



**ESTADO  
DE LA EDUCACIÓN**

---

**Informe Estado de la Educación 2025**

---

## **Investigación**

---

Desarrollo de habilidades  
fundamentales en matemáticas:  
Resultados PISA, programas de  
estudio vigentes y evaluaciones  
nacionales

**Investigadores:**

Marianela Zumbado-Castro, UNED  
Ricardo Poveda Vásquez, UNED  
Luis Armando Hernández Solís, UNED  
Alejandra Sánchez-Ávila, UNED  
Luis Fernando Ramírez Oviedo, UNED

San José | 2025



370  
D441d    Desarrollo de habilidades fundamentales en matemáticas : resultados PISA, programas de estudio vigentes y evaluaciones nacionales / Marianela Zumbado-Castro...[et al.]. -- San José, C.R. : CONARE - PEN, 2025.  
1 recurso en línea (130 páginas): archivos de texto PDF, 2250 KB

ISBN 978-9930-636-94-7  
Investigación para el Informe Estado de Educación 2025

1. MATEMÁTICAS. 2. EDUCACIÓN PRIMARIA. 3. APTITUD MATEMÁTICA. 4. PRUEBAS ESTANDARIZADAS. 5. PRUEBAS PISA. 6. COSTA RICA. I. Zumbado-Castro, Marianela. II. Poveda Vásquez, Ricardo. III. Hernández Solís, Luis Armando. IV. Sánchez-Ávila, Alejandra. V. Ramírez Oviedo, Luis Fernando. VI. Título.



**Marianela Zumbado-Castro.** <https://orcid.org/0000-0002-5774-1884>

**Ricardo Poveda Vásquez.** <https://orcid.org/0000-0001-5052-0117>

**Luis Armando Hernández Solís.** <https://orcid.org/0000-0003-2956-8102>

**Alejandra Sánchez-Ávila.** <https://orcid.org/0000-0001-7987-1375>

**Luis Fernando Ramírez Oviedo.** <https://orcid.org/0000-0002-5557-7136>

Esta obra se comparte bajo la licencia  
**Reconocimiento – No Comercial – Compartir Igual**  
**(CC-BY-NC-SA)**

Permite usar una obra para crear otra obra o contenido,  
modificando o no la obra original, siempre que se cite al autor,  
la obra resultante se comparta bajo el mismo tipo de licencia y  
no tenga fines comerciales



## **Contenido**

Descargo de responsabilidad .....	5
Introducción.....	6
Objetivo general .....	6
Objetivos específicos .....	7
Marco metodológico .....	8
Diseño de investigación .....	8
Muestra .....	9
Instrumentos para la recolección de información .....	9
Tratamiento de los datos .....	10
Análisis de los programas de estudio en el marco de las Pruebas PISA.....	15
12 años después, los programas de Matemáticas costarricenses son consistentes con los estándares internacionales .....	15
Elementos curriculares de los programas de estudio asociados con PISA .....	16
Habilidades específicas fundamentales como herramienta de análisis de pruebas masivas ...	24
El desarrollo de las habilidades específicas fundamentales (HEF) es clave para afrontar con éxito las pruebas PISA.....	24
Escasa evidencia de la evaluación de las HEF en la prueba nacional estandarizada de sexto año 2023 .....	58
Escasa evidencia de la evaluación de las HEF en las pruebas comprensivas 2024.....	70
Análisis de resultados cuantitativos.....	79
Programas oficiales de Matemáticas y la prueba nacional estandarizada 2023 .....	79
Programas oficiales de Matemáticas .....	79
Habilidades Específicas Fundamentales (HEF) .....	81

Análisis de resultados cualitativos .....	87
Categoría 1. Acciones didácticas para la Enseñanza de la Estadística .....	87
Categoría 2. Acciones didácticas para la Enseñanza de las Relaciones y Álgebra .....	89
Categoría 3. Elementos de la Resolución de Problemas .....	93
Categoría 4. Actividades relacionadas con el contexto .....	93
Categoría 5. Uso de herramientas digitales en el aula.....	94
Datos emergentes.....	95
Conclusiones de los datos cuantitativos .....	95
Programas oficiales de Matemáticas y la prueba estandarizada 2023.....	95
Habilidades Específicas Fundamentales (HEF) .....	98
Conclusiones de los datos cualitativos .....	100
Categoría 1. Acciones didácticas para la Enseñanza de la Estadística .....	100
Categoría 2. Acciones didácticas para la Enseñanza de las Relaciones y Álgebra .....	100
Categoría 3. Elementos de la Resolución de Problemas .....	100
Categoría 4. Actividades relacionadas con el contexto .....	100
Categoría 5. Uso de herramientas digitales en el aula.....	101
Datos emergentes.....	101
Conclusiones generales de la investigación (Integración de datos) .....	101
Mirada al 2030: ¿qué hacer en el próximo quinquenio?.....	102
Recomendaciones.....	103
Sobre la frontera de información.....	104
Referencias .....	107
Anexos.....	109

## **Descargo de responsabilidad**

Esta investigación se realizó para el *Décimo Informe Estado de la Educación (2025)*. El contenido es responsabilidad exclusiva de su autor, y las cifras pueden no coincidir con las consignadas en el capítulo respectivo, debido a revisiones posteriores. En caso de encontrarse diferencia entre ambas fuentes, prevalecen las publicadas en el Informe.

## **Acerca del equipo de investigación**

**Mariana Zumbado-Castro.** Doctora en Educación, Magíster en Docencia y Licenciada en Enseñanza de la Matemática. Profesora en la Cátedra Didáctica de la Matemática en la Universidad Estatal a Distancia (UNED), donde ha realizado actividades de docencia, investigación y extensión. Durante el periodo 2012-2022 fue miembro del Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica, adscrito al Ministerio de Educación Pública (MEP) con aportes en elaboración de materiales didácticos y procesos de formación docente. Autora de diversas publicaciones académicas sobre Educación Matemática.

**Ricardo Poveda Vásquez.** Máster en Didáctica de la Matemática por la Universidad de Granada, España. Actualmente es subdirector de la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional de Costa Rica. Las líneas de investigación que ha desarrollado han estado vinculadas con la resolución de problemas, el pensamiento funcional en niños y el uso de recursos tecnológicos en la clase de matemática. Es director y cofundador de la Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe. Es coautor del currículo de matemáticas de la educación primaria y secundaria de Costa Rica. Desde el 2012 es parte del Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica.

**Luis Armando Hernández Solís.** Doctor en Ciencias de la Educación por la Universidad de Granada España, en la línea de investigación: Educación Matemática, específicamente en Razonamiento probabilístico. Máster en Didáctica de la Matemática por la Universidad de Granada España. Representante nacional de la Red de Educación Matemática de América Central y El Caribe. Coautor del actual currículo de matemáticas para la educación primaria y secundaria de Costa Rica. Académico de la Universidad Estatal a Distancia y de la Universidad

Nacional de Costa Rica. Orador, organizador y revisor científico en eventos académicos dentro y fuera de Costa Rica

**Alejandra Sánchez-Ávila.** Máster en Psicopedagogía y Licenciada en Enseñanza de la Matemática, con experiencia en formación de docentes a nivel de primaria y secundaria, incluido profesorado indígena cabécar. Representante UNED en la Comisión Central de las Olimpiadas Costarricenses de Matemática para Primaria (OLCOMEP), actualmente Coordinadora de la Cátedra Didáctica de la Matemática en la UNED donde realiza funciones de docencia, investigación y extensión.

**Luis Fernando Ramírez Oviedo.** Profesor e Investigador en Matemática y Educación Matemática de la Universidad Estatal a Distancia, con estudios de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática por la Universidad de Costa Rica, Maestría en Educación y Nuevas Tecnologías por la UDIMA, España y Maestría en Ciencias en Matemática Educativa por el Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional de México.

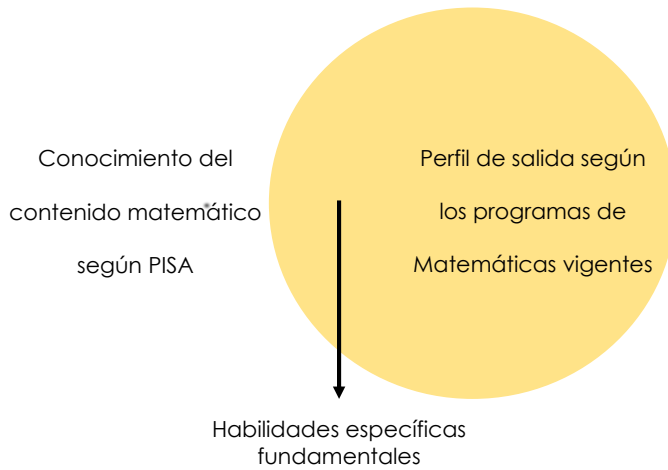
## **Introducción**

### **Objetivo general**

Realizar un ejercicio de reconstrucción inverso de los escenarios educativos para identificar y propiciar habilidades específicas fundamentales de Matemáticas en la educación primaria costarricense considerando los resultados de las pruebas PISA 2022, la prueba estandarizada de sexto año y las pruebas comprensivas aplicadas en cuarto, quinto y séptimo año.

**Figura 1**

Habilidades específicas fundamentales a partir de: conocimiento del contenido matemático según, PISA y el perfil de salida según los programas de estudio vigentes, MEP, 2012



Fuente: Elaboración propia.

### **Objetivos específicos**

- Analizar el perfil de salida en segundo ciclo en matemática para identificar las habilidades específicas presentes en los programas vigentes (MEP, 2012) y que el estudiantado requiere desarrollar en las pruebas PISA 2022.
- Analizar la coherencia técnica entre los aprendizajes medidos en las pruebas comprensivas aplicadas en cuarto, quinto y sétimo año; y las pruebas PISA.
- Diseñar un instrumento de consulta para docentes de primaria sobre indicadores observables de estrategias de mediación de aula para el desarrollo de habilidades específicas fundamentales del currículo vigente.
- Analizar los datos procesados por el EE del instrumento de consulta sobre indicadores observables de estrategias de mediación de aula.
- Proponer acciones de formación inicial, desarrollo profesional y acompañamiento docente para fortalecer la mediación de los aprendizajes de las habilidades específicas fundamentales que permitan el mejoramiento de los resultados en las próximas las pruebas estandarizadas nacionales e internacionales.

## **Marco metodológico**

### **Diseño de investigación**

El diseño metodológico es de enfoque mixto secuencial, porque se usan técnicas cualitativas en la primera fase y cuantitativas en la segunda fase. Específicamente se emplea el Diseño Integral Triangulado (DITRI); esto a través de la metainferencia que genera hallazgos mixtos (Villalobos, 2017).

En la **primera fase** se emplea un análisis documental-interpretativo, que implica una comparación entre: los perfiles de salida del II Ciclo de la Educación General Básica (EGB) de los programas oficiales de matemáticas costarricense (MEP, 2012) con la propuesta de la OCDE (2023), lo anterior para identificar las habilidades específicas fundamentales; el contraste entre ellas y las pruebas aplicadas por el MEP - la estandarizada de sexto año del 2023 y las comprensivas aplicadas en cuarto, quinto y sétimo año en 2024-para organizar este análisis se emplearon las siguientes categorías: Números-Medidas, Geometría, Relaciones y Álgebra, así como Estadística y Probabilidad.

En la **segunda fase** se emplea un análisis estadístico descriptivo de los dos instrumentos de consulta docente: el primero sobre las áreas de Estadística y Probabilidad; y Números, codificada como EPN y el segundo sobre las áreas de Relaciones y Álgebra; y Geometría, codificado como RAG (anexo 1, anexo 2 y anexo 3).

La triangulación se realiza entre: (1) los datos cualitativos producto de la interpretación de los programas oficiales, la perspectiva educativa de la OCDE y las pruebas analizadas; (2) con los datos cuantitativos recolectados mediante los instrumentos de consulta docente.

## Muestra

Participaron en total 334 personas docentes a las cuales se les aplicó, a través de videollamada, el instrumento de consulta (cuestionario) mediante la técnica de entrevista. Específicamente, en el instrumento codificado como EPN se contó con la colaboración de 165 personas y en el instrumento RAG con 169.

El 80% de las personas docentes participantes eran mayores de 35 años, 59% de ellas poseen como grado académico máximo el bachillerato universitario, 67% tiene como mínimo 10 años de experiencia y el año anterior, tres cuartas partes de la muestra trabajó en el II Ciclo de la EGB.

## Instrumentos para la recolección de información

Son dos cuestionarios, los cuales se consideran productos de esta investigación y se ubican en el anexo 1, anexo 2 y anexo 3.

Los cuestionarios están constituidos por dos partes, descritas a continuación:

- **I parte.** Los datos son exclusivamente cualitativos, en la que se propone un episodio que describe una situación de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, en el EPN se involucra el área de Estadística y Probabilidad específicamente para quinto año y en el RAG, una situación de Relaciones y Álgebra para cuarto año. A raíz del episodio se plantean dos preguntas abiertas que posteriormente se bifurcan para indicar las limitaciones o las condiciones favorables para aplicar todo lo que se indica en los programas de estudios. Luego, se solicitan tres aspectos que se deben cambiar de manera inmediata, para mejorar las lecciones de Matemáticas y que las personas estudiantes desarrollen las habilidades de las áreas presentadas en el episodio.
- **II parte.** Los datos son exclusivamente cuantitativos. Contiene secuencias de acciones deseables por área matemática para la mediación pedagógica, según se estableció en la primera fase de la investigación (Apartado 4. “*Habilidades Específicas Fundamentales como herramienta de análisis de pruebas masivas*”) y la frecuencia con que estas son empleadas por las personas docentes, según su percepción.

## Tratamiento de los datos

### **Cuantitativos**

Se utilizó el IBM SPSS Statistics y Microsoft Excel para generar tablas de frecuencia absoluta y porcentual por cada ítem de ambos instrumentos y tablas de contingencia con variables que se consideraron estaban relacionadas.

### **Cualitativos**

#### **Fase técnica**

Según el informe elaborado por J.E Mesén Arias (14 febrero 2025) y facilitado por el Estado de Educación para las preguntas abiertas, *Analítica Marketing* realizó el siguiente procedimiento:

- Transcripción de audios:

Se empleó la herramienta *TurboScribe* para transcribir los audios provenientes de las respuestas obtenidas de cada persona participante durante la aplicación de uno de los instrumentos (cuestionario). Esta elección se basó en su capacidad para generar transcripciones rápidas y precisas.

- Formateo de transcripciones:

Se configuró *ChatGPT* para estructurar las transcripciones de los audios bajo el formato “pregunta - respuesta” con el fin de estandarizar los datos.

Se entrenó la IA para acomodar correctamente las transcripciones, replicando el estilo y estructura de salida de *TurboScribe*, lo que garantizó consistencia en el manejo de los datos.

- **Salida de datos:**

Se generó una hoja de cálculo de Microsoft Excel donde se consignaron tanto las respuestas a las preguntas cualitativas como las cuantitativas.

