadas en 1990, a 21 mujeres que ocupan curules legislativas en la actualidad.

El siguiente cuadro muestra las candidaturas de mujeres a la Asamblea Legislativa, en las elecciones del año 2006, para cada partido político. En la columna "Escala del partido" se menciona si la participación es a nivel provincial o nacional.

**Cuadro 5.4. Candidaturas a la Asamblea Legislativa, según partido político y género. 2006.**

(ordenado de manera descendente según el porcentaje de candidaturas de mujeres)

Partido político	Candidaturas mujeres	Porcentaje de Mujeres	Escala del partido	Candidaturas hombres
Nueva Liga Feminista	19	76,0	Provincial	
Acción Democrática Alajuelense	10	71,4	Provincial	
Movimiento de Trabajadores y Campesinos	4	57,1	Provincial	
Integración Nacional	42	56,0	Nacional	
Alianza Democrática Nacionalista	42	56,0	Nacional	
Accesibilidad sin Exclusión	14	56,0	Provincial	
Verde Ecologista	5	55,6	Provincial	
Fuerza Agraria de los Cartagineses	5	55,6	Provincial	
Unión Nacional	40	53,3	Nacional	
Patria Primero	40	53,3	Nacional	
Coalición Izquierda Unida	39	52,0	Nacional	
Fuerza Democrática	38	51,4	Nacional	
Movimiento Libertario	38	50,7	Nacional	
Guanacaste Independiente	7	50,0	Provincial	
Acción Laborista Agrícola	3	50,0	Provincial	
Acción Ciudadana	37	49,3	Nacional	
Frente Amplio	12	48,0	Provincial	
Unión para el Cambio	35	46,7	Nacional	
Unidad Social Cristiana	35	46,7	Nacional	
Renovación Costarricense	35	46,7	Nacional	
Unión Patriótica	34	45,3	Nacional	
Liberación Nacional	34	45,3	Nacional	
Unión Agrícola Cartaginés	4	44,4	Provincial	
Integración Provincial Tres	4	44,4	Provincial	
Auténtico Turrialbeño Cartaginés	4	44,4	Provincial	
Restauración Nacional	11	44,0	Provincial	
Auténtico Herediano	3	42,9	Provincial	

Fuente: Tribunal Supremo de Elecciones.

Analice el cuadro anterior y luego responda las siguientes preguntas:

- 1) Complete la información correspondiente a cada partido político en la columna "Candidaturas hombres" (número de candidatos). Debe basarse en la información que ofrece el cuadro.
- 2) Construya una tabla con dos columnas. En una de ellas ordene, en forma ascendente, los datos de la columna correspondiente a "Candidaturas mujeres" y en la otra ordene de igual forma los datos de "Candidaturas hombres".
- 3) Con los datos de la tabla que construyó en el ejercicio anterior, determine la mediana, la moda y la media aritmética, de las "Candidaturas mujeres". Realice lo mismo para las "Candidaturas hombres".
- 4) ¿Qué interpretación puede hacer de las medianas obtenidas de mujeres y hombres, en las candidaturas políticas?
- 5) ¿Qué interpretación puede hacer de las modas obtenidas, entre hombres y mujeres?
- 6) Compare el promedio de mujeres con el de hombres. ¿Qué conclusiones puede hacer de esta comparación?
- 7) Utilice los datos del cuadro que se da en este ejercicio, para obtener el promedio de los partidos políticos a nivel provincial y el promedio a nivel nacional, respecto de las candidaturas de las mujeres y las de los hombres. Compare los promedios obtenidos entre mujeres, entre hombres y entre mujeres y hombres de los partidos políticos a nivel provincial y a nivel nacional. ¿Estos datos nos proporcionan información valiosa? ¿Sobre qué aspectos?
- 8) ¿Cree usted que las medidas de tendencia central nos proporcionan información valiosa? ¿Sobre qué aspectos? Utilice datos del cuadro u otros datos para dar ejemplos.
- 9) De acuerdo con el análisis hecho en este ejercicio, ¿considera usted que se cumple con la Ley de Promoción de la Igualdad Social de la Mujer, al exigir un porcentaje significativo de mujeres en cargos públicos? ¿Por qué?

## Glosario

**Candidatura.** Postulación de una o varias personas para ocupar un puesto que se designa por medio de la elección popular.



# ¿Qué valor tiene la volatilidad!

Nivel: 8°

Contenido matemático:

❖ Álgebra:

- ✓ Problemas que involucran, en su solución, el valor numérico de una expresión algebraica.

Objetivo programático:

- ✓ Determinar el valor numérico de una expresión algebraica.

Objetivo específico:

- ✓ Resolver problemas del entorno, que involucran en su solución el valor numérico de una expresión algebraica.

*Tema transversal*

- ❖ Vivencia de los derechos humanos para la democracia y la paz.

## Contexto nacional

### *Fin de la era bipartidista que dirigió al país hasta fines del siglo XX*

El principal resultado de las elecciones del 2006 fue el fin de la era bipartidista de los partidos Liberación Nacional y Unidad Social Cristiana, que condujeron el país desde los años ochenta. En términos más generales, esta fue la primera vez, desde mediados del siglo XX, que las divisiones y tradiciones políticas surgidas en la Guerra Civil de 1948 no incidieron sobre el voto de las y los costarricenses. Un segundo resultado, menos visible pero importante, fue el debilitamiento de los partidos políticos y su incapacidad para retener las lealtades de los electores y de sus bases territoriales. Ambos resultados han generado un sistema pluripartidista cuyo apoyo ciudadano es frágil y poco predecible. La consecuencia de esta situación es el surgimiento de instancias fragmentadas, es decir, sin mayorías políticas, en todas las estructuras de gobierno con representación proporcional (nacional y local).

El Partido Liberación Nacional (PLN) ganó la elección presidencial del 2006 con un 40,9% de los votos. En segundo lugar se ubicó el Partido Acción Ciudadana (PAC) con un 39,8%. Los 18 169 votos que separaron a ambas agrupaciones -equivalentes al 1,1% del total de votos válidos- constituye la segunda menor diferencia entre dos partidos políticos en la historia electoral costarricense.

El hecho más notable en el 2006 fue el desplome del respaldo electoral del Partido Unidad Social Cristiana (PUSC), que únicamente alcanzó el 3,6% de los votos válidos emitidos. El PUSC fue la principal agrupación política en el período 1990-2002, pues ganó tres de los

cuatro procesos electorales realizados, lo que le permitió ocupar el Poder Ejecutivo desde 1998 y contar con la fracción legislativa más numerosa y el control mayoritario en los municipios del país. Sin embargo, en la elección presidencial del 2006 el PUSC solo triunfó en el distrito de Cachí, en el cantón de Paraíso. Además, desde el punto de vista de la geografía electoral, casi la totalidad de los distritos administrativos bastiones del PUSC en 2002, pasaron a manos del PLN y el PAC. El partido que capitalizó mayoritariamente la pérdida de respaldo del PUSC fue el PLN en las provincias periféricas, las que a la postre le dieron la victoria. También hubo importantes desplazamientos de distritos en el sentido PUSC-PAC, PLN-PAC y PAC-PLN, aunque este último en menor medida.

Al PLN lo apoyaron principalmente electores de zonas costeras y fronterizas, caracterizadas por ser más extensas en territorio y por tener menor densidad poblacional y menores índices de desarrollo humano y participación política. Al igual que en los comicios de 1998, en el 2006 el partido vencedor superó por un amplio margen a su rival más inmediato en las tres provincias periféricas (Guanacaste, Puntarenas y Limón) y ganó únicamente una provincia central (Cartago en esta oportunidad y Alajuela en 1998). Las provincias periféricas han sido determinantes en el resultado electoral en cuatro de las catorce elecciones: 1958, 1966, 1998 y 2006 (Alfaro, 2006). En todas ellas el partido ganador fue de oposición al PLN, excepto en 2006, cuando esas provincias le dieron el triunfo a Oscar Arias, lo que evidencia un proceso de pérdida de adhesión de las clases medias hacia el PLN y el apoyo de los extremos socioeconómicos, tal como se comportaban los simpatizantes del PUSC.

El PAC, por su parte, experimentó un ascenso importante en su respaldo

electoral, gracias a que aglutinó los votos de la oposición "anti-Arias" de estratos medios y urbanos. Las simpatías hacia este partido en la elección presidencial no solo aumentaron con respecto a 2002, sino que se ampliaron territorialmente, a pesar de que la agrupación mostró debilidades para extender en términos geográficos su base electoral. A diferencia del PLN, el PAC recibió sobre todo el apoyo de comunidades localizadas en el centro del país, con mayor concentración de población y mayor desarrollo humano. Estos resultados ponen de manifiesto el desplazamiento político-partidario que ha dado origen a una recomposición del sistema de partidos: el PAC relegó al PLN a ser una agrupación con respaldo de provincias periféricas y no en el centro del país, como había sido la tónica liberacionista (Alfaro, 2006).

Finalmente, el Movimiento Libertario (ML) no logró su objetivo de capitalizar el derrumbe electoral del PUSC e incrementar su caudal político y su presencia en el Parlamento. Debido a la polarización de la competencia entre el PLN y el PAC, los nuevos partidos fueron claros perdedores.

## Glosario

**Densidad poblacional.** Es la población total de una determinada área geográfica dividida entre la extensión en kilómetros cuadrados del mismo lugar (provincia, cantón o distrito).

**Índice.** Coeficiente que expresa la relación entre la cantidad y la frecuencia de un fenómeno o un grupo de fenómenos. Se utiliza para indicar la presencia de una situación que no puede ser medida en forma directa. Es una razón que se utiliza para medir los cambios relativos entre dos o más períodos.

**Índice de desarrollo humano.** Índice creado por el PNUD, que mide el logro promedio de un país respecto

En síntesis, el sistema de partidos políticos en Costa Rica ha sufrido un evidente debilitamiento orgánico y funcional. Esto se refleja en varios indicadores, entre ellos el índice de volatilidad, que mide la cantidad de electores que cambian su voto de un partido hacia otro en dos elecciones sucesivas, es decir, la cantidad de electores que en una elección votaron por un partido y en la siguiente, cuatro años después, votaron por otro partido político. A mayor valor del índice, mayor es la volatilidad electoral. Puede alcanzar valores de 0 a 100%; 100% significaría que todos los electores cambiaron de partido de una elección a otra (el sistema es muy volátil) y 0 significaría que ningún elector cambió de partido (el sistema no es volátil, básicamente todo queda igual). Considerando las tres últimas elecciones presidenciales, encontramos que la preferencia partidaria de los electores costarricenses se ha vuelto más volátil, pues el valor de este índice pasó de 5,8% en el proceso electoral de 1998 a 28,9% en el 2002 y a 36% en el 2006.

*Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*

al desarrollo humano sostenible, en cuanto a tres dimensiones básicas del desarrollo humano: una vida larga y saludable, los conocimientos y un nivel decente de vida. Por cuanto se trata de un índice compuesto, el IDH contiene tres variables: la esperanza de vida al nacer, el logro educacional (alfabetización de adultos y la tasa bruta de matriculación primaria, secundaria y terciaria combinada) y el PIB real per cápita (PPA en dólares). El ingreso se considera en el IDH en representación de un nivel decente de vida y en reemplazo de todas las opciones humanas que no se reflejan en las otras dos dimensiones.

**Índice de volatilidad.** Mide la cantidad de electores que cambian su voto de un partido hacia otro en dos elecciones sucesivas, es decir, la cantidad de electores

que en una elección votaron por un partido y en la siguiente, cuatro años después, votaron por otro partido político.

## Propuesta de abordaje

Cuando se observa en los programas de estudio el tema del cálculo del valor numérico de una expresión algebraica, muchas veces se percibe lejano a temas de la realidad costarricense. En el ejercicio que aquí se presenta se intenta lograr el objetivo específico propuesto, al determinar el valor numérico de una expresión algebraica, utilizada para el cálculo de la volatilidad electoral.

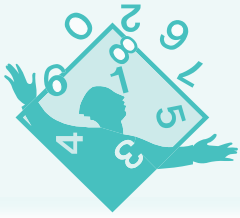
La volatilidad es un concepto no muy conocido por la mayoría de los costarricenses, aunque representa una realidad que vivimos actualmente. De ahí que este ejercicio brinde una nueva oportunidad de aplicar la Matemática a una situación vivencial. El análisis y discusión que se puede generar alrededor de este tema permite la participación activa del estudiante y la práctica del respeto por la opinión de los demás. Por ello, el o la docente puede optar por finalizar la actividad con una mesa redonda. En todo caso, se recomienda introducir el tema con el concepto de volatilidad, según lo expuesto en el

apartado "Contexto nacional: Fin de la era bipartidista que dirigió al país hasta fines del siglo XX".

Tal vez el estudiante, por no tener la edad requerida para ejercer el derecho al voto, no esté enterado del debilitamiento que están sufriendo los partidos políticos en nuestro país. Además, es claro que los resultados de las últimas elecciones mostraron un desplazamiento político-partidario que hizo que los resultados fueran poco predecibles.

Hay indicadores que reflejan el debilitamiento de los partidos políticos. Uno de ellos es el llamado índice de volatilidad, que mide la cantidad de electores que cambian su voto de un partido hacia otro en dos elecciones sucesivas.

La fórmula utilizada para calcular este índice permite aplicar el concepto de valor numérico, al tiempo que estudia un fenómeno que pone de manifiesto un cambio en el comportamiento electoral del costarricense.



## Hoja de trabajo

### ¡Qué valor tiene la volatilidad!

En la última década, el sistema de partidos políticos en Costa Rica ha sufrido un evidente debilitamiento. Este debilitamiento se refleja en varios indicadores; uno de ellos es el índice de volatilidad.

Para calcular la volatilidad electoral, se debe determinar el valor absoluto de la diferencia entre el porcentaje de votos obtenidos por un partido político en una elección y el porcentaje de votos de ese mismo partido en la elección inmediata anterior. Una vez que se tienen los valores absolutos de estas diferencias, para todos los partidos, se suman y el total se divide por 2. El resultado es el índice de volatilidad electoral.

La simbología matemática nos ayuda a representar, de una manera más clara, el procedimiento que se sigue en el cálculo explicado anteriormente:

$$V = \frac{\text{suma } | \%x_2 - \%x_1 |}{2}$$

donde V es la volatilidad electoral,  $\%x_2$  corresponde al porcentaje de votos obtenidos por un partido político en una elección y  $\%x_1$  representa el porcentaje de votos conseguidos por ese mismo partido en la elección inmediata anterior.

En términos matemáticos, lo que hacemos es sustituir los valores obtenidos en las elecciones por las variables que se presentan en la fórmula (lo que conocemos como valor numérico).

Por ejemplo: si el porcentaje de votos obtenidos por un partido político en el 2006 fue 39,8% y en el 2002 fue 25,3%, entonces:

$$|39,8 - 25,3| = 14,5$$

Se calculan así las diferencias de todos los partidos políticos que participaron en alguna o en ambas elecciones, luego se suman los valores absolutos de todas estas diferencias y el total se divide por 2.

En el cuadro 5.5 se muestran los resultados electorales de los años 2002 y 2006. A partir de la información que ahí se da, usted debe responder las preguntas que se le presentan.

**Cuadro 5.5. Votos por partido para la Presidencia  
y las Vicepresidencias de la República**

Partido político	Año 2002 <sup>a/</sup>		Año 2006		Diferencias
	Resultado electoral		Resultado electoral		
	Votos Válidos	Porcentaje	Votos válidos	Porcentaje	
Independiente Obrero	801				
Movimiento Libertario	25 815		137 710		
Rescate Nacional	905		2430		
Renovación Costarricense	16 404		15 539		
Cambio 2000	3970				
Alianza Nacional Cristiana	1271				
Integración Nacional	6235		5136		
Unidad Social Cristiana (PUSC)	590 277		57 655		
Acción Ciudadana (PAC)	400 681		646 382		
Patriótico Nacional	1680				
Fuerza Democrática	4121		3020		
Unión General	2655				
Liberación Nacional (PLN)	475 030		664 551		
Unión para el Cambio			39 557		
Unión Nacional			26 593		
Patria Primero			17 594		
Alianza Democrática Nacionalista			3670		
Coalición Izquierda Unida			2291		
Unión Patriótica			1864		
Total votos válidos	1 529 845		1 623 992		

a/ Los datos consignados para el año 2002 corresponden a los resultados obtenidos en la primera ronda electoral, realizada en febrero de ese año.

Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006, y Tribunal Supremo de Elecciones.

- 1) Para cada partido político que aparece en el cuadro, que participó en las elecciones del 2002 o en el 2006, calcule los porcentajes de los votos válidos correspondientes y complete la columna "Porcentaje". Estos cálculos puede hacerlos con su calculadora.



- 2) Encuentre el valor numérico de  $|\%x_2 - \%x_1|$  para cada partido político que aparece en el cuadro. Complete la columna "Diferencias" con los resultados obtenidos para cada partido.
- 3) Con los datos obtenidos en la columna "Diferencias", utilice la fórmula para calcular el índice de volatilidad electoral.
- 4) Cuanto más alto es el índice, mayor es la volatilidad. ¿Considera usted que el sistema fue muy volátil en el 2006? Justifique.
- 5) El índice de volatilidad refleja el debilitamiento o fortalecimiento de los partidos políticos. Si en 1998 la volatilidad fue de alrededor del 7% y en el 2002 fue de aproximadamente el 30%, de acuerdo con su resultado, ¿hubo un fortalecimiento o debilitamiento de los partidos políticos en el período 1998-2006?
- 6) Según su opinión, ¿cuáles podrían ser las causas del debilitamiento o fortalecimiento ocurrido, según los resultados del 2006?
- 7) ¿Podrían los partidos políticos, actualmente, disminuir la volatilidad? Si usted encabezara un partido político a nivel nacional, ¿qué acciones podría tomar para lograrlo?
- 8) Si disminuye la volatilidad electoral, ¿se fortalecerían o deteriorarían la democracia y la paz en Costa Rica? ¿Por qué?
- 9) El sufragio es una responsabilidad de todos y todas. ¿Considera usted que el costarricense piensa en el bienestar del país al analizar y razonar su voto?

## Glosario

**Densidad poblacional.** Es la población total de una determinada área geográfica dividida entre la extensión en kilómetros cuadrados del mismo lugar (provincia, cantón o distrito).

**Índice.** Coeficiente que expresa la relación entre la cantidad y la frecuencia de un fenómeno o un grupo de fenómenos. Se utiliza para indicar la presencia de una situación que no puede ser medida en forma directa. Es una razón que se utiliza para medir los cambios relativos entre dos o más períodos.

**Índice de desarrollo humano.** Índice creado por el PNUD, que mide el logro promedio de un país respecto al desarrollo humano sostenible, en cuanto a tres dimensiones básicas del desarrollo humano: una vida larga y saludable, los conocimientos y un nivel decente

de vida. Por cuanto se trata de un índice compuesto, el IDH contiene tres variables: la esperanza de vida al nacer, el logro educacional (alfabetización de adultos y la tasa bruta de matriculación primaria, secundaria y terciaria combinada) y el PIB real per cápita (PPA en dólares). El ingreso se considera en el IDH en representación de un nivel decente de vida y en reemplazo de todas las opciones humanas que no se reflejan en las otras dos dimensiones.

**Índice de volatilidad.** Mide la cantidad de electores que cambian su voto de un partido hacia otro en dos elecciones sucesivas, es decir, la cantidad de electores que en una elección votaron por un partido y en la siguiente, cuatro años después, votaron por otro partido político.

# ¡Interpretemos la volatilidad y hablemos con la verdad!

Nivel: 8°

Contenido matemático:

❖ Estadística:

- ✓ Interpretación de la información brindada por gráficos estadísticos.

Objetivo programático:

- ✓ Interpretar la información que proporcionan las distribuciones de frecuencia y los gráficos estadísticos correspondientes a variables discretas.

Objetivo específico:

- ✓ Interpretar la información que proporcionan los gráficos estadísticos.

*Tema transversal*

- ❖ Vivencia de los derechos humanos para la democracia y la paz.

## Contexto nacional

### **Debilitamiento electoral de los partidos**

Las sociedades democráticas requieren partidos políticos estables y permanentes, que manifiesten y transmitan sus posturas ideológicas y doctrinarias, y que aglutinen a importantes sectores de la población. Para que las agrupaciones políticas alcancen ese carácter, es imprescindible que cuenten con una base electoral relativamente estable y una desarrollada organización territorial, que procure integrar a la ciudadanía en sus estructuras internas, que garantice la competencia electoral y la renovación de los cuadros políticos, y que brinde las más amplias oportunidades de participación en los procesos de deliberación y escogencia de sus representantes.

El *Duodécimo Informe Estado de la Nación* aborda el tema de la fortaleza electoral de los partidos mediante dos indicadores, uno ya empleado en el análisis de la elección del 2002 -la volatilidad electoral (Octavo Informe)- y otro nuevo, el denominado índice de nacionalización partidaria. La principal conclusión que arroja el análisis de ambos es que en la elección del 2006 se produjo un nuevo debilitamiento de los partidos políticos.

La volatilidad electoral mide el grado en que el electorado es fiel a los partidos y, en particular, el desplazamiento del voto entre los distintos partidos, en dos o más elecciones sucesivas. Este indicador estima la diferencia neta entre las proporciones de votos obtenidos por los partidos políticos. Según los resultados de ese análisis, los cambios en las preferencias partidarias entre 2002

y 2006 son más altos que los registrados durante el período de vigencia del bipartidismo PLN-PUSC, entre 1986 y 1998, aunque no alcanzan los niveles de volatilidad de los comicios de 1958, 1966 y 1978.

En el corto plazo -tres últimas elecciones- el apoyo electoral a los partidos políticos se ha tornado frágil, en contraposición a la tendencia previa (1982-1998), que era de cierta estabilidad en el sistema. Debido a esa fragilidad, no puede preverse la condición que alcanzará dicho apoyo en futuros procesos electorarios. Desde una perspectiva histórica, los incrementos en la volatilidad electoral en el período 1953-2006 producen alteraciones importantes en la correlación de fuerzas políticas, particularmente en los comicios de 1966, 1974, 1978, 1998, 2002 y 2006. En los ciclos históricos de mayores niveles de volatilidad se altera de modo significativo la correlación de fuerzas en las instancias de representación política (Alfaro, 2006).

En síntesis, en la última década el sistema costarricense de partidos políticos ha experimentado procesos de debilitamiento orgánico y funcional. Como muestra de ello, actualmente el apoyo electoral hacia los partidos se caracteriza por ser frágil y volátil; las lealtades y simpatías tienden a ser de corto plazo y están más asociadas a personas que a partidos. Asimismo, las agrupaciones enfrentan mayores obstáculos para conseguir un respaldo electoral distribuido equitativamente en el territorio.

*Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*

## Glosario

**Índice.** Coeficiente que expresa la relación entre la cantidad y la frecuencia de un fenómeno o un grupo de fenómenos. Se utiliza para indicar la presencia de una situación que no puede ser medida en forma directa. Es una razón que se utiliza para medir los cambios relativos entre dos o más períodos.

**Índice de nacionalización partidaria.** Mide el grado en que los partidos políticos reciben niveles similares de apoyo electoral en las diferentes provincias.

## Propuesta de abordaje

El análisis de la volatilidad nos permite enfocar la Matemática en un tema que está relacionado con la realidad cercana al estudiante. Día a día los medios de comunicación informan sobre sucesos políticos que hacen que los y las costarricenses se replanteen posiciones en este ámbito. Nuevas propuestas convertidas en partidos políticos que emergen en cada período electoral, hacen que el voto sea cada vez más inestable para las agrupaciones tradicionales. Por lo anterior, la volatilidad se convierte en un asunto de actualidad que puede generar discusión profunda en el grupo de estudiantes y llegar hasta tópicos sociales, de valores, principios y temas éticos en general.

Hay indicadores que reflejan el debilitamiento de los partidos políticos. Uno de ellos es el índice de volatilidad, que

mide la cantidad de electores que cambian su voto de un partido hacia otro, en dos elecciones sucesivas.

Siempre se recomienda que el docente introduzca el tema, explicando el concepto central al que se alude. Para tal efecto se sugiere consultar previamente el apartado "Contexto nacional: Debilitamiento electoral de los partidos". Debido a que este ejercicio se refiere al mismo concepto de la actividad denominada "¡Qué valor tiene la volatilidad!", el docente puede apoyarse también en el apartado "Contexto nacional" que se presenta en el mencionado ejercicio, en las páginas 214 y 215.

Este ejercicio tiene como objetivo que el estudiante no solo interprete resultados que se presentan en un gráfico, sino que además formule hipótesis sobre la información que se le proporciona.



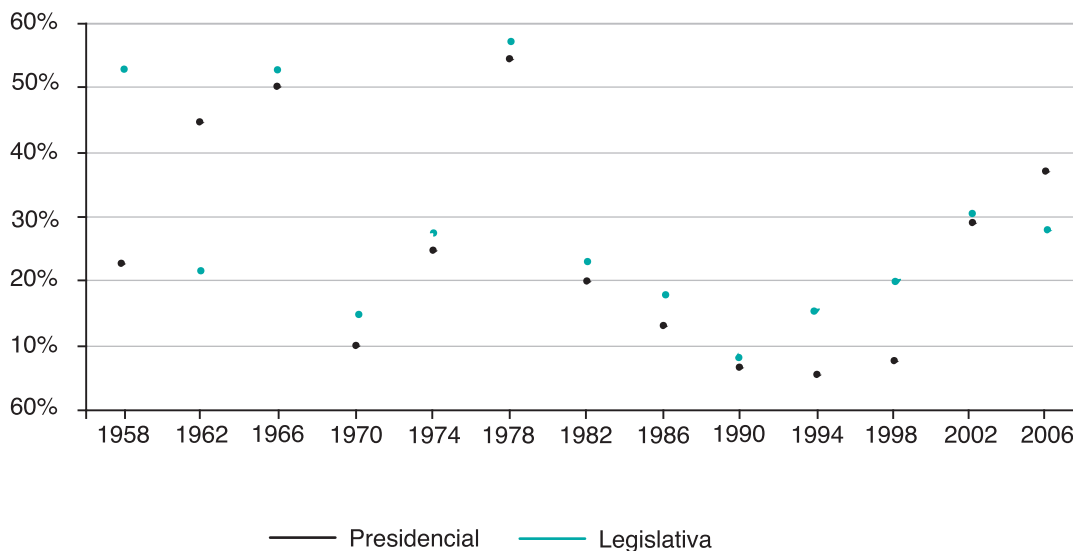
## Hoja de trabajo

### ¡Interpretemos la volatilidad y hablemos con la verdad!

En la última década, el sistema de partidos políticos en Costa Rica ha sufrido un evidente debilitamiento. Este debilitamiento se refleja en varios indicadores; uno de ellos es el llamado índice de volatilidad. Cuanto mayor sea el índice de volatilidad, mayor es la cantidad de electores que cambiaron de partido de una elección a otra (el sistema es muy volátil).

En el siguiente gráfico se muestra la volatilidad en las elecciones presidencial y legislativa de 1958 al 2006 (observe que cada una está representada con líneas diferentes). Utilice la información que se da en él para responder las preguntas que se le formulan a continuación.

**Gráfico 5.1. Volatilidad electoral según tipo de elección**



Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.

- 1) Observe la línea que representa la volatilidad en las elecciones presidenciales.
  - a) ¿En qué período se presenta la menor volatilidad?
  - b) ¿En qué período se presenta la mayor volatilidad?
  - c) Observe el aumento en la volatilidad desde 1998 hasta el 2006. ¿Cree usted que la tendencia a subir, que se muestra, continuará? ¿Por qué?
- 2) Observe la línea que representa la volatilidad en las elecciones legislativas.
  - a) ¿En qué período se presenta la menor volatilidad?
  - b) ¿En qué período se presenta la mayor volatilidad?
  - c) Observe la disminución en la volatilidad del 2002 al 2006. ¿Cree usted que la tendencia a bajar, que se muestra, continuará? ¿Por qué?

- 3) Compare el comportamiento de la volatilidad en las elecciones presidenciales con respecto a la volatilidad en las elecciones legislativas. Haga énfasis en algunos períodos que podríamos considerar críticos. ¿Qué observaciones puede aportar?
- 4) El índice de volatilidad refleja el debilitamiento o fortalecimiento de los partidos políticos. De acuerdo con el gráfico, ¿en el último período hubo un fortalecimiento o un debilitamiento de los partidos políticos? Tome en cuenta las dos líneas que se presentan.
- 5) De acuerdo con su respuesta a la pregunta anterior, ¿cuáles podrían ser las causas de lo ocurrido en las elecciones del 2006?
- 6) ¿Podrían los partidos políticos, actualmente, disminuir la volatilidad? ¿Qué acciones podrían tomar para lograrlo?
- 7) ¿Si se disminuye la volatilidad electoral, se fortalecería o deterioraría la democracia y la paz en Costa Rica? ¿Por qué?
- 8) El sufragio es una responsabilidad de todos y todas. ¿Considera usted que el costarricense piensa en el bienestar del país al analizar y razonar su voto?

**Preguntas para investigar fuera de clase** (puede preguntar a su profesor de Estudios Sociales o a familiares):

- 1) Compare la volatilidad de 1978 con la de 1982. Indague, preguntando a alguna persona conocida, qué pudo haber pasado durante ese período, para que la mayoría de los electores votara por los mismos partidos que habían elegido en las elecciones anteriores. Discuta con sus compañeros sus conclusiones.
- 2) Compare la volatilidad de 1974 con la de 1978. Indague, preguntando a alguna persona conocida, qué pudo haber pasado durante ese período, para que la mayoría de los electores votaran por partidos distintos al que habían elegido en las elecciones anteriores. Discuta con sus compañeros sus conclusiones.

## Glosario

**Índice.** Coeficiente que expresa la relación entre la cantidad y la frecuencia de un fenómeno o un grupo de fenómenos. Se utiliza para indicar la presencia de una situación que no puede ser medida en forma directa. Es una razón que se utiliza para medir los cambios relativos entre dos o más períodos.

**Índice de nacionalización partidaria.** Mide el grado en que los partidos políticos reciben niveles similares de apoyo electoral en las diferentes provincias.

# Las funciones contributivas en los partidos políticos

Nivel: 10°

Contenido  
matemático:

- ❖ Funciones:
  - ✓ Concepto de relación, concepto de función, dominio, codominio y ámbito de funciones.

Objetivos  
programáticos:

- ✓ Interpretar hechos y fenómenos cotidianos mediante relaciones que corresponden a funciones, cuyo criterio está modelado por expresiones algebraicas sencillas.
- ✓ Determinar el dominio, codominio, ámbito, imagen y preimagen de funciones.

Objetivos  
específicos:

- ✓ Discriminar relaciones que corresponden a funciones y que están presentes en situaciones del entorno.
- ✓ Determinar el dominio, codominio y ámbito de funciones que modelan situaciones del entorno.
- ✓ Interpretar los conceptos de dominio, codominio y ámbito de funciones que modelan situaciones del entorno.

*Tema  
transversal*

- ❖ Vivencia de los derechos humanos para la democracia y la paz.

## Contexto nacional

### **Financiamiento de partidos políticos**

Un elemento fundamental para evaluar las garantías de igualdad política que ofrece un régimen democrático es su capacidad para asegurar la integridad y la autonomía del sistema político, de cara a influencias no deseadas derivadas del financiamiento de los partidos y las campañas electorales. Normas incapaces de impedir que los partidos se conviertan en entidades dependientes de las élites económicas, en virtud del financiamiento que proveen, son reglas que atentan contra la igualdad política de la ciudadanía. Es de esperar que partidos dependientes favorezcan sistemáticamente, con sus actuaciones, los intereses de sus fuentes de recursos. Si un rasgo central de la democracia es la consideración igualitaria de las preferencias ciudadanas en la formulación de políticas (Dahl, 1971), esta situación debilitaría la calidad democrática de un régimen político.

La principal conclusión del *Duodécimo Informe Estado de la Nación* en el tema del marco regulatorio del financiamiento político es que en el proceso electoral del 2006 no hubo ningún avance, y ello constituye un área de preocupante debilidad de la democracia costarricense. Este es un asunto de especial relevancia para este Informe, no solo en vista de las grandes cantidades de dinero involucradas en el financiamiento de las campañas electorales, sino por las denuncias de manejo indebido de esos fondos en los procesos anteriores, sumadas a la escasa fiscalización por parte de las autoridades competentes.

De acuerdo con la legislación vigente, en Costa Rica los partidos políticos cuentan con dos vías básicas para el financiamiento de sus operaciones regulares

y sus gastos de campaña electoral: el aporte estatal establecido en el artículo 96 de la Constitución Política y la recepción de donaciones privadas. Aquellas agrupaciones nacionales y provinciales que alcancen o superen el umbral del 4% de los votos válidos emitidos, o que elijan un diputado, tendrán derecho a recibir contribución estatal. En el 2005 no hubo reformas en esta materia, aunque el Tribunal Supremo de Elecciones (TSE) introdujo una novedad al reinterpretar los criterios mediante los cuales se asigna el aporte del Estado: “también tienen derecho a recibir la contribución estatal, aquellos partidos políticos inscritos a nivel nacional que, pese a no haber alcanzado el porcentaje mínimo establecido en esa escala, ni haber elegido un diputado, sí alcanzaron, al menos, el 4% de sufragios válidos en alguna o varias provincias individualmente consideradas” (resolución 1297-E-2006 del TSE).

Debido a la falta de voluntad legislativa para modificar el marco regulatorio del financiamiento político, y también por efecto de la jurisprudencia del TSE, en las elecciones del 2006 el monto de la contribución estatal fue bastante mayor que el establecido en los tres procesos anteriores. Además, los partidos beneficiados fueron prácticamente el doble de los que en otras ocasiones tuvieron acceso a los fondos públicos para financiar su actividad electoral. En la campaña estudiada, tuvieron derecho a este aporte once de los veintiocho partidos que tomaron parte en los comicios, entre ellos Unión Nacional y Frente Amplio, que lograron elegir un diputado cada uno, aun sin alcanzar el 4% de los sufragios válidamente emitidos. A partir de la reinterpretación del texto constitucional antes comentada, estas agrupaciones recibieron una parte de la contribución estatal.