### Fase de juicio experto

Debido a que, las etiquetas y categorías generadas por la IA se consideraron generales y nada pertinentes a la Educación Matemática, se procedió a procesar nuevamente los datos, mediante el análisis por juicio de especialista en Educación Matemática.

Se procedió a realizar la lectura de las 334 respuestas registradas y se etiquetaron 165 del instrumento EPN y 169 del instrumento RAG.

### Categorías de análisis

A continuación, se presenta la definición de cada una de categorías de análisis y sus niveles. Las primeras dos son específicas de las áreas matemáticas consultadas y las otras tres contienen elementos comunes de ambos episodios.

#### Categoría 1. Acciones didácticas para la Enseñanza de la Estadística

Se generó esta categoría, respecto al episodio sobre Estadística y se definió como: las acciones que recomendaron las personas docentes participantes, en relación al desarrollo del tema **medidas de posición** del área de Estadística y Probabilidad en un grupo de quinto año.

Se subdividió en cuatro niveles del 0 al 3, según el conocimiento matemático específico y cómo se propicia su aprendizaje. A continuación, se presentan los niveles empleados.

**Cuadro 1**

**Niveles de la Categoría 1: Acciones didácticas para la Enseñanza de la Estadística**

Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Formula acciones asociadas a la didáctica de la probabilidad, <b>no identifica</b> que el tema consultado no se asocia a esta área. Indica elementos generales de Estadística y Probabilidad sin hacer distinción.	Formula acciones asociadas a la didáctica de la Estadística, pero <b>no hay evidencia de que se pretenda llegar al análisis</b> de la información.	Formula acciones asociadas <b>indirectamente</b> a la enseñanza de medidas de posición, aunque permiten la comparación y análisis de la información.	Formula acciones asociadas <b>directamente</b> a la enseñanza de medidas de posición.

Fuente: Elaboración propia con base en el Instrumento EPN.

**Categoría 2. Acciones didácticas para la Enseñanza de las Relaciones y Álgebra**

Se generó esta categoría, respecto al episodio sobre Relaciones y Álgebra y se definió como: las acciones que recomendaron las personas docentes participantes, en relación al desarrollo del tema **patrones numéricos y no numéricos** del área Relaciones y Álgebra en un grupo de cuarto año.

Se subdividió en tres niveles del 0 al 2, según el conocimiento matemático específico y cómo se plantean situaciones que propician su aprendizaje. A continuación, se presentan los niveles empleados.

**Cuadro 2**

**Niveles de la Categoría 2: Acciones didácticas para la Enseñanza de las Relaciones y Álgebra**

Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2
Formula acciones que <b>no están asociadas</b> a la enseñanza de los patrones en general.	Formula estrategias asociadas con la didáctica de las Relaciones y Álgebra, que propician <b>la aplicación</b> de patrones, pero no se llega al análisis.	Formula estrategias asociadas con la didáctica de las Relaciones y Álgebra, que propician <b>la aplicación y el análisis</b> de patrones numéricos.

Fuente: Elaboración propia con base en el Instrumento RAG.

**Categoría 3. Elementos de la resolución de problemas**

Esta categoría se establece con base en los programas oficiales de Matemáticas y la OCDE (2023); se definió como: las acciones docentes que implican el desarrollo de una clase de matemáticas empleando la estrategia metodológica principal “resolución de problemas”, citando los cuatro momentos de la primera fase denominada “Aprendizaje del conocimiento” y la segunda fase “Movilización y aplicación de los conocimientos”; así como aspectos relacionados con problemas de respuesta abierta y contextualizados.

Se subdividió en tres niveles del 1 al 3, según la aproximación al uso de la estrategia metodológica principal. A continuación, se presentan los niveles empleados

**Cuadro 3**

**Niveles de la Categoría 3: Elementos de la Resolución de Problemas**

Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Indica que inicia con un reto según las habilidades de los programas oficiales o menciona que el tema debe iniciar con un problema.	Indica la estructura de la clase, según los cuatro momentos según la estrategia metodológica principal de forma general o aspectos básicos de las dos etapas.	Indica las etapas de la estrategia metodológica, así como el uso problemas contextualizados que implican respuesta no inmediata.

Fuente: Elaboración propia con base en el Instrumento EPN y RAG.

#### Categoría 4. Actividades relacionadas con el contexto

Esta categoría se definió como las acciones docentes que implican proponer problemas de contextos reales o que parezcan reales (contextualización activa), según el MEP (2012), de manera que los objetos posean significado y muestre al estudiantado su utilidad. La resolución de problemas del mundo real (contexto) debe implicar la interpretación de la solución en la realidad, porque el estudiantado debe estar en capacidad de describir, comprender y modelar su entorno.

Se subdividió en dos niveles 1 y 2, según la presencia de la contextualización activa en las acciones propuestas por las personas docentes consultadas. A continuación, se presentan los niveles empleados.

#### Cuadro 4

##### Niveles de la Categoría 4: Actividades relacionadas con el contexto

###### Nivel 1

Menciona de manera general actividades relacionadas con el contexto o la vida cotidiana, pero no explica cómo se lo propone al estudiantado.

###### Nivel 2

Brinda ejemplos de las actividades relacionadas con el contexto o la vida cotidiana explicando cómo se lo propone al estudiantado.

---

Fuente: Elaboración propia con base en el Instrumento EPN y RAG.

#### Categoría 5. Uso de herramientas digitales en el aula

Esta categoría se definió como: todas aquellas herramientas digitales que la persona docente puede emplear en su quehacer educativo para promover la competencia matemática que asume las tecnologías digitales como obligatorias y necesarias.

Se subdividió en tres niveles del 1 al 3, según la presencia de herramientas o tecnologías digitales en las acciones propuestas por las personas docentes consultadas. A continuación, se presentan los niveles empleados.

**Cuadro 5**

**Niveles de la Categoría 5: Uso de herramientas digitales en el aula**

<b>Nivel 1</b>	<b>Nivel 2</b>	<b>Nivel 3</b>
Solo hace mención del uso de la tecnología o herramientas digitales y no describe cómo o para qué las utiliza.	Utiliza la tecnología solo para proyectar diapositivas o videos en línea.	Utiliza la tecnología para tabular datos, construir gráficos o calcular medidas estadísticas.

Fuente: Elaboración propia con base en el Instrumento EPN y RAG.

## **Análisis de los programas de estudio en el marco de las Pruebas PISA**

### **12 años después, los programas de Matemáticas costarricenses son consistentes con los estándares internacionales**

- La competencia matemática establecida por los programas oficiales de Matemáticas del MEP (2012) es consistente con lo planteado por la OCDE (2023).
- La resolución de problemas en contextos reales es el recurso didáctico por excelencia para propiciar la competencia matemática.
- El uso de contextos reales en la formulación de los problemas es imprescindible para afrontar exitosamente las pruebas PISA.
- La resolución de problemas es la estrategia metodológica con la cual, el estudiantado es capaz de mostrar sus conocimientos y destrezas, de esta manera los contenidos matemáticos adquieren significado.
- Los tres procesos matemáticos establecidos en el marco de las pruebas PISA, son abarcados en los cinco procesos matemáticos definidos en los programas de estudio costarricense.
- Los niveles de complejidad asumidos en los programas de estudio son una aproximación a la gradualidad en la exigencia de las tareas matemáticas en marco de las pruebas PISA.
- El uso de tecnologías digitales es parte de la competencia matemática.

Este apartado muestra algunas conexiones entre los programas oficiales (MEP, 2012) y la perspectiva educativa de la OCDE.

## **Elementos curriculares de los programas de estudio asociados con PISA**

### **Competencia matemática**

Los programas de estudio de Matemáticas incluyen dos definiciones que se originan a partir del marco teórico de la OCDE, esta es la definición más reciente que incluye el texto:

(...) una capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las Matemáticas en una variedad de contextos. Incluye razonar matemáticamente y usar conceptos, procedimientos, hechos y herramientas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel de las Matemáticas en el mundo y hacer juicios bien fundados y decisiones necesarias para ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos (OCDE, 2010, p. 4). (MEP, 2012, p. 23)

Existen variantes en la definición del texto de la OCDE del 2023, respecto a la anterior, producto de la evolución producida durante 12 años, en ella se ratifica la resolución de problemas y su enfoque resalta la importancia del pensamiento matemático y computacional, así como de las herramientas digitales.

Una traducción de la definición mencionada se presenta a continuación:

La competencia matemática es la capacidad de un individuo para razonar matemáticamente y formular, emplear e interpretar las matemáticas para resolver problemas en una variedad de contextos del mundo real. Incluye conceptos, procedimientos, hechos y herramientas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a las personas a conocer el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo y a emitir los juicios y decisiones bien fundamentados que necesitan ciudadanos del siglo XXI constructivos, comprometidos y reflexivos (OCDE, 2023a, p.22).

En el marco de PISA 2022 se aprecia y preserva las ideas básicas de la competencia matemática presentes desde PISA 2003 hasta PISA 2012. Este ha evolucionado al considerar cómo ha cambiado el mundo donde se mueve el estudiantado, lo que implica modificaciones en la forma de evaluar planteada por la OCDE.

Lo anterior evidencia que, en 2024, la competencia matemática establecida por los programas oficiales de Matemáticas del MEP (2012) es consistente con lo planteado por la OCDE (2023).

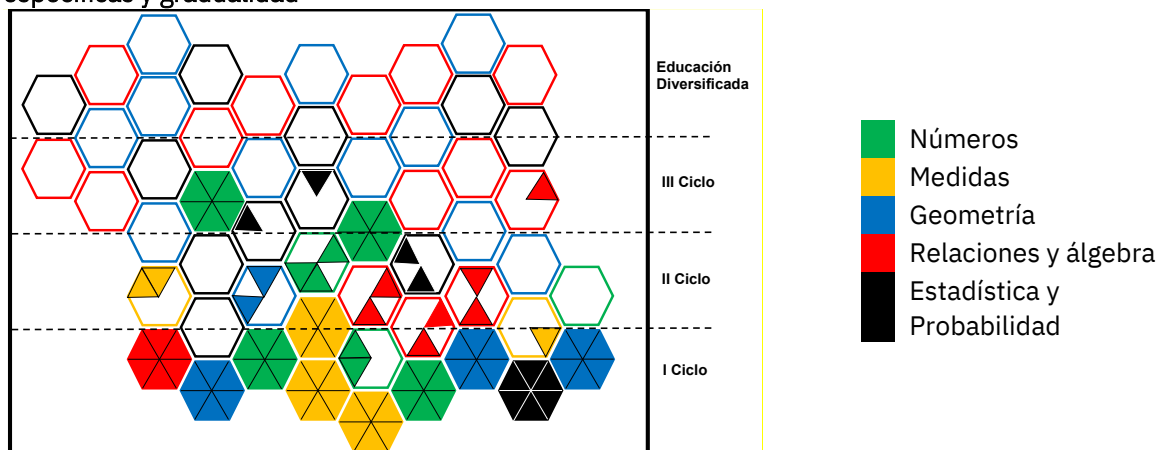
### Habilidades generales, habilidades específicas e integración de habilidades

La competencia matemática es la máxima aspiración, la cual se construye mediante, habilidades generales que están compuestas a su vez por habilidades específicas, estas últimas son flexibles, se pueden desarrollar individualmente o integradas. La organización de las habilidades específicas, en la malla curricular, presenta gradualidad en el nivel de profundidad conforme se avanza en los años y ciclos escolares (Barrantes, 2015; MEP, 2012).

A continuación, se representa una figura de Zumbado-Castro (2022b) que puede favorecer la comprensión del vínculo entre estos tres elementos: competencia matemática, habilidades generales, habilidades específicas y la gradualidad entre las habilidades específicas.

Figura 2

Representación de la relación entre competencia matemática, habilidades generales, habilidades específicas y gradualidad



Fuente: Zumbado-Castro, M, 2022b.

En la figura 2, el rectángulo de fondo blanco representa la competencia matemática, que corresponde a la máxima aspiración del currículo costarricense, para alcanzarla se debe cubrir con los hexágonos, que corresponden a las habilidades generales por área matemática; pero, a su vez, para ser completados los hexágonos se deben ir colocando triángulos, estos últimos corresponden a las habilidades específicas.

Conforme se avanza en los ciclos escolares, se van completando tanto las habilidades específicas como las generales y propiciando las condiciones para nuevas destrezas. Al propiciar habilidades en los primeros ciclos, debido a las expectativas de aprendizaje se comienzan a “completar” habilidades específicas de los ciclos superiores evidenciando nuevamente cómo se avanza hacia la competencia matemática de manera gradual. Es importante señalar que para favorecer este avance existen otros elementos importantes como lo es propiciar los procesos matemáticos y exponer al estudiantado a problemas de diferentes niveles de complejidad.

Respecto a la integración de habilidades específicas, Barrantes (2015) señala que la forma para trabajarlas es en conjunto, en una o varias actividades de mediación y respalda su afirmación en la siguiente cita:

Una de las orientaciones relevantes para el desarrollo de la acción de aula con este currículo refiere al manejo de los contenidos y las habilidades específicas. Las habilidades no deben verse de manera desagregada. No se trata de objetivos operativos que deben trabajarse en el aula necesariamente por separado. Por el contrario, lo conveniente es tratar de integrar las habilidades específicas en todas las actividades de aprendizaje: planeamiento, desarrollo de la lección y evaluación. Por medio de un solo problema es posible abordar varias habilidades.(MEP, 2012, p. 45).

Por otra parte, PISA concibe su constructo, la competencia matemática, como la capacidad del estudiantado para usar las matemáticas en contexto, por tanto, se deben propiciar escenarios de aprendizaje que generen experiencias cercanas al entorno estudiantil, esto se consigue con la resolución de problemas contextualizados que implican necesariamente la integración de habilidades de diversas áreas del conocimiento o en su defecto de dominios como los define la OCDE (2023), de manera análoga a la propuesta ministerial.

De lo anterior, se deduce que la resolución de problemas en contextos reales es el recurso didáctico por excelencia para propiciar la competencia matemática. Al respecto, Choi, Lee y Jung (2020) señalan que la incorporación de contextos reales en la metodología de aprendizaje basado en problemas mejora significativamente la habilidad de las personas estudiantes para resolver problemas y su actitud hacia el aprendizaje. A continuación, se profundiza en la propuesta del MEP (2012).

### **Contextualización activa**

Desde la perspectiva del MEP (2012), la contextualización activa es la acción de proponer problemas en contextos reales o que parezcan reales, con el objetivo de dar significado a los objetos matemáticos presentes en ellos y responder de manera explícita, la pregunta para qué sirven esos objetos.

Lo anterior es coherente con el planteamiento de la OCDE (2023), porque propone la resolución de problemas del mundo real y la interpretación de la solución en la realidad, como uno de los focos de la competencia matemática, debido a que, se espera del estudiantado la capacidad para describir, explicar y predecir fenómenos.

Para efectos de la evaluación en PISA 2022, las preguntas planteadas consideran tres aspectos cuyo vínculo es inseparable: (1) razonamiento matemático para la resolución de problemas, (2) el contenido matemático y (3) los contextos en los que se ubica el problema (OCDE, 2023).

Las categorías de contextos según la OCDE (2023) son: personal, ocupacional, social y científico. Ruiz (2018) propone un contexto adicional, el matemático, debido a que, sostiene que los planteamientos de matemática desde una visión abstracta, son válidos para propiciar interés y propone como fuentes de información problemas de la comunidad, la prensa, internet o los últimos eventos ocurridos a nivel político, deportivo, social, entre otros.

### **Resolución de problemas**

El problema es el recurso didáctico que utiliza la estrategia metodológica denominada resolución de problemas, que fue planteada y asumida por el MEP (2012). La cual consiste en dos etapas: el aprendizaje de conocimientos y la movilización y aplicación de los conocimientos. A su vez, la primera etapa se divide en cuatro momentos: (1) propuesta de un problema, (2) trabajo estudiantil independiente, (3) discusión interactiva y comunicativa, (4) clausura o cierre (MEP, 2012, p. 41).

Por “problema” se entiende un planteamiento que obliga a pensar, que incluye al menos un reto cognitivo, razón por la cual se utiliza algún concepto matemático, que fue previamente aprendido o se pretende que el estudiantado aprenda. Cuando se plantea un problema se pretende que el estudiantado aprenda a pensar matemáticamente usando sus conocimientos previos en un contexto real (Zumbado et al., 2021).

La OCDE (2023) establece que la resolución de problemas en contextos reales es el escenario donde el estudiantado debe ser capaz de mostrar sus conocimientos y destrezas. Al utilizar una amplia gama de situaciones del entorno que involucran las matemáticas, que implican el razonamiento matemático (inductivo y deductivo) y la resolución de problemas; es donde los contenidos matemáticos adquieren significado, por tanto, el planteamiento de la estrategia metodológica principal del MEP (2012) sigue estando vigente.

### **Procesos matemáticos**

De acuerdo con el MEP (2012) son tipos de actividades cognitivas que realiza el estudiantado durante la resolución de un problema, lo cual implica la comprensión y uso de conocimientos. Estas actividades son transversales durante la aplicación de la estrategia metodológica de resolución de problemas.

Para el currículo de Matemáticas costarricense se han definido cinco procesos matemáticos: (1) razonar y argumentar, (2) plantear y resolver problemas, (3) conectar, (4) comunicar y (5) representar. Ellos son los llamados a generar las capacidades cognitivas superiores (MEP, 2012).

- **Razonar y argumentar**

Este proceso implica considerar todas las actividades mentales en cualquier área del saber, entre ellas “deducción, inducción, comparación analítica, generalización, justificación, pruebas, usos de ejemplos y contraejemplos” (MEP, 2012, p. 24).

- **Plantear y resolver problemas**

Este proceso posee dos acciones: planteamiento y estrategias de solución de problemas. Respecto al planteamiento, las acciones pueden ser: identificar, formular, diseñar, desarrollar, contrastar y resolver. En cuanto a las estrategias de solución, pueden ser: planes, modelos y métodos de resolución, así como la selección, el control y la evaluación de ellos (MEP, 2012, p. 24).

- **Comunicar**

Este proceso implica: enviar un mensaje, decodificarlo y/o transformar elementos del contexto a expresiones matemáticas precisas y pertinentes.

- **Conectar**

De acuerdo con el MEP (2012) el estudiantado debe lograr establecer diversos vínculos (conexiones) entre: (1) conocimientos dentro de una misma área matemática, (2) las áreas matemáticas entre sí y (3) las áreas matemáticas y otras disciplinas.

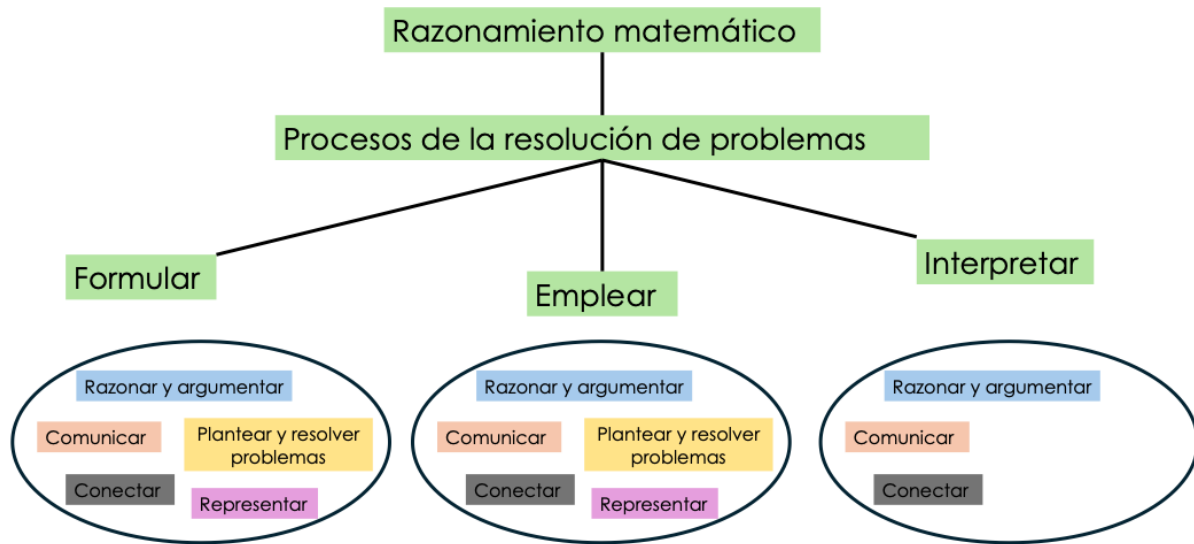
- **Representar**

Dentro de las representaciones de objetos matemáticos se encuentran los siguientes tipos: gráfico, tabular, numérico, visual y simbólico, entre otros. Algunos objetos matemáticos poseen múltiples representaciones, según el contexto poseen mayor o menor pertinencia, con este proceso se pretende que el estudiantado los manipule y puede elegir entre ellos (MEP, 2012).

En el marco teórico para PISA (2022) hay cambios significativos respecto a los procesos matemáticos, los cuales se centran en la resolución de problemas y el razonamiento matemático que implica: (1) formulación matemática, (2) emplear conceptos, hechos y procedimientos matemáticos, (3) interpretar, aplicar y evaluar resultados matemáticos. Estas actividades también propician la predicción, reflexión y depuración acciones vinculadas específicamente en el pensamiento computacional.

El planteamiento sobre los cinco procesos matemáticos del ente ministerial no se logra ajustar exactamente a la evolución planteada por la OCDE (2023) para las pruebas PISA del año 2022. Sin embargo, los tres procesos de la resolución de problemas propuesto por la OCDE (2023) agrupan los cinco procesos matemáticos del MEP (2012) de manera general. Por tanto, aún siguen siendo útiles para orientar el trabajo de aula.

Figura 3  
Relación entre procesos en PISA, 2022 y MEP, 2012



Fuente: Elaboración propia con base en OCDE, 2023 y MEP, 2012.

### Niveles de complejidad

El MEP (2012) planteó tres niveles de complejidad: reproducción, conexión y reflexión, esto con el propósito de graduar la dificultad de los problemas a los que se enfrenta el estudiantado. Los primeros, implican el uso de conocimientos básicos para el nivel educativo, con presencia de rutinas o algoritmos, fórmulas, cálculos directos y sencillos.

La conexión implica problemas cuya resolución no es directa, pero con familiaridad para el estudiantado. Los problemas de reflexión eliminan la familiaridad e implican pruebas, comprobaciones, justificaciones y argumentos (MEP, 2012).

La OCDE (2023) en las pruebas PISA emplea ocho niveles de competencia en la escala de alfabetización matemática, los niveles de complejidad asumidas por el MEP (2012) son una aproximación a la gradualidad en la exigencia de las tareas matemáticas.

### El uso de tecnologías digitales

Desde la perspectiva del MEP (2012), las tecnologías digitales son apoyos para simplificar algunos cálculos, explorar resultados, hacer aproximaciones o modelar comportamientos, así como visualizar, objetos matemáticos que de otra manera son complejos de comprender o

analizar. Además, es un recurso para la interacción entre los conocimientos matemáticos, la mediación pedagógica y el rol activo del estudiantado. De manera homóloga y más contundente lo considera la OCDE (2023), al indicar que la competencia matemática por definición incluye el uso de herramientas cognitivas, recursos físicos y digitales para el cálculo y las representaciones, debido a que, cada vez se requiere analizar contextos más complejos producto del mundo cambiante.

A continuación, otros hallazgos que permiten visualizar las habilidades específicas fundamentales como herramientas de análisis.

## **Habilidades específicas fundamentales como herramienta de análisis de pruebas masivas**

### **El desarrollo de las habilidades específicas fundamentales (HEF) es clave para afrontar con éxito las pruebas PISA**

- Las habilidades específicas fundamentales de los programas de Matemáticas, desarrolladas hasta sexto año, para cada área son aquellas asociadas con:
- **Números y Medidas:** (1) representaciones, (2) operaciones, (3) cálculo mental y estimación y (4) mediciones.
- **Geometría:** (1) medición, (2) visualización y (3) propiedades de los objetos matemáticos.
- **Relaciones y Álgebra:** (1) relaciones, (2) representaciones y (3) álgebra como lenguaje.
- **Estadística:** (1) variabilidad de los datos y (2) muestra y muestreo.
- **Probabilidad:** (1) principios básicos de combinatoria, (2) interrelaciones entre variables para interpretar situaciones y (3) nociones de probabilidad.

En el objetivo general se estableció que las **habilidades específicas fundamentales (HEF)** en Matemáticas para la educación primaria serán **aquellas que se ubican en la intersección entre los conocimientos del contenido matemático según PISA y el perfil de salida según los programas oficiales del MEP (2012)**. A continuación, se presentan el proceso de análisis para hallar la intersección por áreas matemáticas.

### **Perfil de salida en segundo ciclo en matemática**

Las habilidades generales de cada área matemática serán consideradas como el perfil de salida, debido a que, así se manifiesta en los programas oficiales cuando se indica que “deberán ser desarrolladas” al finalizar el ciclo.

En el área matemática Estadística y Probabilidad, se hará una separación entre el perfil de salida con respecto a los contenidos estadísticos y los de probabilidad, debido a que, así aparecen en la malla curricular costarricense.

### **Números**

Las habilidades generales que deberán ser desarrolladas en Números al finalizar el Segundo ciclo son:

- Construir y aplicar los números mayores o iguales que 100 000 en contextos reales.
- Comparar cantidades y utilizar correctamente los símbolos  $<$ ,  $>$  o  $=$ .
- Identificar el valor posicional de los dígitos que conforman un número natural y con decimales.
- Identificar distintas representaciones de un mismo número.
- Leer y escribir números en sus distintas representaciones.
- Aplicar las operaciones aritméticas en diversos contextos.
- Aplicar el concepto de fracción, sus tipos y representaciones en la resolución de problemas.
- Aplicar el concepto de números decimales en la resolución de problemas.
- Efectuar operaciones con números en sus diferentes representaciones.
- Desarrollar y utilizar estrategias de cálculo mental y la estimación en la resolución de problemas.
- Establecer relaciones entre operaciones.

- Utilizar los conceptos básicos de la teoría de números en la resolución de problemas (MEP, 2012, p.173).

Se busca desarrollar el sentido numérico en las personas estudiantes, entendido como la comprensión flexible de los números que permite hacer juicios matemáticos y tomar decisiones informadas. Incluye habilidades como la estimación, la comparación y la comprensión de las relaciones entre los números (Griffin, 2004).

En el II Ciclo, se realiza una introducción sistemática de las fracciones y los números decimales, ampliando la gama de herramientas que tienen las personas estudiantes para la resolución de problemas en esta área y las otras áreas según MEP (2012). Por otro lado, se insiste en el uso de las diferentes representaciones de las fracciones.

### **Medidas**

Las habilidades generales que deberá tener el estudiantado en Medidas al finalizar el Segundo ciclo son:

- Realizar mediciones (longitud, moneda, peso, tiempo, capacidad, superficie, volumen, temperatura).
- Estimar medidas (longitud, moneda, peso, tiempo, capacidad, superficie, volumen, temperatura).
- Aplicar el sistema métrico decimal.
- Aplicar la medición en diversos contextos (MEP, 2012, p.223).

Con el uso de las diferentes medidas en la resolución de problemas se busca que el estudiantado visualice la aplicación y utilidad de las Matemáticas para explicar y resolver situaciones cotidianas.

Para el MEP (2012), el área de Medidas tiene una gran vinculación con el pensamiento numérico, ya que, la medición implica aproximación y estimación. Esta área se trabaja en la Educación Secundaria de manera transversal.

## **Geometría**

Las habilidades generales que deberán ser desarrolladas en Geometría al finalizar el Segundo ciclo son:

- Identificar figuras geométricas planas en el entorno y en diversos objetos.
- Identificar sólidos en el entorno y en diversos objetos.
- Clasificar figuras geométricas considerando el número de sus lados, las relaciones de posición entre ellos y sus aspectos métricos (ángulos, lados).
- Reproducir y trazar figuras geométricas.
- Abstractar algunas propiedades de las figuras geométricas.
- Aplicar el cálculo de perímetros y áreas de figuras poligonales y circulares en diversos contextos.
- Identificar y trazar figuras simétricas.
- Identificar relaciones entre figuras mediante giros y traslaciones.
- Utilizar vocabulario geométrico básico. (MEP, 2012, p.201)

Además, se señala que se enfatizará la utilidad debido a que el cálculo de áreas y perímetros se realizará en situaciones de contexto real, que implican un fortalecimiento de las creencias positivas sobre las matemáticas, así como interrelaciones personales que fomenten la argumentación, la comunicación, la conexión y la representación de ideas matemáticas (MEP, 2012).

## **Relaciones y Álgebra**

Las habilidades generales que deberá tener el estudiantado en Relaciones y Álgebra al finalizar el Segundo ciclo son:

- Analizar patrones numéricos y no numéricos.
- Pasar de representaciones verbales a numéricas.

- Representar relaciones entre cantidades variables.
- Determinar el valor desconocido en una expresión numérica.
- Analizar gráficas de figuras con escala.
- Identificar distintas representaciones de una proporción numérica.
- Utilizar letras para representar cantidades variables.
- Aplicar regla de tres y porcentaje en la solución de problemas.
- Plantear y resolver problemas a partir de una situación dada (MEP, 2012, p.231).

Se detalla que la perseverancia es requerida por la abstracción del área, asimismo, se debe promover la argumentación y brindar “atención a la exploración de patrones, la formulación de conjeturas, el razonamiento matemático y el uso correcto del lenguaje matemático en la comunicación oral y escrita. Estos procesos fortalecen la utilización de la representación de múltiples entidades matemáticas de otras áreas” (MEP, 2012, p. 232).