El financiamiento de los gastos de campaña por medio de la emisión de bonos del Estado es un mecanismo previsto en la legislación y utilizado por los partidos políticos. En la venta de los bonos priva la proyección de los votos que obtendrán las agrupaciones. Mientras mayores sean las posibilidades de alcanzar una alta votación, más fácil resultará colocar los bonos en el mercado. Al igual que en la recaudación de contribuciones privadas, en la emisión de bonos hay diferencias significativas entre partidos. Entre aquellos que lograron mayor cantidad de votos, el Partido Liberación Nacional (PLN) fue el que realizó la emisión más elevada, equivalente a 1527 millones de colones. Le siguió el Partido Unidad Social Cristiana (PUSC), con 537 millones de colones. Estas dos agrupaciones hicieron tres emisiones cada una. Por su parte, el Movimiento Libertario (ML) y el Partido Acción Ciudadana (PAC) colocaron únicamente dos series de bonos, el primero por 425 millones de

colones y el segundo por 261 millones (González, 2006).

Otra fuente importante de recursos para los partidos son las contribuciones privadas. Para el análisis y sistematización de las donaciones recibidas por los participantes en la campaña del 2006, el Programa Estado de la Nación acudió a los reportes elaborados por los partidos políticos y publicados por el TSE, así como a información específica suministrada por las autoridades electorales. En este caso también sobresalen las disparidades entre partidos. La cantidad reportada por el PLN (240 millones de colones) es superior a la recibida por todas las demás agrupaciones (González, 2006). Sin embargo, la inversión por voto obtenido del PLN fue diez veces superior a la del PAC, agrupación que con una menor cantidad de recursos consiguió un número de votos semejante a los del PLN.

*Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.*

## Propuesta de abordaje

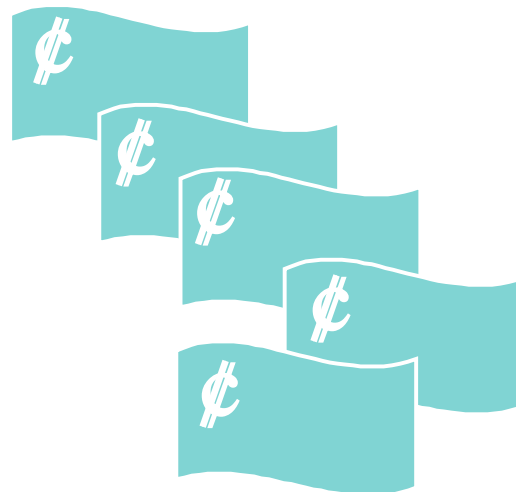
El estudio de las funciones normalmente se inicia a partir de las relaciones que se pueden establecer entre dos conjuntos. Se sugiere identificar las características que determinan, en general, las relaciones, para que estas sean funciones. Es recomendable usar ejemplos que se encuentren en el entorno del estudiante, de manera que se cumpla con objetivos que se plantean en el programa de estudios, tales como la determinación de posibles dominios y codominios que conviertan en funciones relaciones extraídas de situaciones cotidianas.

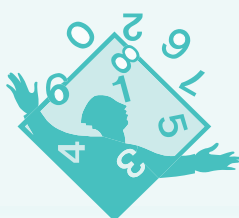
En este ejercicio se trabaja con cifras de las contribuciones que los partidos políticos reciben tanto de donaciones privadas como del Estado. Se emplean los datos para determinar el codominio, el dominio y el ámbito de relaciones que corresponden a funciones, al tiempo que

se analiza con los estudiantes el destino de nuestros impuestos y la conveniencia de que sean utilizados para financiar campañas políticas.

La discusión alrededor de temas como las contribuciones privadas y el compromiso que adquieren algunos partidos con el contribuyente, son temas que conducen a la reflexión y la crítica por parte de las y los estudiantes.

Aunque la actividad puede trabajarse en forma individual, se recomienda finalizar con una plenaria, en la cual el o la docente puede realizar aportes a partir de la información presentada en el apartado "Contexto nacional: Financiamiento de partidos políticos". Por esta razón se recomienda al docente realizar una lectura previa de ese texto.





## Hoja de trabajo

### Las funciones contributivas en los partidos políticos

En Costa Rica los partidos políticos pueden financiar sus operaciones regulares y sus gastos de campaña electoral de dos formas: una de ellas es el aporte estatal establecido en el artículo 96 de la Constitución Política y la otra es la recepción de donaciones privadas. Aunque con ello se pretende fortalecer la democracia, la dificultad que enfrentan las instituciones responsables de controlar el financiamiento de los partidos se ha convertido en una debilidad de nuestra democracia. En la última campaña, los partidos beneficiados con aporte estatal fueron prácticamente el doble de los que en otras ocasiones tuvieron acceso a los fondos públicos para financiar su actividad electoral (tuvieron derecho a este aporte once de los veintiocho partidos que participaron en los comicios).

En el cuadro y en el gráfico que se presentan a continuación se muestran las contribuciones que los partidos políticos recibieron en la campaña electoral del 2006, tanto aportes privados como del Estado.

Primero observe y analice los datos. Luego responda a las preguntas que se le presentan.

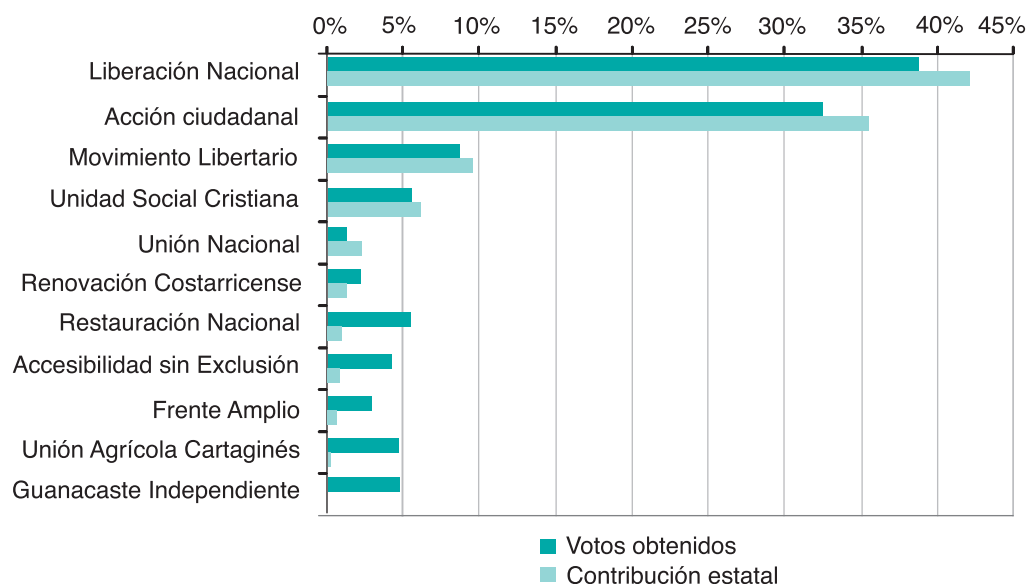
**Cuadro 5.6. Contribuciones privadas reportadas al TSE, según partido político. 2006**

Partido político	Contribuciones recibidas enero 2005-enero 2006 (colones constantes)	Porcentaje
Liberación Nacional	240 994 755	
Acción Ciudadana	23 353 058	
Movimiento Libertario	44 725 556	
Unidad Social Cristiana	7 506 735	
Unión para el Cambio	1 194 927	
Unión Nacional	28 576 017	
Patria Primero	1 675 978	
Renovación Costarricense		
Integración Nacional	14 934 128	
Alianza Democrática Nacionalista		
Fuerza Democrática	1 308 786	
Rescate Nacional		
Coalición Izquierda Unida		
Unión Patriótica		
Total	364 269 941	

Nota: Las casillas vacías corresponden a información no disponible.

Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.

**Gráfico 5.2. Votación obtenida<sup>a/</sup> y contribución estatal asignada. 2006**



a/ Partidos nacionales: en cada partido corresponde al valor relativo de la suma de los votos válidos recibidos para presidente, vicepresidentes y diputados, dividido por el total de votos válidamente emitidos a nivel nacional en esas papeletas. Partidos provinciales: en cada partido corresponde al valor relativo de la suma de los votos válidos recibidos para diputados, dividido por el total de votos válidamente emitidos a nivel provincial en esa papeleta.

Fuente: Duodécimo Informe Estado de la Nación, 2006.

- 1) En la tercera columna del cuadro que se presenta, calcule y anote en forma porcentual las contribuciones privadas reportadas como recibidas por cada partido político.
- 2) Con base en la información del cuadro, se puede establecer una relación entre los partidos políticos y las contribuciones privadas porcentuales. ¿Se puede decir que esa relación corresponde a una función? Justifique.
- 3) Compare las contribuciones privadas de los diferentes partidos políticos. ¿Qué conclusión puede extraer?
- 4) ¿Cree usted que el Estado debería establecer mayores mecanismos de control de las contribuciones privadas? Fundamente su respuesta. Mencione ventajas y desventajas de ello.
- 5) Según la información del gráfico, se puede establecer una relación entre los partidos políticos y la contribución estatal porcentual. ¿Se puede decir que esa relación corresponde a una función? Justifique.
- 6) Identifique con  $f$  la función establecida en el ejercicio 2. Determine el dominio, un codominio y el ámbito de  $f$ .
- 7) Identifique con  $g$  la función establecida en el ejercicio 5. Determine el dominio, un codominio y el ámbito de  $g$ .
- 8) Construya un cuadro en el que se muestre, en una columna, todos los partidos políticos que participaron en las últimas elecciones y, en otra columna, el promedio

de las contribuciones porcentuales recibidas tanto del sector privado como del Estado, para cada uno de los partidos.

- 9) Según la información del cuadro construido, se puede establecer una relación entre los partidos políticos y la contribución total, porcentual, recibida para la campaña electoral del 2006. ¿Se puede decir que esa relación corresponde a una función? Justifique.
- 10) Identifique con  $h$  la función establecida en el ejercicio 9. Determine el

dominio, un codominio y el ámbito de  $h$ .

- 11) ¿El ámbito de la función  $h$  podría ser muestra de una propaganda sin medida? ¿Por qué?
- 12) Si estuviera en sus manos decidir, ¿cuál sanción aplicaría a los partidos políticos que no reportan todo el dinero de origen privado que reciben?
- 13) ¿Considera acertada la medida de no permitir la contribución económica de los extranjeros, para los partidos políticos? ¿Por qué?



# Solucionario

## Unidad 1: Desarrollo humano sostenible

### Actividad: El índice de desarrollo humano de Costa Rica desde el lente de la Matemática Hoja de trabajo 1 (p. 20)

- 1) Índice de longevidad 2003 = 0,887  
Índice de longevidad 2001 = 0,882
- 2) Fue menor el índice de longevidad para el 2000.

### Hoja de trabajo 2 (p. 23)

- 1) Índice de nivel educativo 2003 =  
$$\frac{2}{3} (0,958) + \frac{1}{3} (0,68) = 0,865$$
  
Índice de nivel educativo 2001 =  
$$\frac{2}{3} (0,957) + \frac{1}{3} (0,66) = 0,858$$
- 2)  $(0,86) \frac{2}{3} x + \frac{1}{3} (0,67)$  por lo que  $x = 0,955$ , entonces el índice de alfabetización en el 2000 fue 0,955.
- 3) Muestra un relativo crecimiento. Puede mencionar políticas como la evaluación permanente de los conocimientos de los docentes, mejor aprovechamiento del tiempo escolar, etc.