## **Estadística y Probabilidad**

### **Estadística**

Las habilidades generales que deberán ser desarrolladas en Estadística al finalizar el Segundo ciclo son:

- Interpretar información estadística del contexto que haya sido representada mediante diferentes técnicas.
- Utilizar diferentes estrategias para el proceso de recolección de datos: observación, interrogación, medición y cuestionario.
- Combinar el uso de estrategias para resumir datos: tabular, gráfica o medidas de resumen.
- Plantear y resolver problemas que requieran de recolección, ordenamiento, presentación y análisis de datos vinculados con diversos contextos. (MEP, 2012, p.247)

Se enfatiza en el desarrollo de la capacidad de recolectar datos mediante diferentes técnicas, para resumirlos mediante cuadros, gráficos o medidas estadísticas que le ayuden a responder interrogantes y resolver problemas. Asimismo, se busca generar la capacidad de realizar

análisis de diversos tipos de representaciones (dibujos, diagramas, gráficos, cuadros simples y comparativos) que han sido publicadas en diversos medios de comunicación, aunque su construcción no haya sido estudiada.

A partir de 4º año, se propone iniciar con el uso de la tecnología como una herramienta para favorecer los cálculos y las representaciones.

En 5º año, se introducen los conceptos de población y muestra, manifestando la importancia del muestreo en el análisis de datos.

### **Probabilidad**

Las habilidades generales que deberá tener el estudiantado en Probabilidad al finalizar el Segundo ciclo son:

- Identificar eventos más probables, menos probables o igualmente probables de acuerdo con el número de resultados simples pertenecientes a cada evento.
- Determinar probabilidades elementales vinculadas con eventos particulares.
- Plantear y resolver problemas vinculados con situaciones aleatorias. (MEP, 2012, p. 247)

Además, se busca que la persona estudiante pueda deducir, mediante situaciones concretas, los valores que puede tomar la probabilidad de un evento cualquiera, de un evento seguro y de un evento imposible. Asimismo, se hace un énfasis para que el conocimiento en probabilidad favorezca la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre.

Seguidamente se presenta la visión de la OCDE (2023) sobre las áreas del saber y su perspectiva.

### **Conocimiento del contenido matemático según PISA**

La OCDE (2023) presenta los contenidos matemáticos en cuatro dominios o categorías:

(1) *cambio y relaciones*, (2) *espacio y forma*, (3) *cantidad* e (4) *incertidumbre y datos* (p.34),

esta organización mantiene una correspondencia con el currículo costarricense, debido a que

las áreas de: *Relaciones y Álgebra*, *Geometría*, *Números*, *Estadística y Probabilidad* (MEP, 2012)

son homólogas respectivamente con los dominios. Es importante aclarar que el área

denominada *Medidas* (MEP, 2012) está contenida en el dominio *cantidad*, así como en *cambio y relaciones*, por la transversalidad alcanzada para el estudiantado en el momento de aplicación de la prueba PISA, aproximadamente a los 15 años de edad.

### **Cantidad**

Hace referencia a tareas o problemas relacionados con las operaciones básicas, el cálculo mental y la estimación, la interpretación y manipulación de los números en sus diferentes representaciones, así como la medición a través de magnitudes, unidades e indicadores.

Este dominio permite evaluar las habilidades cuantitativas relacionadas con la toma de decisiones con base en datos numéricos y la comprensión de las relaciones numéricas y su aplicación en situaciones reales y matemáticas. La información se presenta en diferentes representaciones matemáticas, tales como: tablas, gráficos, pictogramas o simbólicamente.

En este dominio se incluye también las razones, proporciones y patrones numéricos, que según MEP (2012) estos son conocimientos del área de Relaciones y álgebra.

### **Espacio y forma**

La geometría plana o en dos dimensiones y la geometría del espacio o en tres dimensiones son la base de esta categoría. Pero las trasciende al incluir la medición, la visualización y el álgebra. Cuando se trabaja con situaciones reales y es necesario representarlas se recurre a “patrones, propiedades de los objetos, posiciones y orientaciones, representaciones de objetos, decodificación y codificación de información visual, navegación e interacción dinámica con objetos reales, formas, así como con representaciones, movimiento, desplazamiento y la capacidad de anticipar acciones en espacio” (OCDE, 2023, p.36).

Para la OCDE (2023), un objeto (simétrico, asimétrico, regular o irregular) en movimiento requiere ser visualizado, modelado, medido o aproximado, lo que implica establecer relaciones o funciones para situaciones típicas o atípicas, pero con un alcance mayor que puede involucrar la tecnología mediante software especializados para la manipulación. Asimismo, establece que para propiciar destrezas para esta categoría es necesaria la experiencia con la perspectiva, mediante actividades que requieran la interpretación de las vistas de objetos tridimensionales.

### **Cambio y relaciones**

La comprensión del cambio, la modelización y el álgebra como lenguaje son las tres destrezas fundamentales que la persona estudiante debe desarrollar para enfrentar cuestionamientos de este dominio (Zumbado-Castro, 2022a).

Además, se plantea que la alfabetización en este dominio incluye “comprender los tipos fundamentales de cambio y reconocer cuándo ocurren para utilizar modelos matemáticos adecuados para describir y predecir el cambio” (OCDE, 2023, p. 35). Esto significa que el estudiantado debe ser capaz de hacer de manera simultánea: una interpretación del cambio o de fenómenos de cambio mediante símbolos o gráficos, así como comunicar y comprender esto, mediante ecuaciones, relaciones o funciones. Las representaciones son fundamentales para lograr modelar fenómenos reales a través de las funciones: lineal, cuadrática, exponencial y logarítmica. Aquí el pensamiento computacional también es relevante (OCDE, 2023).

### **Incertidumbre y datos**

En cuanto al análisis de datos, OCDE (2023) prioriza la comprensión de “la variación como el corazón de la estadística”; es decir, se considera la variabilidad como el elemento central en el cual se basa esta disciplina; se busca modelizar las variaciones medidas por una o varias variables. Por lo tanto, se plantean problemas donde el contexto sea altamente variable, por lo que, se debe tener presente que se requerirá formular, interpretar y evaluar conclusiones extraídas en situaciones donde existe la incertidumbre.

En esencia, se busca que, a partir de situaciones concretas donde esté presente la variabilidad y la incertidumbre, se logren tomar decisiones y hacer predicciones a partir de la interpretación de la información estadística mostrada. Asimismo, tener presente los conceptos de muestras y muestreo de poblaciones de datos, también inferencias simples basadas en las propiedades de las muestras, incluida la precisión y la certeza.

También, se evalúa la noción de eventos aleatorios, variación aleatoria y su representación, probabilidad y frecuencia de eventos, aspectos básicos del concepto de probabilidad, y probabilidad condicional.

### **Bloques de conocimiento según PISA y habilidades específicas fundamentales**

Los cuadros comparativos que se presentan en este apartado muestran la correspondencia existente entre: el perfil de salida del II Ciclo de la EGB costarricense con edades entre los 11-13 años de edad y las categorías o los dominios establecidos para juzgar el conocimiento del contenido matemático en las pruebas PISA aplicadas al estudiantado que ronda los 15 años.

### **Números y Medidas**

#### Cuadro 6

#### Perfil de salida para Números y Medidas según el MEP y PISA

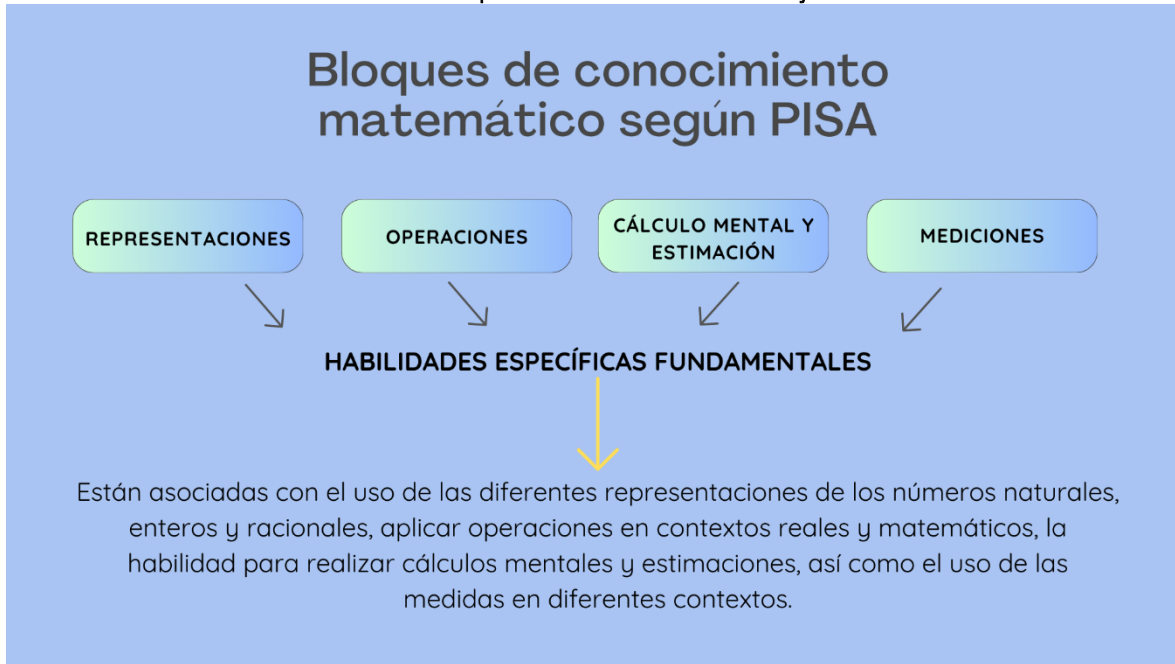
Perfil de salida para II Ciclo de EGB	Conocimiento del contenido matemático según PISA
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construir y aplicar los números mayores o iguales que 100 000 en contextos reales.</li> <li>• Comparar cantidades y utilizar correctamente los símbolos <math>&lt;</math>, <math>&gt;</math> o <math>=</math>.</li> <li>• Identificar el valor posicional de los dígitos que conforman un número natural y con decimales.</li> <li>• Identificar distintas representaciones de un mismo número.</li> <li>• Leer y escribir números en sus distintas representaciones.</li> </ul>	<p><b>Números y unidades</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Conceptos</li> <li>• Representaciones de los números y sistemas numéricos, incluidas las propiedades de los números enteros y racionales, los aspectos relevantes de los números irracionales.</li> </ul> <p>Operaciones numéricas</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Naturaleza</li> <li>• Propiedades</li> </ul>

Perfil de salida para II Ciclo de EGB	Conocimiento del contenido matemático según PISA
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicar las operaciones aritméticas en diversos contextos.</li> <li>• Aplicar el concepto de fracción, sus tipos y representaciones en la resolución de problemas.</li> <li>• Aplicar el concepto de números decimales en la resolución de problemas.</li> <li>• Efectuar operaciones con números en sus diferentes representaciones.</li> <li>• Desarrollar y utilizar estrategias de cálculo mental y la estimación en la resolución de problemas.</li> <li>• Establecer relaciones entre operaciones.</li> <li>• Utilizar los conceptos básicos de la teoría de números en la resolución de problemas. (MEP, 2012, p.173)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Convenciones de notación.</li> </ul> <p>Porcentajes, razones y proporciones</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Descripción numérica de la magnitud relativa</li> <li>• Aplicación de las proporciones</li> <li>• Razonamiento proporcional en la resolución de problemas</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realizar mediciones (longitud, moneda, peso, tiempo, capacidad, superficie, volumen, temperatura).</li> <li>• Estimar medidas (longitud, moneda, peso, tiempo, capacidad, superficie, volumen, temperatura).</li> <li>• Aplicar el sistema métrico decimal.</li> <li>• Aplicar la medición en diversos contextos. (MEP, 2012, p.223)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cantidades y unidades (tiempo, dinero, peso, temperatura, distancia, área y volumen, y las cantidades derivadas y su descripción numérica)</li> </ul>

Fuente: Elaboración propia.

En el cuadro 6 se presentan únicamente las coincidencias entre el perfil de salida de las áreas de Números y Medidas según MEP (2012) y el dominio cantidad según OCDE (2023), esta relación será denominada habilidades específicas fundamentales.

Figura 4  
Síntesis de conocimientos matemáticos para las áreas de Números y Medidas



Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se presentan las habilidades específicas fundamentales del área de Números y Medidas, según cada bloque matemático.

**Cuadro 7**

**Habilidades específicas fundamentales para las representaciones en Números y Medidas**

IV año	V año	VI año
<ul style="list-style-type: none"><li>• Identificar las fracciones como parte de la unidad o parte de una colección de objetos.</li><li>• Comparar y ordenar números en su representación decimal.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Representar una fracción impropia como la suma de un número natural y una fracción propia.</li><li>• Expresar una fracción impropia en notación mixta y viceversa.</li><li>• Ubicar fracciones en la recta numérica.</li><li>• Establecer la correspondencia entre fracción decimal y número decimal.</li><li>• Determinar fracciones entre dos números naturales consecutivos.</li><li>• Representar fracciones mediante un número con expansión decimal finita y viceversa.</li><li>• Representar un número decimal en su notación desarrollada.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Representar productos con factores iguales como potencia y viceversa.</li><li>• Expresar múltiplos de 10 como potencias de base 10.</li><li>• Expresar números naturales en notación desarrollada utilizando potencias de base diez</li><li>• Identificar fracciones equivalentes.</li><li>• Simplificar y amplificar fracciones.</li></ul>

---

Fuente: Elaboración propia.

**Cuadro 8**

**Habilidades específicas fundamentales para las operaciones en Números y Medidas**

IV año	V año	VI año
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver problemas utilizando el algoritmo de la división de números naturales.</li> <li>• Comprender la relación entre la multiplicación y la división.</li> <li>• Plantear y resolver problemas que involucren fracciones propias.</li> <li>• Resolver y plantear problemas donde se requiera el uso de la suma, la resta, la multiplicación y la división de números naturales.</li> <li>• Resolver y plantear problemas donde se requiera el uso de la suma, la resta y la multiplicación de números con decimales</li> <li>• Utilizar la calculadora para resolver problemas y operaciones numéricas con cálculos complejos.</li> <li>• Seleccionar los métodos y las herramientas más</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver problemas y operaciones donde se requiera el uso de la combinación de operaciones suma, resta, multiplicación y división de números naturales.</li> <li>• Resolver y plantear problemas donde se requiera el uso de la suma, la resta, la multiplicación y división de números naturales y con decimales.</li> <li>• Utilizar la calculadora para resolver problemas que involucran operaciones con cálculos complejos.</li> <li>• Seleccionar métodos y herramientas adecuadas para la resolución de cálculos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcular potencias cuya base y exponente sean números naturales no iguales a cero simultáneamente.</li> <li>• Identificar cuadrados y cubos perfectos de números naturales.</li> <li>• Multiplicar y dividir fracciones.</li> <li>• Identificar el inverso multiplicativo de un número natural y/o fraccionario.</li> <li>• Sumar y restar fracciones homogéneas y heterogéneas.</li> <li>• Resolver problemas donde se requiera el uso de la combinación de operaciones suma, resta, multiplicación y división de números naturales y con decimales.</li> <li>• Resolver y plantear problemas donde se requiera el uso de la suma, la resta, la</li> </ul>

IV año	V año	VI año
<p>adecuados para la resolución de cálculos.</p>		<p>multiplicación y la división de fracciones y números con decimales.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizar la calculadora para resolver problemas y ejercicios numéricos con cálculos complejos.</li> </ul>

Fuente: Elaboración propia.