### Hoja de trabajo 3 (p. 25)

- 1) Índice del PIB 2003 = 0,762  
Índice del PIB 2001 = 0,759
- 2) El PIB per cápita del 2002 fue de \$8838
- 3) Aunque muestra un relativo crecimiento, la diferencia que se presenta no es mucha.

### Hoja de trabajo 4 (p. 27)

- 1) IDH 2003 = 0,838  
IDH 2001 = 0,833  
Son casi iguales a los que aparecen en la tabla.
- 2) El índice de ingreso para el 2000 fue de 0,74

### Actividad: ¡Las variables nos rodean! Hoja de trabajo 1 (p. 32)

- 1) Cuantitativa continua.
- 2) Cuantitativa discreta.
- 3) Cuantitativa discreta.

- 4) Cuantitativa discreta.
- 5) Cuantitativa continua.
- 6) Cuantitativa discreta.
- 7) Cuantitativa continua.
- 8) Cuantitativa continua.
- 9) Cuantitativa continua.
- 10) Cuantitativa discreta.

### Hoja de trabajo 2 (p. 34)

- 1) Cuantitativa discreta.
- 2) Cuantitativa continua.
- 3) Cuantitativa continua.
- 4) Cuantitativa discreta.
- 5) Cuantitativa continua.
- 6) Cuantitativa continua.
- 7) Cuantitativa discreta.
- 8) Cuantitativa continua.
- 9) Cuantitativa continua.
- 10) Cuantitativa discreta.

## Unidad 2: Equidad e integración social Actividad: La población que necesitamos Hoja de trabajo 1 (p. 44)

- 1) En el 2010 la población del país será de 5 071 746 habitantes.
- 2) En el 2036 se alcanzará una población de 10 millones de habitantes.
- 3) No es posible ya que  $\ln 0$  no está definido.
- 4) La población de 1974 fue de 2 025 233 habitantes.
- 5) Considerando que el intervalo de tiempo es del 2007 al 2012, la población crecerá 638 888 habitantes.
- 6) Entre el 2007 y el 2015 la población crecerá 1 063 200 habitantes.
- 7) En el 2037 habrá una población igual al doble de la del 2004.

### Hoja de trabajo 2 (p. 45)

- 1) Si las preimágenes son negativas, las imágenes son positivas. Los valores negativos en el eje de las "x", son años anteriores a 1994. NO tiene sentido pues las imágenes representan cantidad de habitantes.
- 2) El ámbito que le corresponde es  $] 0, 3\,372\,604]$  (se calcula el extremo de 3 372 604 usando la función de la hoja de trabajo 1, el estudiante también puede aproximar el valor).

- 3) Una población entre los 6 y 8 millones puede encontrarse entre los años 2015 y 2030.
- 4) No es posible, ya que la gráfica de la función no tocará nunca el eje de las "X".

### Hoja de trabajo 3 (pp. 47)

- 1) En el 2010 la fuerza de trabajo será aproximadamente de 1 927 518 personas.
- 2) En el 2024 se alcanzará una fuerza de trabajo de aproximadamente 3 millones de personas.
- 3) No es posible pues  $\ln 0$  no está definido.
- 4) En 1970 la fuerza de trabajo fue aproximadamente de 2 456 243.
- 5) El intervalo de tiempo considerado va del 2007 al 2020, con un crecimiento de 622 901 personas.
- 6) La fuerza de trabajo crecerá en 366 876 personas.
- 7) Tiende a crecer.

### Hoja de trabajo 4 (p. 48)

- 1) Si las preimágenes son negativas, las imágenes son positivas. Los valores negativos significan años anteriores a 1994. Para esta función nunca se presentarán imágenes negativas.
- 2) Aproximadamente entre los años 2020 y 2025, es decir con un dominio  $[26, 31]$ .
- 3) La fuerza de trabajo no puede ser negativa.
- 4) No es posible, ya que la gráfica de la función no tocará nunca el eje de las "X".
- 5) Si, pues tiene un crecimiento más rápido.

### Hoja de trabajo 5 (p. 49)

- 1) Ambas gráficas son crecientes, tienen dominio  $\mathbb{R}$  y ámbito  $\mathbb{R}^+$ .
- 2) Después de 40 años, es decir luego del año 2034, la fuerza de trabajo alcanzará la población del país y la sobrepasará, situación que no tiene sentido en la situación planteada.
- 3) Es el punto donde toda la población del país es fuerza de trabajo, hasta los recién nacidos, o las personas de edad avanzada, situación ilógica. Esto pasa porque las funciones de crecimiento poblacional se pueden aplicar en un intervalo de tiempo determinado, no por todo el tiempo, por las variables que pueden intervenir.

### Actividad: Condiciones para vivir mejor Hoja de trabajo (p. 53)

- 1) 748 712 pobladores urbanos
  - 2.1) 804 865
  - 2.2) 2 248 006
  - 2.3) 2 016 319
- 3) En 1973 la densidad poblacional era aproximadamente de 453 habitantes por kilómetro cuadrado, en el 2000 era aproximadamente de 1 264 habitantes por kilómetro cuadrado, en el 2005 era aproximadamente de 1 134 habitantes por kilómetro cuadrado.

### Actividad: Dos modos de ver las cosas Hoja de trabajo (p. 58)

	Expresión fraccionaria	Expresión decimal
1.	$\frac{2}{3}$	0,6
2.	$\frac{1}{5}$	0,2
3.	$\frac{37}{100}$	0,37
4.	$\frac{4}{5}$	0,8
5.	$\frac{1}{100}$	0,1

### Actividad: Matemáticas alentadoras para la sociedad costarricense Hoja de trabajo (p. 63)

- 1)  $x =$  asegurados directos 2004  
 $y =$  asegurados directos 2005  
 $y = x + 75187$
- 2)  $x =$  asegurados por cuenta propia 2004  
 $y =$  asegurados por cuenta propia 2005  
 $y - x = 18416$
- 3)  $x =$  cantidad de trabajadores  
 $0.076 \cdot x = 65987$
- 4)  $x =$  Población nacional  
 $\frac{12}{100} \cdot x = 523903$
- 5)  $x =$  Población total del país  
 $x - 4294284 = 31524$

**Actividad: El investigador privado  
Hoja de trabajo (p. 67)**

- 1) 1 095 187 asegurados directos.
- 2) 154 393 para el año 2005 y 135 977 para el año 2004.
- 3) 868 250 trabajadores.
- 4) 143 621 personas no aseguradas.
- 5) 620 577 amas de casa.

**Actividad: Un mosquito muy persistente  
Hoja de trabajo (p. 71)**

- 1) En el año 2001.
- 2) En el año 2005.
- 3) 20 000 casos.
- 4) En los años 1996 y 1998.

**Actividad: Peligro al volante  
Hoja de trabajo (p. 75)**

- 1) San José = 183,1  
Cartago = 48,5
- 2) Alajuela = 120  
Puntarenas = 79  
Limón = 103
- 5) Heredia = 50,5  
Guanacaste = 62
- 6) Heredia
- 8) 2002

**Actividad: Un vistazo al crimen  
y la delincuencia  
Hoja de trabajo (p. 80)**

- 1) Delincuencia.
- 2) Ambas son estrictamente crecientes.
- 3) La criminalidad.
- 4) 120.
- 5) 2.
- 6) La criminalidad aumentó y la delincuencia disminuyó.
- 7) ]1,2[

**Actividad: Asistir o no asistir,  
he ahí el dilema  
Hoja de trabajo (p. 85)**

1)

Variable	Porcentaje	Medida en grados del ángulo central
No puede pagar sus estudios	16,3	58,68
Debe trabajar	12,2	43,92
Problemas de acceso al estudio	6,2	22,32
Le cuesta el estudio	10,5	37,8
No está interesado en el aprendizaje formal	27,6	99,36
Prefiere trabajar	6,1	21,96
Otras razones	21	75,6

**Actividad: La educación un derecho de todos  
Hoja de trabajo (p. 88)**

- 1) La asistencia a la educación formal.
- 2) Porcentajes y edades respectivamente.
- 3) En la urbana.
- 4) 100% de 7 a 12 años.
- 5) 82%.
- 6) 18 - 24 años en la zona rural.
- 7) En la zona rural de 15 a 17 años.

**Actividad: Un colegio exitoso  
Hoja de trabajo (p. 92)**

- 1) El colegio público.
- 2) 90%.
- 3) 80%.
- 4) El colegio privado.
- 5) El colegio científico.
- 6) El colegio subvencionado.
- 7) El colegio público.
- 8) 10%.



**Unidad 3: Oportunidades económicas**  
**Actividad: El valor de la exportación**  
**Hoja de trabajo (p. 100)**

- 1a. 75 003/25
- 1b. 151 059/125
- 1c. 572 619/500
- 1d. 179 163/125
- 3a. 3000,102
- 3b. 1208, 47
- 3c. 1145, 238
- 3d. 1433,304

**Actividad: Participación de nuestros productos en el mercado mundial**  
**Hoja de trabajo (p. 105)**

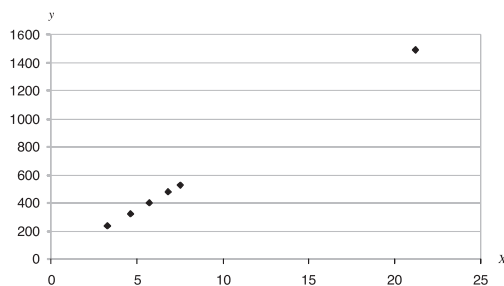
1)

Producto exportado	Preimagen	Imagen
Componentes y partes para circuitos modulares	21,2	1 489,512
Textiles	7,5	526,95
Banano	6,8	477,768
Equipos de infusión y transfusión de sueros	5,7	400,482
Piña	4,6	323,196
Café oro	3,3	231,858

2)  $A = \{3,3; 4,6; 5,7; 6,8; 7,5; 21,2\};$

$B = \{231,858; 323,196; 400,482; 477,768; 526,95; 1 489,512\}$

4)



**Actividad: Trabajar para sobrevivir o... para vivir**  
**Hoja de trabajo (p. 109)**

- 1a)  $x + 123 024 = 1 776 903$
- 1b) La cantidad de empleados en el 2004 es de 1 655 879 personas.
- 2) El aumento es de aproximadamente 123 098 personas. De ellas aproximadamente 62 318 son mujeres.
- 4) Aproximadamente se dan 18 110 nuevos empleados en el sector público. Aproximadamente se dan 84 082 nuevos empleados en el sector privado.

**Actividad: Funciones para ricos y pobres**  
**Hoja de trabajo (p. 114)**

- 1)  $D_f = \{\text{educación y esparcimiento, transporte y comunicaciones, vivienda, agua y electricidad, comidas fuera del hogar, muebles y artículos del hogar, salud, prendas de vestir y calzado, alimentos, tabaco y bebidas, bienes y servicios diversos}\}$

2)

Grupo de gasto	Diferencia %
Educación y esparcimiento	48
Transporte y comunicaciones	-126,1
Vivienda, agua y electricidad	-11,7
Comidas fuera del hogar	8,8
Muebles y artículos del hogar	11,4
Salud	96,4
Prendas de vestir y calzado	-0,5
Alimentos, tabaco y bebidas	-6
Bienes y servicios diversos	36,6

3)  $A_f = \{-0,5; -6; 8,8; 11,4; -11,7; 36,6; 48; 96,4; -126,1\}^1$

- 4) Haga énfasis en los grupos de gasto en los que aumentó más el gasto en la población del quintil 1 que en la del quintil 5, comparado con los grupos en que sucedió lo contrario. Observe el tipo de gasto (prioritario para la sobrevivencia o no).