**Cuadro 9**

**Habilidades específicas fundamentales para el cálculo mental y estimación en Números y Medidas**

IV año	V año	VI año
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Seleccionar los métodos y las herramientas más adecuados para la resolución de cálculos.</li> <li>• Calcular mentalmente los resultados de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones.</li> <li>• Evaluar la pertinencia de los resultados que se obtienen al realizar un cálculo o una estimación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Redondear un número decimal.</li> <li>• Analizar el resultado de multiplicar y dividir por números mayores o menores que uno.</li> <li>• Seleccionar métodos y herramientas adecuadas para la resolución de cálculos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcular mentalmente potencias mediante diferentes estrategias.</li> <li>• Aplicar el cálculo mental de los resultados de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones.</li> <li>• Determinar el resultado de operaciones con fracciones mediante el cálculo mental utilizando diferentes estrategias.</li> </ul>

Fuente: Elaboración propia.

**Cuadro 10**

**Habilidades específicas fundamentales para las mediciones en Números y Medidas**

IV año	V año	VI año
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Estimar áreas utilizando el metro cuadrado, sus múltiplos y submúltiplos.</li> <li>• Realizar conversiones entre este tipo de medidas.</li> <li>• Establecer la relación bancaria entre las monedas y billetes de todas las denominaciones.</li> <li>• Aplicar el uso de cantidades monetarias en diversas situaciones reales o ficticias.</li> <li>• Estimar el tiempo utilizando años, meses, semanas, horas, minutos y segundos.</li> <li>• Medir el tiempo utilizando años, meses, semanas, horas, minutos y segundos.</li> <li>• Realizar conversiones entre estas medidas.</li> <li>• Aplicar el sistema métrico decimal en situaciones reales o ficticias.</li> <li>• Realizar conversiones entre diversas unidades de medida.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicar el uso del sistema monetario nacional en situaciones ficticias o del entorno.</li> <li>• Aplicar las diversas medidas en la resolución de problemas que se presenten en situaciones ficticias y del entorno.</li> <li>• Realizar estimaciones de diversas medidas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizar el metro cúbico, sus múltiplos y submúltiplos en diversas situaciones ficticias o del entorno.</li> <li>• Realizar conversiones de unidades cúbicas.</li> <li>• Establecer relaciones entre el decímetro cúbico y el litro, así como múltiplos y submúltiplos de ellos.</li> <li>• Aplicar esas relaciones en situaciones ficticias o del entorno.</li> <li>• Aplicar las diversas medidas en la resolución de problemas dados en situaciones ficticias o del entorno.</li> <li>• Realizar estimaciones de diversas medidas.</li> <li>• Realizar conversiones monetarias: colones a dólares, colones a euros y viceversa.</li> </ul>

IV año	V año	VI año
<ul style="list-style-type: none"><li>• Resolver problemas que involucren diversas medidas.</li></ul>		

---

Fuente: Elaboración propia.

Aquí es importante señalar que, en la sección de habilidades específicas fundamentales de las **relaciones** en Relaciones y Álgebra, se incluyeron algunas habilidades por su relación con el dominio Cantidad según PISA (cuadro 6).

El área de Números juega un papel muy importante en la educación primaria y particularmente en el II Ciclo (cuarto, quinto y sexto) se busca desarrollar habilidades de cálculo en las personas estudiantes, a través de las relaciones entre las operaciones, el uso de las diferentes representaciones y su aplicación en la resolución de problemas contextualizados.

Esto mismo sucede con el área de Medidas, que busca que las personas estudiantes utilicen las diferentes medidas en la resolución de problemas. Para lograr un desarrollo adecuado de estas habilidades es fundamental que el estudiantado se enfrente a la realización de medidas, con la utilización de diferentes materiales. Un buen trabajo en estas áreas en el II Ciclo de la EGB garantizaría excelentes bases para que la población estudiantil se enfrente a problemas como los planteados en PISA.

En este análisis se consideraron unas habilidades fundamentales del área de Relaciones y Álgebra, particularmente las relacionadas con las sucesiones y patrones, debido a que están vinculadas con el dominio Cantidad, según PISA y que se mostrarán más adelante.

## **Geometría**

### **Cuadro 11**

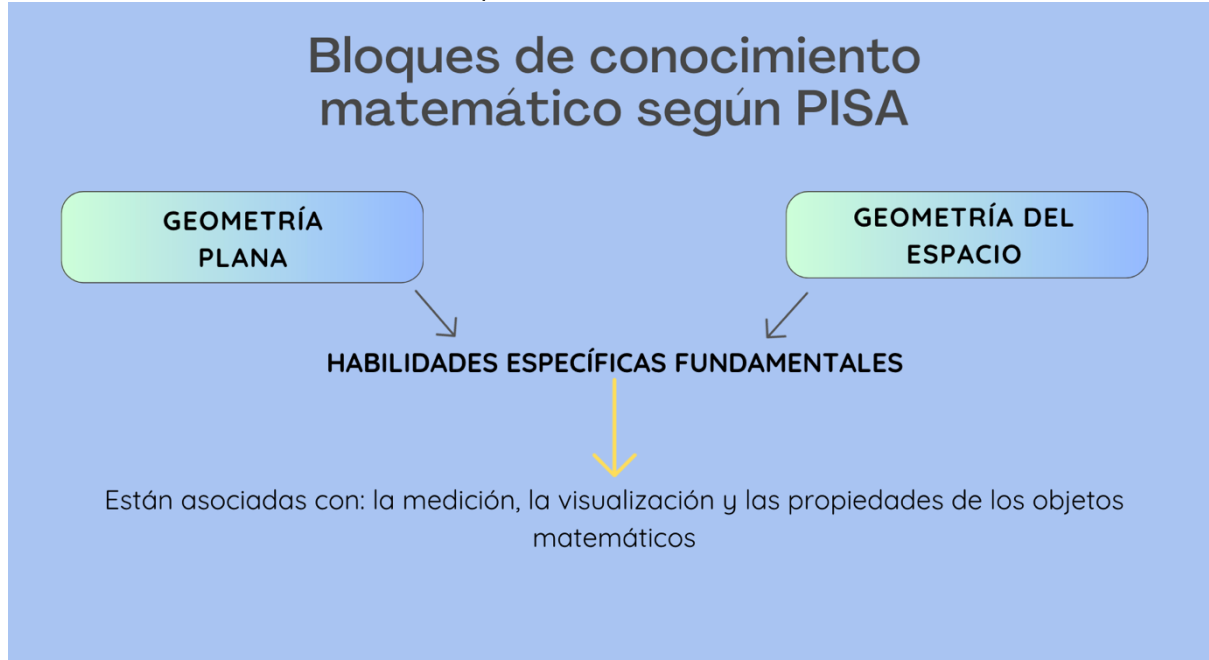
#### **Perfil de salida para Geometría según el MEP y PISA**

Perfil de salida para II Ciclo de EGB	Conocimiento del contenido matemático según PISA
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar figuras geométricas planas en el entorno y en diversos objetos.</li> </ul>	Se basa en geometría plana y del espacio.
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar sólidos en el entorno y en diversos objetos.</li> </ul>	Incluye la medición, la visualización y el álgebra.
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Clasificar figuras geométricas considerando el número de sus lados, las relaciones de posición entre ellos y sus aspectos métricos (ángulos, lados).</li> </ul>	Se trabaja con situaciones reales que requiere de: <ul style="list-style-type: none"> <li>• patrones</li> <li>• propiedades de los objetos</li> <li>• posiciones</li> <li>• orientaciones</li> <li>• representaciones de objetos</li> <li>• decodificación de información visual</li> <li>• codificación de información visual</li> <li>• navegación e interacción dinámica</li> <li>• formas</li> <li>• representaciones</li> <li>• movimiento</li> <li>• desplazamiento</li> <li>• anticipar acciones en espacio</li> <li>• perspectiva tridimensional</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reproducir y trazar figuras geométricas.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Abstraer algunas propiedades de las figuras geométricas.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicar el cálculo de perímetros y áreas de figuras poligonales y circulares en diversos contextos.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar y trazar figuras simétricas.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar relaciones entre figuras mediante giros y traslaciones.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizar vocabulario geométrico básico.</li> </ul>	

Fuente: Elaboración propia.

En la figura 5 se presentan las coincidencias entre el perfil de salida del II Ciclo de la EGB y los conocimientos del contenido matemático según PISA.

Figura 5  
Síntesis de conocimientos matemáticos para el área de Geometría



Fuente: Elaboración propia.

Según la figura anterior, las habilidades específicas fundamentales de los programas de Matemáticas vigentes para el área de Geometría desarrolladas hasta este ciclo son aquellas asociadas con la medición, la visualización y las propiedades de los objetos matemáticos.

A continuación, se presentan esas habilidades específicas fundamentales, por año escolar:

**Cuadro 12**

**Habilidades específicas fundamentales para la medición en Geometría**

IV año	V año	VI año
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver problemas que involucren el cálculo de perímetros y áreas de triángulos y cuadriláteros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver problemas que involucren el cálculo de perímetros y áreas de diversas figuras (triángulos, polígonos y circunferencias).</li> <li>• Calcular el volumen de los cuerpos sólidos simples: cubo, prisma, cilindro, cono, pirámide y esfera.</li> </ul>

Fuente: Elaboración propia.

**Cuadro 13**

**Habilidades específicas fundamentales para la visualización en Geometría**

IV año	V año	VI año
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar diversos elementos de los triángulos (lado, vértice, ángulo, base, altura).</li> <li>• Identificar diversos elementos de los cuadriláteros (lado, vértice, ángulo, base, altura, diagonal).</li> <li>• Identificar estas figuras y sus elementos (vértices,</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconocer figuras simples dentro de una más compleja.</li> <li>• Representar puntos y figuras utilizando coordenadas en el primer cuadrante.</li> <li>• Reconocer figuras que se obtienen mediante traslación de otras.</li> <li>• Reconocer prismas y algunos de sus elementos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar elementos de una circunferencia (diámetro, radio, centro, cuerda, ángulo central, cuadrante).</li> <li>• Identificar elementos de un polígono inscrito en una circunferencia (ángulos centrales, radio, apotema).</li> </ul>

IV año	V año	VI año
<p>lados, ángulos) en objetos del entorno.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconocer en dibujos u objetos del entorno polígonos regulares e irregulares.</li> <li>• Identificar cubos y prismas rectangulares en objetos del entorno.</li> <li>• Identificar segmentos paralelos y perpendiculares en conexión con prismas rectangulares.</li> <li>• Identificar planos en conexión con las caras de los prismas rectangulares.</li> <li>• Aplicar el concepto de paralelismo y perpendicularidad de planos en conexión con prismas rectangulares.</li> <li>• Identificar diversos cuadriláteros en conexión con cubos y prismas en general.</li> <li>• Identificar los ejes de simetría de una figura.</li> </ul>	<p>y propiedades (caras, bases, altura).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconocer cilindros y algunos de sus elementos y propiedades (bases, superficie lateral, eje, altura, radio y diámetro de la base).</li> </ul>	

Fuente: Elaboración propia.

Cuadro 14

Habilidades específicas fundamentales para las propiedades de los objetos matemáticos en Geometría

<b>IV año</b>	<b>V año</b>	<b>VI año</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Clasificar triángulos de acuerdo con las medidas de sus ángulos.</li><li>• Clasificar triángulos de acuerdo con las medidas de sus lados.</li><li>• Clasificar cuadriláteros en paralelogramos y no paralelogramos.</li><li>• Clasificar paralelogramos en cuadrado, rectángulo, rombo y romboide.</li><li>• Reconocer propiedades de cuadriláteros referidos a los lados, los ángulos y las diagonales.</li><li>• Clasificar los cuadriláteros no paralelogramos en trapecios y trapezoides.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Reconocer prismas y algunos de sus elementos y propiedades (caras, bases, altura).</li><li>• Reconocer cilindros y algunos de sus elementos y propiedades (bases, superficie lateral, eje, altura, radio y diámetro de la base).</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• 16. Reconocer, reproducir y trazar figuras simétricas.</li></ul>

---

Fuente: Elaboración propia.

El abordaje de este dominio según PISA implica algunos conocimientos matemáticos que se incluyen hasta en el III ciclo de la EGB (séptimo, octavo y noveno año), entre ellos: las transformaciones en el plano (solo se aborda la traslación) y la modelización que permita anticipar acciones de diversos cuerpos en el espacio.

Sin embargo, es evidente que las habilidades específicas de II ciclo están en correspondencia con las expectativas que plantean las pruebas internacionales, tres años después de haber concluido el ciclo.

Desde esta óptica, es recomendable que cuando se plantea que el estudiantado deba “*Calcular el volumen de los cuerpos sólidos simples: cubo, prisma, cilindro, cono, pirámide y esfera*”, se haga lo anterior siempre mediante la resolución de problemas de contexto real, debido a que, potencia las destrezas esperadas en las pruebas PISA, aunque no sea explícito en los programas de Matemáticas vigentes.

La mediación pedagógica apropiada de habilidades específicas fundamentales presentadas en los cuadros 12, 13 y 14 contribuirá en el desarrollo de destrezas del estudiantado que enfrente las preguntas de “Espacio y Forma” en las pruebas PISA debido a su estrecha relación con este dominio.

Además, en el currículo nacional en el área de Geometría no es visible la conexión con: las relaciones (funciones), los patrones y el álgebra como lenguaje (bloques identificados en la figura 6 para el dominio de Cambio y relaciones); las habilidades generales no puntualizan cómo integrar destrezas de Geometría con Relaciones y Álgebra. Sin embargo, esto es un requerimiento para tener un desempeño exitoso en las pruebas PISA. Hay habilidades específicas del área de Relaciones y Álgebra, que con una acertada mediación pedagógica se pueden integrar con habilidades de Geometría y propiciarlas de manera simultánea al resolver problemas, con lo anterior se logrará desde tempranas edades (inicio del II ciclo, aproximadamente a los 11 años) abordar problemas con una complejidad acorde con el nivel escolar y la perspectiva de la competencia matemática.

## Relaciones y Álgebra

### Cuadro 15

#### Perfil de salida para Relaciones y Álgebra según el MEP y PISA

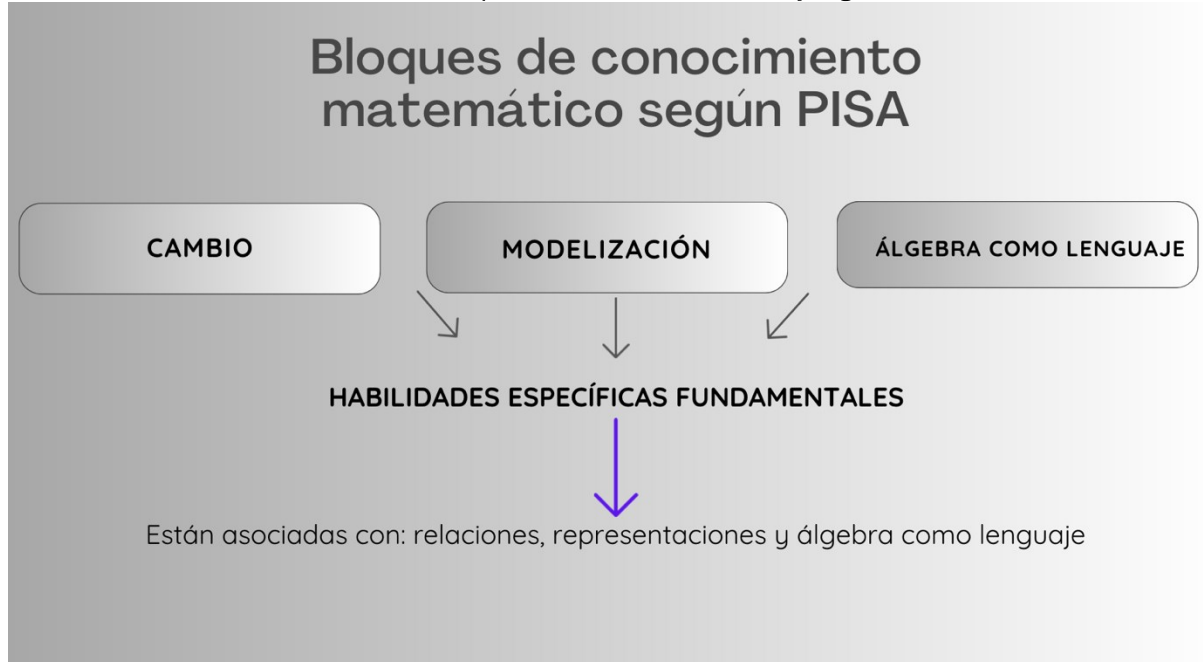
#### Perfil de salida para II Ciclo de EGB

#### Conocimiento del contenido matemático según PISA

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analizar patrones numéricos y no numéricos.</li> </ul>	<p>Se base en la comprensión del cambio, la modelización y el álgebra como lenguaje.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pasar de representaciones verbales a numéricas.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representar relaciones entre cantidades variables.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinar el valor desconocido en una expresión numérica.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analizar gráficas de figuras con escala.</li> </ul>	<p>Se requiere comprender:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• tipos fundamentales de cambio y fenómenos de cambio</li> <li>• modelos matemáticos adecuados para describir y predecir el cambio</li> <li>• símbolos</li> <li>• gráficos</li> <li>• ecuaciones</li> <li>• relaciones o funciones</li> <li>• pensamiento computacional</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar distintas representaciones de una proporción numérica.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizar letras para representar cantidades variables.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicar regla de tres y porcentaje en la solución de problemas.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantear y resolver problemas a partir de una situación dada. (MEP, 2012, p.231)</li> </ul>	

Fuente: Elaboración propia.

Figura 6  
Síntesis de conocimientos matemáticos para el área de Relaciones y Álgebra



Fuente: Elaboración propia.

Según la figura anterior, las habilidades específicas fundamentales de los programas de Matemáticas vigentes para el área de Relaciones y Álgebra desarrolladas hasta este ciclo son aquellas asociadas con las relaciones, las representaciones y el álgebra como lenguaje.

A continuación, se presentan esas habilidades específicas fundamentales, por año escolar:

Cuadro 16

Habilidades específicas fundamentales para las relaciones en Relaciones y Álgebra

IV año	V año	VI año
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicar sucesiones y patrones para resolver problemas contextualizados.</li> <li>• Identificar el número que falta en una expresión matemática, una figura o en una tabla.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Distinguir entre cantidades variables y constantes.</li> <li>• Identificar y aplicar relaciones entre dos cantidades variables en una expresión matemática.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analizar la proporción entre cantidades numéricas. (*)</li> <li>• Plantear y resolver problemas aplicando porcentajes y regla de tres.</li> <li>• Plantear y resolver problemas aplicando</li> </ul>

IV año	V año	VI año
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinar el valor desconocido en una ecuación matemática dada.</li> <li>• Analizar gráficas de figuras con escala.</li> <li>• Determinar relaciones de dependencia entre cantidades.</li> </ul>	<p>proporcionalidad directa.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Analizar sucesiones y patrones con números, figuras y representaciones geométricas. (*)</li> <li>• Plantear y resolver problemas aplicando sucesiones y patrones. (*)</li> <li>• Identificar si un número es solución de una ecuación dada.</li> <li>• Plantear y resolver problemas aplicando ecuaciones de primer grado.</li> <li>• Identificar si un número es solución de una inecuación dada.</li> <li>• Plantear y resolver problemas aplicando inecuaciones de primer grado.</li> </ul>

---

Fuente: Elaboración propia.

(\*) Se incluyen por su relación con el dominio de Cantidad según PISA.

**Cuadro 17**

**Habilidades específicas fundamentales para las representaciones en Relaciones y Álgebra**

IV año	V año	VI año
<ul style="list-style-type: none"> <li>Analizar patrones en sucesiones con figuras, representaciones geométricas y en tablas de números naturales menores que 1 000 000.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Representar mediante tablas relaciones entre dos cantidades que varían simultáneamente.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Identificar y representar en un plano de coordenadas puntos que satisfacen una relación entre dos cantidades que varían simultáneamente.</li> </ul>

Fuente: Elaboración propia.

**Cuadro 18**

**Habilidades específicas fundamentales para el álgebra como lenguaje en Relaciones y Álgebra**

IV año	V año	VI año
<ul style="list-style-type: none"> <li>Representar una expresión matemática dada en forma verbal utilizando números y letras.</li> <li>Construir tablas que cumplan las especificaciones dadas en forma verbal.</li> <li>Plantear y resolver problemas formulados verbalmente.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Representar una expresión matemática dada en forma verbal utilizando números y letras.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Representar algebraicamente una expresión matemática dada verbalmente.</li> </ul>

Fuente: Elaboración propia.

En el cuadro 16 se presentan habilidades que trabajan las destrezas en relaciones como antecedente de tipos de cambio y fenómenos de cambio que llevarán posteriormente a los modelos que describen el cambio. EL cuadro 17 contiene las habilidades específicas fundamentales que emplean las representaciones como insumos para la modelización.

Respecto al cuadro 18, es importante destacar el paso entre lo verbal y su representación, ya sea como: expresión algebraica (números y letras) o cuadro.

Aunque estas habilidades específicas no tienen explícito que la resolución de problemas debe ser en contextos reales, lo conveniente es usar la mayor cantidad de veces posible este tipo de recurso, debido a que el vínculo con la realidad acerca al estudiantado a los ítems empleados por PISA para este dominio, debido a que, está implícito en la resolución utilizar diversas representaciones y deducir comportamientos, lo que logra de manera natural la construcción de modelos y generalizaciones.

La generalización está presente en los programas de Matemáticas vigentes hasta en el siguiente ciclo escolar, sin embargo, la exposición del estudiantado a situaciones que permitan predecir comportamientos o deducir leyes o patrones en situaciones reales favorecerá destrezas exigidas en las pruebas PISA para el dominio “Cambio y relaciones”.

## Estadística y Probabilidad

### Estadística

#### Cuadro 19

#### Perfil de salida para Estadística según el MEP y PISA

Perfil de salida para II Ciclo de EGB	Conocimiento del contenido matemático según PISA
<ul style="list-style-type: none"><li>Interpretar información estadística del contexto que haya sido representada mediante diferentes técnicas.</li></ul>	Variabilidad de los datos y su descripción: <ul style="list-style-type: none"><li>Conceptos de variabilidad: Varianza y covarianza</li><li>Distribución y tendencia central de los conjuntos de datos.</li><li>Formas de describir e interpretar los datos en términos cuantitativos y gráficos.</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>Utilizar diferentes estrategias para el proceso de recolección de datos: observación, interrogación, medición y cuestionario.</li></ul>	Muestra y muestreo:

---

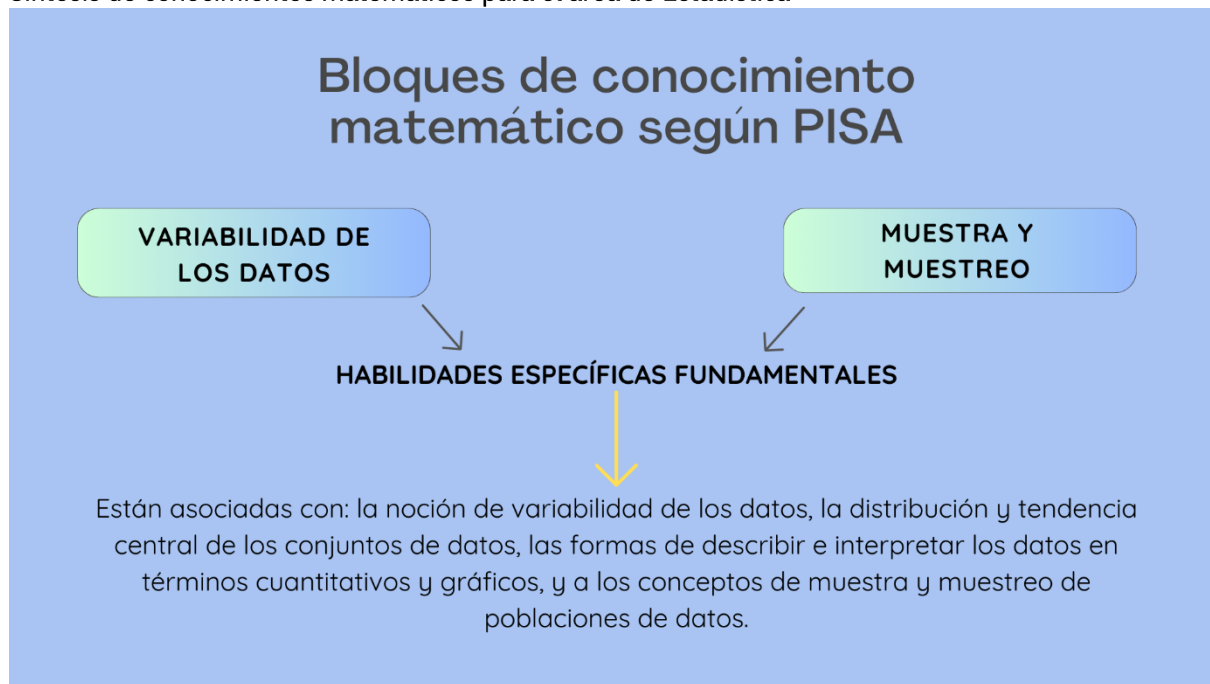
- 
- Combinar el uso de estrategias para resumir datos: tabular, gráfica o medidas de resumen.
  - Plantear y resolver problemas que requieran de recolección, ordenamiento, presentación y análisis de datos vinculados con diversos contextos. (MEP, 2012, p.247).
  - Conceptos de muestras y muestreo de poblaciones de datos.
  - Inferencias simples basadas en las propiedades de las muestras, incluida la precisión y la certeza.
- 

Fuente: Elaboración propia.

En la figura 7 se presentan únicamente las coincidencias entre el perfil de salida y el dominio, esta relación será denominada habilidades específicas fundamentales.

Figura 7

Síntesis de conocimientos matemáticos para el área de Estadística



Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se presentan esas habilidades específicas fundamentales, por año escolar:

**Cuadro 20**

**Habilidades específicas fundamentales para la variabilidad de los datos en Estadística y Probabilidad**

<b>IV año</b>	<b>V año</b>	<b>VI año</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Interpretar información que ha sido resumida en dibujos, diagramas, cuadros y gráficos en diferentes contextos. (248)</li><li>• Emplear los diagramas de puntos para representar grupos de datos cuantitativos.</li><li>• Resumir un grupo de datos mediante el empleo de la moda, la media aritmética (o promedio), el máximo y el mínimo de un grupo de datos e interpretar estas medidas en relación con la información recabada.</li><li>• Identificar el recorrido de un grupo de datos como la diferencia entre el máximo y el mínimo.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Analizar la información recolectada por medio de un cuestionario mediante la elaboración de cuadros, gráficos con frecuencias absolutas y el cálculo de medidas de posición y de variabilidad.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Resumir y clasificar grupos de datos utilizando la frecuencia porcentual.</li><li>• Identificar la frecuencia porcentual como herramienta fundamental para los análisis comparativos entre dos o más grupos de datos.</li><li>• Utilizar diagramas lineales para representar tendencias en series de tiempo.</li><li>• Plantear y resolver problemas vinculados con diferentes contextos. utilizando análisis estadísticos.</li></ul>

Fuente: Elaboración propia.

**Cuadro21**

**Habilidades específicas fundamentales para la muestra y muestreo en Estadística y Probabilidad**

IV año	V año	VI año
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar diferencias entre datos cuantitativos, según las estrategias de recolección de información: por conteo o por medición.</li> <li>• Identificar posibles errores en los datos recolectados.</li> <li>• Recolectar datos del entorno por medio de la medición.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar los conceptos de población y muestra.</li> <li>• Reconocer la importancia del muestreo en el análisis de datos.</li> <li>• Identificar fuentes potenciales de errores en la recopilación de datos por medio del cuestionario.</li> <li>• Diseñar cuestionarios simples enfocados hacia la búsqueda de información.</li> <li>• Recolectar datos por medio de la aplicación de un cuestionario y resumir la información correspondiente en una base de datos codificada.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantear y resolver problemas vinculados con diferentes contextos utilizando análisis estadísticos.</li> </ul>

---

Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo al Currículo de Matemática MEP (2012), aunque, desde primer ciclo se pretende visualizar la importancia de la variabilidad de los datos, señalando “uno de los temas fundamentales que se desarrolla persistentemente es el de la variabilidad de los datos”(MEP, 2012, p.55); en segundo ciclo solo se introduce el recorrido como medida de variabilidad, y es hasta undécimo año del ciclo diversificado que se estudia la varianza y desviación estándar para una comparación más precisa de la variabilidad de los datos. Por otro lado, el contenido de covarianza no aparece explícitamente en los Programas de Estudio MEP (2012).