- 6) El grupo de gasto en el que hubo mayor crecimiento en ambas poblaciones (quintil 1 y quintil 5) fue Educación (278% para los más ricos, 229,6% para los más pobres).

1 En lugar de la coma que separa cada uno de los elementos del ámbito, se está usando el punto y coma únicamente para evitar confusión con la coma decimal de algunos elementos del conjunto.

**Unidad 4: Armonía con la naturaleza**  
**Actividad: Responsabilidad con el ambiente**  
**Hoja de trabajo (p. 121)**

- 1a) 593 192,02 millones de colones.
- 1b) 0,2
- 2a)  $\frac{3320805}{12533906}$
- 2b) 0,27 aproximadamente.
- 3) La fracción mayor es la que representa el presupuesto utilizado en el 2005.

**Actividad: Lo que realmente es nuestro**  
**Hoja de trabajo (p. 125)**

- 1) El territorio destinado a refugios naturales mide aproximadamente 13 286 kilómetros cuadrados.
- 2) El área protegida marina es aproximadamente 97 302,8 kilómetros cuadrados.
- 3) El territorio nacional que está bajo alguna forma de protección mide aproximadamente 144 662,6 kilómetros cuadrados.
- 4)  $\frac{13}{50}$

**Actividad: La protección del bosque costarricense, un enfoque matemático para secundaria**  
**Hoja de trabajo (p. 130)**

- 1) Año 2000 : 248 700 ha.  
Año 2001 : 294 200 ha.  
Año 2003 : 385 200 ha.
- 2) Año 2008 : 612 800 ha.  
Año 2010 : 703 900 ha.
- 3) Año 2000 : 213 300 ha.  
Año 2001 : 253 500 ha.  
Año 2003 : 334 000 ha.
- 4) Año 2008 : 535 300 ha.  
Año 2010 : 615 800 ha.

**Actividad: ¿Qué hacemos con el ambiente?**  
**Hoja de trabajo (p. 136)**

- 1)  $\frac{13}{100}$  representa otros esfuerzos personales a favor del ambiente.
- 2) Tuvieron mayor participación ciudadana las acciones a favor de la protección y vigilancia de áreas protegidas. Tuvieron menor participación ciudadana las acciones de reciclaje de desechos.

- 4)  $\frac{11}{100}$  personas entrevistadas participaron en programas escolares y educativos con niños y jóvenes, y no realizaron acciones de reciclaje de desechos.
- 5)  $\frac{77}{100}$  de los entrevistados NO ha realizado acciones a favor de la protección y vigilancia de áreas protegidas, lo que significa un 77% de los entrevistados.
- 6) 3 201 094 costarricenses NO participaron en acciones de reforestación, NI de de reciclaje de desechos.

**Actividad: El cambio en el uso de la tierra desde el punto de vista de la estadística descriptiva**  
**Hoja de trabajo (p. 141)**

- 1) Las construcciones deben ser revisadas por el profesor.
- 2a) Café.
- 2b) Piña.
- 2c) Frijol.
- 2d) Café, piña, frijol y melón.
- 3) Las construcciones deben ser revisadas por el profesor.
- 4a) Caña.
- 4b) Palma africana.
- 4c) Maíz.
- 4d) Libre.
- 4e) Palma, caña de azúcar y maíz.

**Actividad: Una visión estadística del consumo de hidrocarburos**  
**Hoja de trabajo 1 (p. 148)**

Para los puntos 1) y 2) el profesor debe revisar las construcciones.

Las demás preguntas son generadoras de discusión con los estudiantes, ubicándolos en el contexto de la realidad nacional.

**Hoja de trabajo 2 (p. 149)**

Todos los datos son en unidad por cada 1000 habitantes.

- 1a) 2.2 buses, 2.4 taxis y 100 automóviles.
- 1b) 3.1 buses, 2.2 taxis y 160 automóviles.

- 2a) 2003.
- 2b) 1998; 1999.
- 2c) 2004.
- 2d) Libre para discusión.

**Actividad: Las ecuaciones nos demuestran que debemos cambiar nuestras fuentes de energía**  
**Hoja de trabajo 1 (p. 154)**

- 1a) 1991.
- 1b) 1995.
- 1c) 2002.
- 2) En 1988 se consumía 48 809. Según la ecuación en 1983 el consumo sería 0, se debe discutir por qué no concuerda con la realidad.
- 3) 2010 y 2014.

**Hoja de trabajo 2 (pp. 156)**

Recuerde que para despejar se debe redondear el resultado y se toma el 1 como 1990.

- 1) 1990 y 1992.
- 2) 2014.
- 3) 1986.
- 4) Libre.

**Actividad: Análisis de la calidad del aire vista como una función**  
**Hoja de trabajo (p. 161)**

- 1a)  $D_f = \{x \in \mathbb{Z} t.q. 1997 \leq x \leq 2002\}$
- 1b) Representa el intervalo de 6 años de estudio de este fenómeno.
- 1c)  $y = 50$
- 1d) De 1999 al 2001.
- 1e) 1998 – 1999 y 2000 – 2001.
- 2a)  $D_f = \{x \in \mathbb{Z} t.q. 1993 \leq x \leq 2003\}$
- 2b)  $[35, 65]$ , representa una cantidad de partículas que varía en el tiempo estudiado entre  $35 \mu\text{g}/\text{m}^3$  y  $65 \mu\text{g}/\text{m}^3$ .
- 2c)  $y = 40$
- 2d) Únicamente en el 2002.
- 2e) 1996 – 1998 y 2002 – 2003; es negativo para el medio ambiente.
- 2f) Libre.

**Actividad: ¿Aire puro?**  
**Hoja de trabajo (p. 167)**

- 2)  $4x - 614 = 12\ 050$ , entonces los taxis emitieron 3166 toneladas de CO.
- 3)  $\frac{y + 4802}{3} = 12050$ , entonces los vehículos particulares emitieron toneladas de CO.
- 4)  $x - \frac{47}{50}x = 42178$ , entonces en el 2003 se emitieron 46 564 toneladas de CO.

**Actividad: La producción de residuos sólidos visto como una función lineal**  
**Hoja de trabajo (p. 171)**

- 1)  $y = 22.5x + 527.5$
- 2)  $y = 20.44x + 631.25$
- 3) Coinciden en los años 1986, 1991, 1996, 1999, 2002 y 2004.
- 4) 1121.81 gr/persona/día. Aproximadamente en el 2025.
- 5) Libres.

**Actividad: La basura... ¿sirve?**  
**Hoja de trabajo (p. 177)**

- 1) La Carpio: 420 toneladas; Los Mangos: 450 toneladas; Río Azul: 435 toneladas; Los Pinos: 69 toneladas.
- 2) Los residuos sólidos que NO corresponden a material biodegradable se representa con la fracción  $\frac{2}{5}$ .
- 3) La Carpio: 280 toneladas; Los Mangos: 300 toneladas; Río Azul: 290 toneladas; Los Pinos: 46 toneladas.
- 4) La fracción es  $\frac{2}{5}$  para todos los rellenos.
- 5) La Carpio: 587,65 millones de colones; Los Mangos: 801,76 millones de colones; Río Azul: 586,94 millones de colones; Los Pinos: 92,35 millones de colones.

**Actividad: La basura tiene un valor, calculémoslo**  
**Hoja de trabajo (p. 182)**

- 1a) 5 491 500 colones.
- 1b) 4 020 125 colones.
- 1c) 632 500 colones.

- 1d) En el Relleno Los Mangos, los estudiantes pueden hacer hipótesis sobre los costos de tratamiento, transporte, etc
- 1e) Libre
- 2a)  $G_L = 28\ 175\ 000$
- 2b)  $G_M = 38\ 440\ 500$
- 2b)  $G_A = 28\ 140\ 875$
- 2d)  $G_R = ?$
- 2e)  $G_L = 120\ 750\ 000$
- 2f)  $G_M = 164\ 745\ 000$
- 2g)  $G_A = 120\ 603\ 750$
- 2h)  $G_R = 18\ 975\ 000$
- 3a)  $G_L = 1\ 469\ 125\ 000$
- 3b)  $G_M = 2\ 004\ 397\ 500$
- 3c)  $G_A = 1\ 467\ 345\ 625$
- 3d)  $G_R = 230\ 862\ 500$
- 3e) Los resultados deben coincidir en las cifras correspondientes a millones de colones.
- 3f) El costo anual total de la disposición de la basura en los rellenos estudiados es de 5 171 730 625 colones.
- 4) Las actividades son libres para intercambiar opiniones.

**Actividad: La basura no es barata**  
**Hoja de trabajo (p. 187)**

- 1b) 6 personas.
- 1c) El costo real en dólares del servicio de recolección, transporte y disposición adecuada de todos los residuos sólidos.
- 1d) La cantidad de personas.
- 1e) El dominio de la función es  $\{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$
- 1f) El ámbito de esta función es  $\{0, 15, 30, 45, 60, 75, \dots\}$
- 1g) Es creciente.
- 1h) Sí, es biyectiva.

**Unidad 5: Fortalecimiento de la democracia**

**Actividad: Los gráficos, amos de la información organizada**  
**Hoja de trabajo (p. 194)**

En este ejercicio las respuestas dependen del indicador que se decida analizar.

La decisión del fortalecimiento o no de la política democrática va a depender de la mayor o menor participación de la población en la toma de decisiones y la capacidad de respuesta de las instituciones. Un análisis similar deberá hacerse con las otras preguntas que se plantean.

Los gráficos elaborados deben ser revisados por el docente.

**Actividad: Los números enteros: reflejo de una realidad**  
**Hoja de trabajo (p. 201)**

- 1) 192 juntas en el 2002 y 317 juntas en el 2006.
- 2) 297 juntas en el 2002 y 260 juntas en el 2006.
- 3) Sí es normal. Parte de la causa es la falta de capacitación de los miembros de mesa, pero estas diferencias deben minimizarse.
- 4) Se incrementó el porcentaje de juntas en las que hubo errores de conteo de votos: 7,3% en el 2002 y 9,36% en el 2006
- 7) En el 2002 hubo 192 juntas con discrepancias negativas y 297 con discrepancias positivas, pero debe considerarse que hubo faltantes de hasta 19 votos y sobrantes de hasta 9 votos.  
 En el 2006 hubo 317 juntas con discrepancias negativas y 260 con discrepancias positivas, pero debe considerarse que hubo faltantes de hasta 200 votos y sobrantes de hasta 200 votos.

**Actividad: Política, género y ecuaciones**  
**Hoja de trabajo (pp. 206)**

- 1) Una ecuación podría ser:  $30,8x = 4 \cdot 69,2$ , entonces  $x = 9$   
 Participaron 9 mujeres
- 2) Una ecuación podría ser:  $1167y = 100 \cdot 573$ , entonces  $y = 49,1$

El 49,1% del total de participantes eran hombres

3) Mujeres:  $100x = 51,2 \cdot 10\,789$ , entonces  $x = 5524$

Hombres:  $100y = 48,8 \cdot 10\,789$ , entonces  $x = 5265$

Participaron 5524 mujeres y 5265 hombres.

**Actividad: Política, género y estadística**  
**Hoja de trabajo (p. 211)**

1)

Candidaturas hombres	
6	
4	
3	
33	
33	
11	
4	
4	
35	
35	
35	
36	
37	
7	
3	
38	
14	
40	
40	
40	
41	
41	
5	
5	
5	
14	
4	

2)

Mujeres	Hombres
3	3
3	3
4	4
4	4
4	4
4	4
5	5
5	5
7	5

10	6
11	7
12	11
14	14
18	14
34	33
34	33
35	35
35	35
35	35
37	36
38	37
38	38
38	40
40	40
40	40
42	41
42	41

3) Mujeres: Mediana: 19

Moda: 4

Media aritmética: 21,93

Hombres: Mediana: 14

Moda: 4

Media aritmética: 21,22

4) En el caso de las mujeres, la mitad de los partidos políticos tuvo menos de 19 candidatas y la mitad de los partidos políticos tuvo más de 19 candidatas a la Asamblea Legislativa. En el caso de los hombres, la mitad de los partidos políticos tuvo menos de 14 candidatos y la mitad de los partidos políticos tuvo más de 14 candidatos a la Asamblea Legislativa.

5) La moda de los datos, tanto de mujeres como de hombres, es la misma, lo cual quiere decir que en ambos casos 4 representa el número de candidatos o candidatas a la Asamblea Legislativa que más partidos políticos tuvieron.

6) En promedio hay más mujeres que hombres que participaron como candidatos a la Asamblea Legislativa, aunque la diferencia es mínima.

7) Mujeres: Provincial: 7,43

Nacional: 37,54

Hombres: Provincial: 6,36

Nacional: 37,23

Comentar sobre la participación por género tanto a nivel provincial como nacional.

**Actividad: ¡Qué valor tiene la volatilidad!**  
**Hoja de trabajo (p. 217)**

1) y 2)

Votos por partido para Presidencia y Vicepresidencias de la República					
Partido político	Año 2002 <sup>2</sup>		Año 2006		Diferencias
	Resultado electoral		Resultado electoral		
	Votos válidos	Porcentaje	Votos válidos	Porcentaje	
Independiente Obrero	801	0,05		0	0,05
Movimiento Libertario	25 815	1,69	137 710	8,48	6,79
Rescate Nacional	905	0,06	2430	0,15	0,09
Renovación Costarricense	16 404	1,07	15 539	0,96	0,11
Cambio 2000	3970	0,26		0	0,26
Alianza Nacional Cristiana	1271	0,08		0	0,08
Integración Nacional	6235	0,41	5136	0,32	0,09
Unidad Social Cristiana (Pusc)	590 277	38,58	57 655	3,55	35,03
Acción Ciudadana (Pac)	400 681	26,19	646 382	39,80	13,61
Patriótico Nacional	1680	0,11		0	0,11
Fuerza Democrática	4121	0,27	3020	0,19	0,08
Unión General	2655	0,17		0	0,17
Liberación Nacional (Pln)	475 030	31,05	664 551	40,92	9,87
Unión Para El Cambio		0	39 557	2,44	2,44
Unión Nacional		0	26 593	1,64	1,64
Patria Primero		0	17 594	1,08	1,08
Alianza Democrática Nacionalista		0	3670	0,23	0,23
Coalición Izquierda Unida		0	2291	0,14	0,14
Unión Patriótica		0	1864	0,12	0,12
<b>Total Votos Válidos</b>	<b>1 529 845</b>	<b>100%</b>	<b>1 623 992</b>	<b>100%</b>	

3)  $V = \frac{\text{suma } |x_2 - x_1|}{2} = \frac{71,99}{2} = 36$

4) Fue bastante volátil, aunque ha habido elecciones en las que el sistema fue aun más volátil.

5) Hubo debilitamiento porque la volatilidad aumentó.

1c) No necesariamente, eso depende de los partidos políticos.

2a) En el periodo 1990- 1994.

2b) En el periodo 1974-1978.

2c) No necesariamente, eso depende de los partidos políticos.

3) Aunque el comportamiento es similar, observe la gran diferencia entre 1958 y 1966.

**Actividad: ¡Interpretemos la volatilidad y hablemos con la verdad!**  
**Hoja de trabajo (p. 223)**

1a) En el período 1994- 1998.

1b) En el período 1974-1978.

<sup>2</sup> Los datos consignados para el año 2002 corresponden a los resultados obtenidos en la primera ronda electoral, realizada en febrero de ese año.

4) Según la volatilidad presidencial, hubo debilitamiento. La volatilidad legislativa, aunque disminuyó, no lo hizo en forma significativa, sino que se mantiene bastante alta. Por ello podría decirse que hubo debilitamiento de los partidos políticos.

**Actividad: Las funciones contributivas en los partidos políticos**  
**Hoja de trabajo (p. 229)**

1)

Partido político	Porcentaje de contribuciones privadas
Liberación Nacional	66,16
Acción Ciudadana	6,41
Movimiento Libertario	12,28
Unidad Social Cristiana	2,06
Unión para el Cambio	0,33
Unión Nacional	7,84
Patria Primero	0,46
Renovación Costarricense	0
Integración Nacional	4,1
Alianza Democrática Nacionalista	0
Fuerza Democrática	0,36
Rescate Nacional	0
Coalición Izquierda Unida	0
Unión Patriótica	0
Total	100%

2) Sí, corresponde a una función, porque todos los partidos políticos tienen un porcentaje asignado, si suponemos que los que tienen 0% no recibieron contribuciones privadas.

5) Sí corresponde a una función, porque todos los partidos políticos que aparecen en el gráfico tienen un porcentaje de contribución estatal asignado.

6) El dominio de f es el conjunto de todos los partidos políticos que aparecen en el cuadro anterior, su codominio podría ser el conjunto de los números racionales positivos (aunque podría mencionar otro) y su ámbito es el conjunto de los números que aparecen en la columna derecha (porcentajes asignados a cada partido).

7) El dominio de g es el conjunto de todos los partidos políticos que aparecen en el gráfico, su codominio podría ser el conjunto de los números racionales positivos (aunque podría mencionar otro) y su ámbito es el conjunto de los porcentajes asignados a cada partido.

8)

Partido político	Promedio contribuciones
Liberación Nacional	54,08
Acción Ciudadana	20,95
Movimiento Libertario	10,64
Unidad Social Cristiana	4,03
Unión para el cambio	0,165
Unión Nacional	5,12
Patria Primero	0,23
Renovación Costarricense	0,85
Integración Nacional	2,05
Alianza Democrática Nacionalista	0
Fuerza Democrática	0,18
Rescate Nacional	0
Coalición Izquierda Unida	0
Unión Patriótica	0
Restauración Nacional	0,75
Accesibilidad sin Exclusión	0,5
Frente Amplio	0,25
Unión Agrícola Cartaginés	0,15
Guanacaste Independiente	0,1
Total	100%

Observación: los porcentajes asignados en contribución estatal se han aproximado según se observa en el gráfico.

9) Sí, corresponde a una función, porque todos los partidos políticos tienen un porcentaje de contribución asignado, si suponemos que los que tienen 0% no recibieron contribuciones ni privadas ni estatal (analice esta posibilidad).

10) El dominio de h es el conjunto de todos los partidos políticos que aparecen en el cuadro anterior; su codominio podría ser el conjunto de los números racionales positivos (aunque podría mencionar otro) y su ámbito es el conjunto de los números que aparecen en la columna derecha (promedio de porcentajes asignados a cada partido).

# Bibliografía

## **DESARROLLO HUMANO SOSTENIBLE**

PNUD. 1994. Informe Mundial sobre Desarrollo Humano. New York, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo.

\_\_\_\_\_. 1998. Informe Mundial sobre Desarrollo Humano. New York, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo.

\_\_\_\_\_. 1999. Informe Mundial sobre Desarrollo Humano. New York, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo.

\_\_\_\_\_. 2000. Informe Mundial sobre Desarrollo Humano. New York, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo.

\_\_\_\_\_. 2000. Informe sobre Desarrollo Humano-Nicaragua. Managua, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo.

\_\_\_\_\_. 2001. Informe Mundial sobre Desarrollo Humano. New York, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo.

\_\_\_\_\_. 2002. Informe Mundial sobre Desarrollo Humano. New York, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo.

\_\_\_\_\_. 2003. Informe Mundial sobre Desarrollo Humano. New York, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo.

\_\_\_\_\_. 2004. Informe Mundial sobre Desarrollo Humano. New York, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo.

\_\_\_\_\_. 2005. Informe Mundial sobre Desarrollo Humano. New York, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo.

Programa Estado de la Nación. 2006. Duodécimo Informe Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible. San José, Programa Estado de la Nación.

Proyecto Estado de la Nación. 1995. Primer Informe Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible. San José, Proyecto Estado de la Nación.

## **EQUIDAD E INTEGRACIÓN SOCIAL**

CCSS. 2006a. Informe final de los compromisos de gestión 2005. San José, Dirección de Compra de Servicios de Salud, Caja Costarricense de Seguro Social.



- \_\_\_\_\_. 2006b. Memoria Institucional 2005. San José, Caja Costarricense de Seguro Social.
- Goodman, A. y Hirsch, L. 1996. Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica. México, Prentice Hall Hispanoamericana.
- INEC. 2000. IX Censo de Población y Quinto de Vivienda. San José, Instituto Nacional de Estadística y Censos.
- \_\_\_\_\_. 2004. Encuesta de Hogares de Propósitos Múltiples: módulos de vivienda: 2000-2003. San José, Instituto Nacional de Estadística y Censos.
- \_\_\_\_\_. 2006. Estadísticas sobre construcción, en <http://www.inec.go.cr>.
- Mason, A. 2003. "Population change and economic development: what have we learned from the East Asia experience?", en Applied Population and Policy, vol. 1, n° 1. New Zealand.
- Minsa. 2006. Memoria Institucional 2002-2006. San José, Ministerio de Salud.
- Mivah et al. 2006. Informe GEO Gran Área Metropolitana del Valle Central de San José. San José, Ministerio de Vivienda y Asentamientos Humanos, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo, Programa de Planificación Regional y Urbana de la Gran Área Metropolitana, Observatorio del Desarrollo-UCR.
- PNUD. 2006. Venciendo el temor. (In) seguridad ciudadana y desarrollo humano en Costa Rica. San José, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo.
- Programa Estado de la Nación. 2003. Noveno Informe Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible. San José, Programa Estado de la Nación.
- \_\_\_\_\_. 2004. Décimo Informe Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible. San José, Programa Estado de la Nación.
- \_\_\_\_\_. 2005. Undécimo Informe Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible. San José, Programa Estado de la Nación.
- \_\_\_\_\_. 2006. Duodécimo Informe Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible. San José, Programa Estado de la Nación.
- Programa Estado de la Nación y Conare. 2005. Primer Informe Estado de la Educación Costarricense. San José, Programa Estado de la Nación y Consejo Nacional de Rectores.
- Proyecto Estado de la Nación. 1999. Quinto Informe Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible. San José, Programa Estado de la Nación.
- Pujol, R. 2003. "Crecimiento económico y demográfico de la región metropolitana de San José, Costa Rica", en Pérez y Pujol (eds.). Desafíos de los centros de las ciudades

mesoamericanas: los casos de tres metrópolis. Puebla, México, Grupo Universitario de Montreal, Flacso y Universidad de Puebla.