Cabe señalar que, desde 4º año se introduce la media aritmética para resumir e interpretar un conjunto de datos; sin embargo, es hasta 10º año que se estudia la mediana y la media aritmética ponderada, para un análisis más completo de tendencia central de los conjuntos de datos.

En cuanto a formas de describir e interpretar los datos, se promueve en los primeros años de la EGB, diversos tipos de representaciones, como los cuadros de frecuencias simples en 2º año, para luego introducir, en segundo ciclo, representaciones tabulares más complejas y los gráficos de barras simples, diagramas de puntos y diagramas lineales. También algunas medidas de resumen como: la moda, la media aritmética, el máximo, el mínimo y el recorrido; que pueden ayudar al análisis de grupos de datos en términos cuantitativos y gráficos. Un aspecto importante, es que, a partir de 4º año, se promueve el uso de tecnologías digitales como el uso de una calculadora para determinar la media aritmética, o el empleo de una hoja de cálculo para favorecer el proceso de análisis de datos.

En cuanto a los conceptos de muestras y muestreo de poblaciones de datos, se introducen en 5º año de educación primaria y se retoman en 7º año de educación secundaria. Sin embargo, es en 9º año que se profundizan estos conceptos con el estudio de muestras aleatorias, lo que propicia las inferencias simples basadas en las propiedades de las muestras, generando una conexión con los contenidos de Probabilidad.

## **Probabilidad**

### **Cuadro 22**

#### **Perfil de salida para Probabilidad según el MEP y PISA**

<b>Perfil de salida para II Ciclo de EGB</b>	<b>Conocimiento del contenido matemático según PISA</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>Identificar eventos más probables, menos probables o igualmente probables de acuerdo con el número de resultados simples pertenecientes a cada evento.</li></ul>	Uso de principios básicos de combinatoria.  Comprensión de las interrelaciones entre variables para interpretar situaciones y hacer predicciones, para la toma de decisiones condicional.
<ul style="list-style-type: none"><li>Determinar probabilidades elementales vinculadas con eventos particulares.</li></ul>	Noción de:

Perfil de salida para II Ciclo de EGB

- Plantear y resolver problemas vinculados con situaciones aleatorias. (MEP, 2012, p.247)

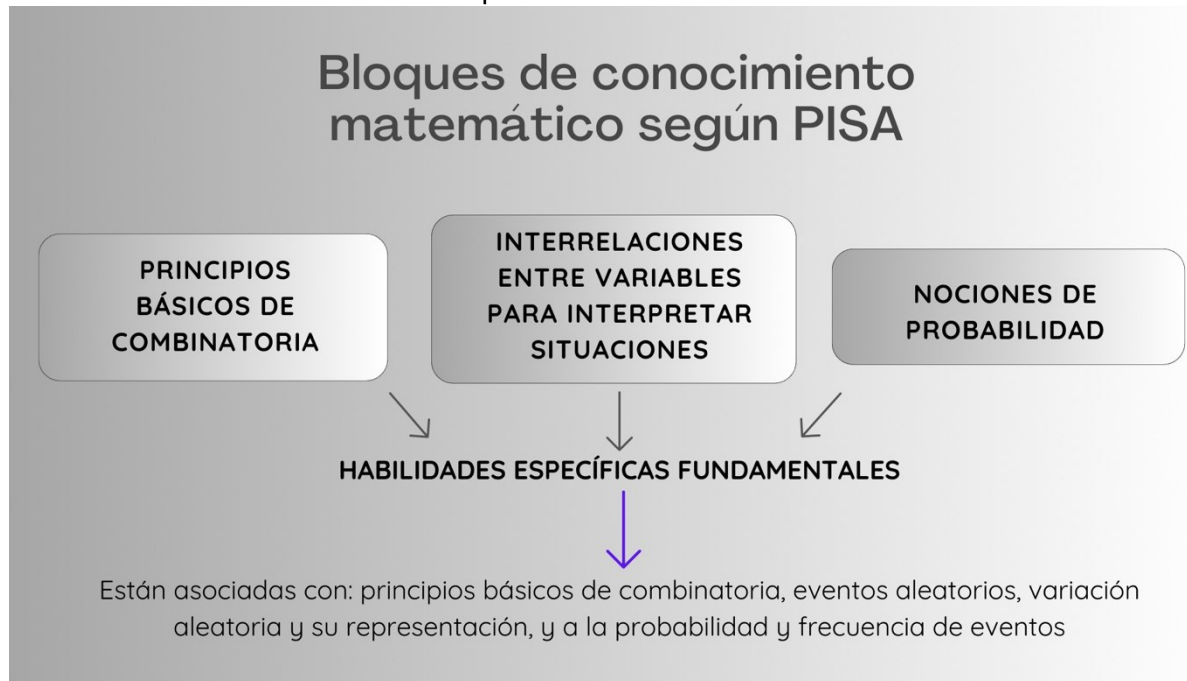
Conocimiento del contenido matemático según PISA

- Eventos aleatorios
- Variación aleatoria y su representación
- Probabilidad y frecuencia de eventos
- Aspectos básicos del concepto de probabilidad
- Probabilidad condicional.

Fuente: Elaboración propia.

Figura 8

Síntesis de conocimientos matemáticos para el área de Probabilidad



Fuente: Elaboración propia.

**Cuadro 23**

**Habilidades específicas fundamentales para los principios básicos de combinatoria en Estadística y Probabilidad**

<b>IV año</b>	<b>V año</b>	<b>VI año</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>• Identificar los distintos resultados simples de un experimento aleatorio.</li><li>• Identificar los resultados a favor de la ocurrencia de un evento.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Identificar el número de resultados favorables de un evento dado.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Deducir mediante situaciones concretas los valores que puede tomar la probabilidad de un evento cualquiera, de un evento seguro y de un evento imposible.</li></ul>

---

Fuente: Elaboración propia.

**Cuadro 24**

**Habilidades específicas fundamentales para interrelaciones entre variables para interpretar situaciones en Estadística y Probabilidad**

<b>IV año</b>	<b>V año</b>	<b>VI año</b>
		<ul style="list-style-type: none"><li>• Identificar la frecuencia porcentual como herramienta fundamental para los análisis comparativos entre dos o más grupos de datos.</li><li>• Plantear y resolver problemas vinculados con diferentes contextos utilizando análisis estadísticos.</li><li>• Utilizar probabilidades para favorecer la toma de decisiones.</li></ul>

---

Fuente: Elaboración propia.

**Cuadro 25**

**Habilidades específicas fundamentales para nociones de probabilidad en Estadística y Probabilidad**

IV año	V año	VI año
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconocer situaciones aleatorias en diferentes situaciones del contexto.</li> <li>• Representar eventos mediante la identificación de sus resultados simples.</li> <li>• Determinar eventos más probables, igualmente probables y menos probables de acuerdo con la frecuencia de sus resultados simples.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinar eventos seguros, probables o imposibles en situaciones aleatorias particulares.</li> <li>• Interpretar los conceptos de eventos más probables, igualmente probables y menos probables de acuerdo con la frecuencia de sus resultados simples.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinar la probabilidad de un evento como la proporción de resultados favorables del evento entre el total de resultados.</li> </ul>

Fuente: Elaboración propia.

A partir de 4° año se deben identificar los distintos resultados simples de un experimento aleatorio, por lo que será necesario emplear alguna estrategia de conteo; sin embargo, aunque no aparece explícitamente en los Programas de Estudio de Matemática vigentes (MEP, 2012) el estudio de elementos básicos de combinatoria, en la sección de indicaciones metodológicas del área matemática para segundo ciclo (MEP, 2012, p. 268), se brinda un ejemplo, donde se establecen varias formas para contabilizar los resultados posibles al lanzar dos dados, mediante la enumeración en pares (2,2), (2,3), ..., (6,6), el uso de una tabla de doble entrada y el diagrama de árbol.

Por otro lado, a lo largo de la educación primaria se desarrolla paulatinamente la noción de probabilidad, iniciando con la distinción entre situaciones aleatorias y situaciones deterministas, para luego comparar eventos aleatorios en: más probables, igualmente probables y menos probables; de acuerdo con la frecuencia y la identificación de sus resultados simples. En 6° año de educación primaria se calcula la probabilidad de un evento, a partir de la definición clásica o laplaciana de Probabilidad y se precisan algunas propiedades

básicas asociadas a esta. Sin embargo, es en 9º año que se introduce el concepto de muestras aleatorias y la definición de probabilidad frecuencial, que amplía la cantidad de contextos, más allá de los delimitados por la definición clásica.

Hasta aquí se han establecido los bloques de conocimiento y se han identificado las HEF que servirán de guía para el análisis que se presenta a continuación.

### **Escasa evidencia de la evaluación de las HEF en la prueba nacional estandarizada de sexto año 2023**

- La prueba no considera los elementos curriculares de los programas de estudio de Matemáticas (MEP, 2012): competencia matemática, resolución de problemas en contextos reales, procesos matemáticos, niveles de complejidad y el enfoque del área.
- Los ítems planteados corresponden a una concepción errónea de la resolución de problemas.
- Los ítems propuestos presentan contextos artificiales.
- Las habilidades específicas no evaluadas oscilan entre el 78% y 91% por área, siendo la más afectada Estadística y Probabilidad evaluando únicamente 3 de 31 habilidades.
- Con este tipo de prueba **no** se puede preparar al estudiantado, desde temprana edad, para eventualmente enfrentar la prueba PISA, debido a que no contiene suficientes HEF.

A continuación, se presentan los aspectos generales y específicos de la Prueba Nacional Estandarizada de Matemáticas (PNEM-2023), Formulario 2023-D01, aplicada a las personas estudiantes que cursaban sexto año tanto en centros educativos públicos como privados.

### **Presentación**

Se hace un análisis por grupo de ítems y área matemática, a partir de las habilidades específicas de los Programas de Matemáticas (MEP, 2012). Además, se incluye una reflexión que tiene como referente el producto de esta investigación, en la que los bloques de conocimiento establecidos según PISA permitieron establecer lo que se ha denominado habilidades específicas fundamentales (HEF).

### Aspectos generales

- La prueba contiene 30 ítems de selección única
- Cada ítem presenta tres opciones de respuesta
- Se permite el uso de calculadora (no se especifica el tipo)

### Aspectos específicos

#### Cuadro 26

Cantidad de ítems por área matemática en la Prueba Nacional Estandarizada de Matemáticas (Formulario 2023-DO1)

Área	Número de ítem	Cantidad
Números	1, 2,3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,	9
Geometría	10,11, 12, 13, 14, 15, 16, 17,	8
Medidas	18, 19, 20, 21,	4
Relaciones y Álgebra	22, 23, 24, 25, 26, 27,	6
Estadística y Probabilidad	28, 29, 30	3

Fuente: Elaboración propia.

Tal y como se observa en el cuadro 26, las áreas de Números y Geometría son las que más se consideran en la PNEM-2023, pues el 56,6% de los ítems son de estas áreas matemáticas. El área de Estadística y Probabilidad es muy poco evaluada, tiene apenas un peso de 10% del total de ítems, esto coincide con las decisiones que ha tomado el MEP desde hace varios años, donde ha relegado esta área tan importante del currículo nacional (Poveda-Vásquez y Manning-Jara, 2021).

Al analizar el documento “Marco de referencia Prueba Nacional Estandarizada 2023” se determina que no se detallan los conocimientos ni habilidades específicas de los programas de matemáticas del MEP (2012) que se consideraron en la PNEM-2023, por lo que, para realizar el siguiente análisis se tomaron en cuenta todas las correspondientes al II Ciclo.

**Cuadro 27**

**Año lectivo, conocimientos, habilidades específicas asociadas a cada ítem de la Prueba Nacional Estandarizada de Matemáticas (Formulario 2023-D01) en el área de Números**

Número de ítem	Año lectivo	Conocimientos	Habilidades específicas
1	4	Relaciones numéricas	Leer y escribir números naturales menores que un millón (p.174)
2	4	Relaciones de orden	Comparar y ordenar números en su representación decimal (p. 178)
3	6	Potencias de base 10	Expresar números naturales en notación desarrollada utilizando potencias de base diez (p. 189)
4	4	Múltiplos	Reconocer los múltiplos de un número (p. 174)
5	6	Números compuestos	Identificar números primos y compuestos (p. 187)
6	4	Operaciones con números decimales	Resolver y plantear problemas donde se requiera el uso de la suma, la resta y la multiplicación de números con decimales (p.178)
7	5	Combinación de operaciones	Resolver problemas y operaciones donde se requiera el uso de la combinación de operaciones suma, resta, multiplicación y división de números naturales (p. 182)
8	4	Fracción propia	Plantear y resolver problemas que involucren fracciones propias (p.177)
	5	Fracción impropia	Representar una fracción impropia como la suma de un número natural y una fracción propia (p.183)
9	5	Redondeo	Redondear un número decimal (p.186)

Fuente: Elaboración propia.

Al analizar los datos del cuadro 27, se evalúan cinco habilidades de cuarto año, tres de quinto año y dos de sexto año. Si se consideran todas las habilidades de los programas de estudio de cuarto y quinto año de esta área y la mitad de las de sexto, solo se estarían evaluando un 18,87% de las habilidades de Números. Al ser un porcentaje tan bajo, es necesario seleccionar

habilidades que permitan una visión más completa y representativa de esta. En ese sentido en el área de Números, en el II ciclo, según MEP (2012), es fundamental el fortalecimiento del cálculo operatorio de los números naturales, decimales y fracciones.

**Cuadro 28**

**Año lectivo, conocimientos, habilidades específicas asociadas a cada ítem de la Prueba Nacional Estandarizada de Matemáticas (Formulario 2023-D01) en el área de Geometría**

<b>Número de ítem</b>	<b>Año lectivo</b>	<b>Conocimientos</b>	<b>Habilidades específicas</b>
10	4	Polígonos	Reconocer en dibujos u objetos del entorno polígonos regulares e irregulares (p. 203)
11	4	Paralelogramos	Reconocer propiedades de cuadriláteros referidas a los lados, los ángulos y las diagonales (p. 203)
12	4	Clasificación de triángulos según la medida de sus ángulos	Clasificar triángulos de acuerdo con las medidas de sus ángulos (p. 202)
13	5	Cilindros	Reconocer cilindros y algunos de sus elementos y propiedades (bases, superficie lateral, eje, altura, radio y diámetro de la base) (p. 209).
14	5	Perímetro	Calcular, utilizando fórmulas, el perímetro y el área de triángulos, cuadrados, rectángulos, paralelogramos y trapecios (p. 205)
15	5	Área	Calcular, utilizando fórmulas, el perímetro y el área de triángulos, cuadrados, rectángulos, paralelogramos y trapecios (p. 205)
16	4	Simetría- Puntos homólogos	Ubicar un punto homólogo a otro respecto a una recta (p. 204)
17	5	Geometría analítica	Representar puntos y figuras utilizando coordenadas en el primer cuadrante. (p. 207)

Fuente: Elaboración propia.