- Rigau-Pérez, J. y Clark, G. 2005. "Cómo responder a una epidemia de dengue: visión global y experiencia en Puerto Rico", en Revista Panamericana de Salud Pública, Volumen 17 (4), en [http://journal.paho.org/?a\\_ID=211&catID=](http://journal.paho.org/?a_ID=211&catID=).
- Robles, A. 2004. Bono demográfico. Ponencia preparada para el Décimo Informe Estado de la Nación. San José, Programa Estado de la Nación.
- Rodríguez, A. 2006. La cobertura de los seguros de salud y de invalidez, vejez y muerte. San José, CCSS.
- Rosero, L. 1996. "The decline in adult mortality in Costa Rica", en Adult Mortality in Latin America. Oxford, Oxford University Press.
- Unimer RI. 2006. Estudio cualitativo sobre la calidad de la educación secundaria. Ponencia preparada para el Duodécimo Informe Estado de la Nación. San José, Programa Estado de la Nación.
- Vargas, J. C. 2004. Migración internacional en Costa Rica, características y tendencias en el período 1990-2003. San José, Centro Centroamericano de Población, Universidad de Costa Rica y Programa Estado de la Nación.

#### **OPORTUNIDADES ECONÓMICAS**

- Aseprola. 2006. "The pineapple paradox", en [http://: www.aseprola.org](http://www.aseprola.org).
- Bach, O. 2006. Expansión de la piña: preocupan impactos ambientales. Contribución realizada para el Duodécimo Informe Estado de la Nación. San José, Rain Forest Alliance.
- CGR. 2003. Memoria Institucional 2002. San José, Contraloría General de la República.
- FAO. 2006. Key statistics of food and agriculture external trade (Pineapple 2004), en [www.fao.org](http://www.fao.org)
- INEC. Varios años. Encuesta de Hogares de Propósitos Múltiples. San José, Instituto Nacional de Estadística y Censos.
- \_\_\_\_\_. 2006. Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares 2004. Principales resultados. San José, Instituto Nacional de Estadística y Censos.
- Procomer. 2006. Costa Rica: estadísticas de exportación 2005. San José, Promotora del Comercio Exterior de Costa Rica.
- Programa Estado de la Nación. 2006. Duodécimo Informe Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible. San José, Programa Estado de la Nación.

Sauma, P. 2006. Pobreza, desigualdad en los ingresos y empleo. Ponencia preparada para el Duodécimo Informe Estado de la Nación. San José, Programa Estado de la Nación.

Sepssa. 2006a. Costa Rica. Área sembrada de las principales actividades agrícolas, en hectáreas, 1999-2005, con base en información de las instituciones del sector y de los gerentes de programas nacionales. San José, Secretaría Ejecutiva de Planificación del Sector Agropecuario, MAG.

\_\_\_\_\_. 2006b. Costa Rica. Producción de las principales actividades agropecuarias, en toneladas métricas, 1999-2005, con base en información de las instituciones del sector y de los gerentes de programas nacionales. San José, Secretaría Ejecutiva de Planificación del Sector Agropecuario, MAG.

### **ARMONÍA CON LA NATURALEZA**

Alfaro, M. 1999. Informe técnico sobre calidad del aire en Costa Rica. San José, Convenio Universidad Nacional y SwissContact.

Aseprola. 2006. "The pineapple paradox", en [http://: www.aseprola.org](http://www.aseprola.org).

Bach, O. 2006. Expansión de la piña: preocupan impactos ambientales. Contribución realizada para el Duodécimo Informe Estado de la Nación. San José, Rain Forest Alliance.

BCCR. 2006. Balanza de pagos del 2005. San José, Banco Central de Costa Rica.

Blanco, J. 2003. Generación de energía, producción más limpia y servicios ambientales, el caso del proyecto hidroeléctrico Don Pedro. Estudio de caso elaborado para la Feria de Soluciones Ambientales. San José, Programa Naciones Unidas para el Desarrollo.

Blanco, J. y Quirós, K. 2006. Panorama energético nacional 2005. Ponencia preparada para el Duodécimo Informe Estado de la Nación. San José, Programa Estado de la Nación.

CGR. 2003. Memoria Institucional 2002. San José, Contraloría General de la República.

Chaves, S. 2006. Los diez años de la Ley Orgánica del Ambiente: logros y perspectivas. Ponencia preparada para el Duodécimo Informe Estado de la Nación. San José, Programa Estado de la Nación.

DSE. 2003a. Memoria estadística del sector energía de Costa Rica 2001-2002. San José, Dirección Sectorial de Energía, Minae.

\_\_\_\_\_. 2003b. "Balance Energético Nacional 2001", en Revista de Energía, n° 39. San José, Dirección Sectorial de Energía, Minae.

- \_\_\_\_\_. 2005. Fijación de precios al consumidor. San José, Dirección Sectorial de Energía, Minae.
- FAO. 2006. Key statistics of food and agriculture external trade (Pineapple 2004), en [www.fao.org](http://www.fao.org)
- Fonafifo. 2005. Área contratada de PSA por modalidad, 2004. San José, Fondo Nacional de Financiamiento Forestal, Minae.
- Herrera, J. y Rodríguez, S. 2002. Informe de monitoreo de la calidad del aire, agosto-diciembre 2002. Programa de Estudios de Calidad del Aire, UNA.
- \_\_\_\_\_. 2004. Estado de la calidad del aire: el balance de una década (1993-2003). Ponencia preparada para el Décimo Informe Estado de la Nación. San José, Programa Estado de la Nación.
- Herz, H. et al. 2005. El impacto ambiental de la revisión técnica vehicular: su aporte en el control de emisiones vehiculares contaminantes. San José, GTZ, MOPT y UNA.
- IFAM et al. 2003. Evaluación nacional de servicios de manejo de residuos sólidos, Costa Rica. San José, IFAM, Minsa, OPS/OMS, Minae, MSJ y Repamar.
- MAG. 2005. Censo Regional de Frutas y Raíces Tropicales. Ciudad Quesada, Dirección Regional de la Región Huetar Norte, Ministerio de Agricultura y Ganadería.
- Minae. 2003. Cuarto Plan Nacional de Energía 2002-2016. San José, Ministerio de Ambiente y Energía.
- Mora, S. 2006. Acciones colectivas en Costa Rica 2005. Ponencia preparada para el Duodécimo Informe Estado de la Nación. San José, Programa Estado de la Nación.
- Mora, S. et al. 2004. Acciones colectivas en Costa Rica 2000-2003. Ponencia preparada para el Décimo Informe Estado de la Nación. San José, Programa Estado de la Nación.
- \_\_\_\_\_. 2005. Acciones colectivas en Costa Rica 2004. Ponencia preparada para el Undécimo Informe Estado de la Nación. San José, Programa Estado de la Nación.
- MSJ. 2005. Memoria Estadística 2004. San José, Municipalidad de San José.
- ONF. 2005. Demanda de madera de plantaciones forestales 2004. San José, Oficina Nacional Forestal.
- Programa Estado de la Nación. 2004 Décimo Informe Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible. San José, Programa Estado de la Nación.
- \_\_\_\_\_. 2005. Undécimo Informe Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible. San José, Programa Estado de la Nación.

- \_\_\_\_\_. 2006. Duodécimo Informe Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible. San José, Programa Estado de la Nación.
- Recope. 2006. RECOPE Informativo N° 8, mayo. San José, Refinadora Costarricense de Petróleo
- Rojas, O. 2006. Situación de la calidad del aire en Costa Rica, 2005. Ponencia preparada para el Duodécimo Informe Estado de la Nación. San José, Programa Estado de la Nación.
- Sepssa. 2006a. Costa Rica. Área sembrada de las principales actividades agrícolas, en hectáreas, 1999-2005, con base en información de las instituciones del sector y de los gerentes de programas nacionales. San José, Secretaría Ejecutiva de Planificación del Sector Agropecuario, MAG.
- \_\_\_\_\_. 2006b. Costa Rica. Producción de las principales actividades agropecuarias, en toneladas métricas, 1999-2005. Con base en información de las instituciones del sector y de los gerentes de programas nacionales. San José, Secretaría Ejecutiva de Planificación del Sector Agropecuario, MAG.
- Sinac-Minae. 2006a. Sistema de evaluación de mejoramiento continuo de la calidad. Informe Nacional 2005. San José, Sistema Nacional de Áreas de Conservación, Ministerio de Ambiente y Energía.
- \_\_\_\_\_. 2006b. El sistema de áreas silvestres protegidas de Costa Rica. Informe Nacional para el II Congreso Mesoamericano de Áreas Protegidas, Panamá, 24 a 28 de abril de 2006. San José, Gerencia de Áreas Protegidas, Sistema Nacional de Áreas de Conservación, Ministerio de Ambiente y Energía.
- Soto, S. 2005. Situación de los desechos sólidos en Costa Rica. Ponencia preparada para el Undécimo Informe Estado de la Nación. San José, Programa Estado de la Nación.
- \_\_\_\_\_. 2006. Situación actual de la gestión de los residuos sólidos en Costa Rica. Ponencia preparada para el Duodécimo Informe Estado de la Nación. San José, Programa Estado de la Nación.
- TNC. 2006. Resultados de la encuesta "Opinión de los costarricenses acerca del tema ambiental: valoración de la gestión actual y expectativas para el próximo gobierno". San José, The Nature Conservancy.
- TUVA, 2002. Electrificación solar como incentivo para el manejo del bosque natural en el territorio indígena Ngöbe, en Osa. San José, Fundación Tierras Unidas Vecinales por el Ambiente

#### **ENTREVISTAS:**

- Cajiao, M. V. 2006. Fundación Marviva.

- Lozano, X. 2005. Oficina Ambiental, Municipalidad de Naranjo.
- Quesada, B. 2006. Oficina de Prensa, Recope.
- Quijada, O. 2005. Comisión Ambiental, Municipalidad de Esparza.
- Rodríguez, E. 2005. Contralor Ambiental, Municipalidad de Escazú.
- Sánchez, O. 2005. Fondo Nacional de Financiamiento Forestal, MINAE.
- Zumbado, L. 2006. IFAM

#### **FORTALECIMIENTO DE LA DEMOCRACIA**

- Alfaro, R. 2006. Elecciones nacionales 2006 en Costa Rica y la recomposición del sistema de partidos políticos. Ponencia preparada para el Duodécimo Informe Estado de la Nación. San José, Programa Estado de la Nación.
- Dahl, R. 1971. Polyarchy. New Haven, Yale University Press.
- González, E. 2006. Mecanismos de control, rendición de cuentas y financiamiento de partidos políticos. Ponencia preparada para el Duodécimo Informe Estado de la Nación. San José, Programa Estado de la Nación.
- Hernández, O. y Garro, F. 2006. Inconsistencias en el conteo de votos recibidos para presidente y diputados en la elección nacional del 5 de febrero de 2006 en Costa Rica. San José, Escuela de Estadística, UCR.
- O`Donnell, G. 2004. "Democracy, human rights, human development", en O`Donnell et al. (eds.). The quality of democracy: theory and applications. Notre Dame, University Press.
- Programa Estado de la Nación. 2004 Décimo Informe Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible. San José, Programa Estado de la Nación.
- \_\_\_\_\_. 2006. Duodécimo Informe Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible. San José, Programa Estado de la Nación.
- Ramírez, O. 2004. "Visión cuantitativa de la representación femenina en la Asamblea Legislativa", en Revista Parlamentaria, volumen 2, n° 1. San José, Asamblea Legislativa.