En el cuadro 28 se muestran los conocimientos y habilidades específicas de MEP (2012) que se evalúan en la PNEM-2023, particularmente las del área de Geometría, se consideran cuatro habilidades de cuarto año y cuatro de quinto año. Si se consideran todas las habilidades de los programas de estudio de cuarto y quinto año de esta área y la mitad de las de sexto, solo se estarían evaluando un 18,87% de las habilidades de Geometría. Se destaca que no se incluyen habilidades específicas asociadas con Geometría del espacio, aunque si están contempladas en cuarto año.

#### Cuadro 29

Año lectivo, conocimientos, habilidades específicas asociadas a cada ítem de la Prueba Nacional Estandarizada de Matemáticas (Formulario 2023-D01) en el área de Medidas

Número de ítem	Año lectivo	Conocimientos	Habilidades específicas
18	4	Tiempo	Medir el tiempo utilizando años, meses, semanas, horas, minutos y segundos (p. 224)
19	3	Litro	Realizar conversiones entre el litro, sus múltiplos y submúltiplos (p. 129)
20	2	Moneda	Establecer relación entre las monedas de denominaciones hasta ₡ 500 (p. 126)
21	3	Moneda Peso	Plantear problemas que utilicen diferentes tipos de medidas (p. 130)

Fuente: Elaboración propia.

En el cuadro 29 se evidencia que los conocimientos y habilidades evaluados en el área de Medidas corresponden a segundo, tercero y cuarto año de la educación primaria, considerados solo los de nivel muy básico, como por ejemplo el ítem 20 de la PNEM-2023 que se presenta a continuación.

Figura 9

Ítem 20 de la Prueba Nacional Estandarizada de Matemáticas (Formulario 2023-D01) correspondiente al área de Medidas

- 20) Si el monto que se paga por viajar en un bus es ₡580 y una persona lo paga exacto con monedas, entonces, ¿cuál sería un posible pago que hace esa persona?
- A) Cinco monedas de ₡100, una de ₡50 y una de ₡10
  - B) Cuatro monedas de ₡100, tres de ₡50 y tres de ₡10
  - C) Tres monedas de ₡100, cuatro de ₡50 y cinco de ₡10

Fuente: Formulario 2023-D01.

Como se observa en la figura 9, este ítem evalúa la habilidad de “Establecer relación entre las monedas de denominaciones hasta ₡ 500” (p. 126) de segundo año de MEP (2012), quedando sin evaluar conocimientos que se relacionan con esta habilidad, pero de mayor esfuerzo cognitivo que se estudian a nivel de quinto y sexto año.

Cuadro 30

Año lectivo, conocimientos, habilidades específicas asociadas a cada ítem de la Prueba Nacional Estandarizada de Matemáticas (Formulario 2023-D01) en el área de Relaciones y álgebra

---

Número de ítem	Año lectivo	Conocimientos	Habilidades específicas
22	4	Sucesiones	Aplicar sucesiones y patrones para resolver problemas contextualizados (p. 224)
23	4	Sucesiones	Aplicar sucesiones y patrones para resolver problemas contextualizados (p. 224)
24	5	Cantidades variables y constantes	Distinguir entre cantidades variables y constantes (p. 234)
25	6	Porcentajes	Plantear y resolver problemas aplicando porcentajes y regla de tres (p. 237)
26	6	Regla de tres	Plantear y resolver problemas aplicando porcentajes y regla de tres (p. 237)
27	5	Ecuaciones	Determinar el valor desconocido en una ecuación matemática dada (p. 235)

---

Fuente: Elaboración propia.

En el cuadro 30 se muestran los conocimientos y habilidades específicas de MEP (2012) que se evalúan en la PNEM-2023, particularmente las del área de Relaciones y álgebra, se consideran dos habilidades de cuarto y quinto y una de sexto año.

En esta área, a pesar de las pocas habilidades consideradas, las seleccionadas son muy adecuadas para este tipo de prueba, ya que, son claves según los bloques de conocimientos de PISA, como se mostrará más adelante. Además, se presentan problemas acordes a los fundamentos de los programas de Matemáticas (MEP, 2012). Un ejemplo de este tipo de ítem es el siguiente:

**Figura 10**

Ítem 24 de la Prueba Nacional Estandarizada de Matemáticas (Formulario 2023-D01) correspondiente al área de Relaciones y Álgebra

24) Considere la siguiente información:

Juan conduce un taxi cuya ocupación máxima es cinco pasajeros y diariamente él lo utiliza para realizar distinta cantidad de viajes. La rapidez del taxi en cada viaje varía entre 0 km/h y 80 km/h.

De acuerdo con la información anterior, una cantidad constante corresponde a la

- A) ocupación máxima del taxi.
- B) rapidez del taxi en cada viaje.
- C) cantidad de viajes realizados a diario.

Fuente: Formulario 2023-D01.

**Cuadro 31**

Año lectivo, conocimientos, habilidades específicas asociadas a cada ítem de la Prueba Nacional Estandarizada de Matemáticas (Formulario 2023-D01) en el área de Estadística y Probabilidad

Número de ítem	Año lectivo	Conocimientos	Habilidades específicas
28	5	Muestra	Identificar los conceptos de población y muestra (p. 253).
29	4	Datos: Por conteo	Interpretar información que ha sido resumida en dibujos, diagramas, cuadros y gráficos en diferentes contextos (p. 248).
30	5	Resultados a favor de un evento	Identificar el número de resultados favorables de un evento dado (p.256)

Fuente: Elaboración propia.

En el cuadro 31 se muestran los conocimientos y habilidades específicas de MEP (2012) que se evalúan en la PNEM-2023, particularmente las del área de Estadística y Probabilidad, se consideran solamente tres habilidades, incluyendo un ítem muy básico de primer año, como se muestra a continuación:

**Figura 11**

Ítem 29 de la Prueba Nacional Estandarizada de Matemáticas (Formulario 2023-D01) correspondiente al área de Estadística y Probabilidad

- 29) En la siguiente tabla se muestra la información que se registró, por medio de una encuesta, sobre el tipo de programa de televisión que prefieren ver las personas estudiantes de una escuela:

Tipo de programa de televisión	Cantidad de personas
Infantil	19
Deportivo	20
Educativo	21

De acuerdo con la información anterior, ¿cuál es el tipo de programa de televisión que tiene mayor preferencia por las personas estudiantes de esa escuela?

- A) Infantil
- B) Deportivo
- C) Educativo

Fuente: Formulario 2023-D01

La habilidad específica evaluada en el ítem 29 está asociada al bloque de conocimiento matemático según PISA **variabilidad de los datos**; no obstante, no es congruente con lo que se plantea en esta, ya que no requiere de la interpretación de la información presentada en el cuadro, sino solo una lectura literal de la misma.

Además, en el ítem 28 se evalúa la HEF “Identificar los conceptos de población y muestra” del bloque de conocimiento matemático según PISA Muestra y muestreo, este refiere a un nivel bajo de la comprensión del concepto, dejando de lado algunas características importantes como la de considerar que una misma población puede tener varias muestras y que pueden ser más representativas que otras de la población. En el enunciado del ítem 29 se indica que la información se origina de una muestra, lo cual le da al ítem un contexto estadístico real, sin embargo, no evalúa ninguna HEF referente a este bloque de conocimiento matemático.

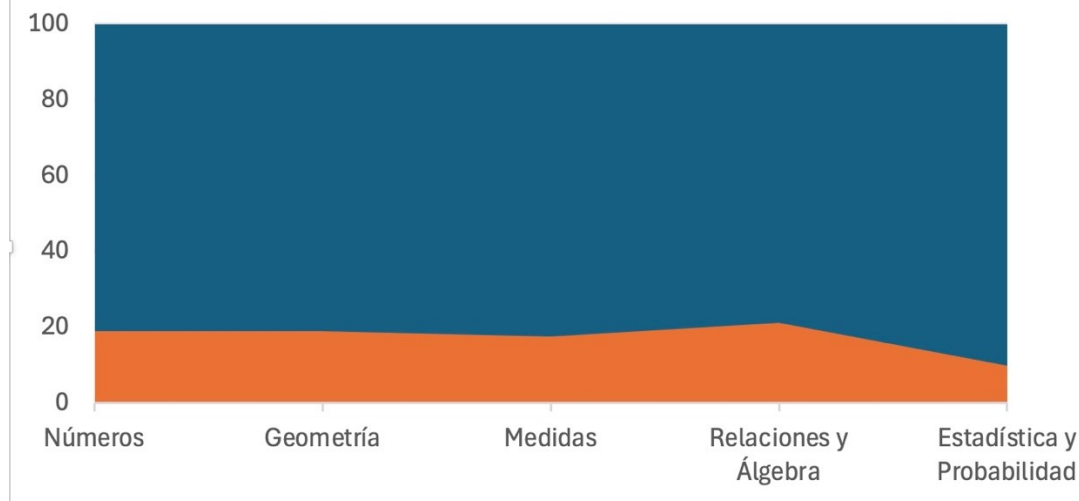
El ítem 30 evalúa HEF asociadas al bloque de conocimiento matemático según PISA **principios básicos de combinatoria**, ya que requiere, para su solución, pensamiento combinatorio básico, pero además, se vincula con el bloque de conocimiento matemático según PISA **nociones de probabilidad**; ya que primero debe comprender el experimento aleatorio que se plantea “lanzar dos dados y sumar los números de las caras”, el cual no consiste en contar los casos favorables de los resultados de la cara de un dado (evento simple), sino que debe identificar los puntos muestrales distinguibles de un evento compuesto; por ejemplo, que (3,4) es diferente a (4,3), y se deben contar como puntos muestrales distintos asociados al evento “suman 7”. Además, este experimento genera una variable aleatoria que se origina de la interrelación de dos variables (resultados del dado A y resultados del dado B), lo que también hace que se considere el bloque de conocimiento matemático según PISA **interrelaciones entre variables para interpretar situaciones**. El hecho de que este ítem involucre los tres bloques de conocimiento matemático asociados a Probabilidad hace que su solución demande de un mayor razonamiento probabilístico, y por ende, se aproxime un poco más a lo que se evalúa en las pruebas PISA.

## Algunas conclusiones parciales

Al procesar los ítems y establecer la distribución entre las áreas matemáticas el resultado se puede visualizar mediante el siguiente gráfico.

Gráfico 1

Porcentaje de habilidades evaluadas por área matemática en la PNEM-2023 en comparación con lo planteado en los Programas de estudio de Matemática del MEP (2012)



Fuente: Elaboración propia.

En el gráfico 1 se observa que lo evaluado en la PNEM-2023 (parte anaranjada) no representa ni el 20% en cada una de las áreas matemáticas, solamente Relaciones y Álgebra sobrepasa el 20%, siendo la más afectada Estadística y Probabilidad que no alcanza el 10%.

## Números y Medidas

Respecto a las habilidades específicas fundamentales identificadas según los bloques de conocimiento matemático de acuerdo con PISA, en las áreas de Números y Medidas: (1) representaciones, (2) operaciones, (3) cálculo mental y estimación, y (4) mediciones, se concluye que las habilidades evaluadas en la PNEM-2023 se enfocan principalmente en algunos cálculos y el uso de algunas medidas, considerando solo una parte de los bloques (2) y (4). Sin embargo, en la vida real, los números pueden presentarse de diversas maneras, como fracciones, decimales, porcentajes, proporciones, gráficos o expresiones algebraicas. La capacidad de interpretar y convertir entre estas representaciones es clave para resolver problemas de manera flexible y efectiva. De igual forma, esto sucede con la estimación pues

refleja la capacidad de las personas estudiantes para hacer juicios numéricos razonables sin necesidad de cálculos exactos.

## **Geometría**

Respecto a las habilidades específicas fundamentales identificadas según los bloques de conocimiento matemático de acuerdo con PISA: (1) geometría plana y (2) geometría del espacio, dando énfasis a la medición, la visualización y las propiedades de los objetos matemáticos, se puede concluir que en geometría plana se utilizan siete ítems, que incluyen figuras como los polígonos regulares y cuadriláteros; para calcular su área y perímetro se emplean cinco ítems, mientras que para la visualización se emplean dos y sin vínculo con la medición.

Respecto a geometría del espacio hay un ítem. Por tanto, existe un desequilibrio en la distribución de las preguntas respecto a las habilidades específicas identificadas, debido a que se privilegian figuras en dos dimensiones sin vínculo con la visualización espacial.

## **Relaciones y Álgebra**

Respecto a las habilidades específicas fundamentales identificadas según los bloques de conocimiento matemático de acuerdo con PISA: (1) Cambio, (2) Modelización y (3) Álgebra como lenguaje, dando énfasis a las relaciones, representaciones y álgebra como lenguaje, se concluye que aunque solo son 6 ítems, entre ellos se encuentran el álgebra como lenguaje, las relaciones y de manera implícita está algún tipo de representación, por tanto, existe una mejor distribución de las habilidades específicas porque contienen las identificadas según PISA.

## **Estadística y Probabilidad**

Respecto a las habilidades específicas fundamentales identificadas según los bloques de conocimiento matemático de acuerdo con PISA: en Estadística (1) muestra y muestreo, (2) variabilidad de los datos, así como en Probabilidad (1) principios básicos de combinatoria, (2) interrelaciones entre variables para interpretar situaciones y (3) nociones de probabilidad, se concluye que se evalúan algunas HEF con un nivel bajo de comprensión de los conceptos y no

se requiere interpretación de la información presentada en cuadros para resolver los ítems propuestos. Solamente uno de los ítems involucra los tres bloques de conocimiento matemático asociados a Probabilidad, su solución demanda un mayor razonamiento probabilístico, y por ende, se aproxima a lo que se evalúa en las pruebas PISA.

En general, del área de Estadística y Probabilidad, se dejan por fuera en la evaluación muchas HEF. Asimismo, no se plantean problemas donde se tenga que tomar decisiones a partir de la información recolectada o en situaciones de incertidumbre, lo cual es elemental en las pruebas PISA.

### **Idea errónea de la resolución de problemas en las PNEM-2023**

A pesar de que, la PNEM-2023 contienen algunos contextos que parecen ser reales y otros artificiales, los ítems no contienen situaciones del mundo real, ni requieren que las personas estudiantes apliquen las matemáticas a problemas significativos. Una prueba nacional debe incluir problemas en diversos contextos para medir la capacidad del estudiantado de transferir sus conocimientos a situaciones prácticas, promoviendo así un aprendizaje más profundo y útil.

Además, los ítems evalúan algunas de las habilidades específicas del currículo de matemáticas, sin embargo, no considera otros elementos del currículo, tales como: procesos matemáticos, niveles de complejidad, contextualización activa, entre otros. Esto coincide con el análisis descrito en Poveda-Vásquez, Zumbado-Castro y Chaves-Esquivel (2023), donde se realizaban las mismas críticas a las pruebas nacionales de matemáticas vigentes en el momento (Bachillerato y FARO).

Cuadro 32

Porcentaje de habilidades específicas no evaluadas en la Prueba Nacional Estandarizada de Matemáticas (Formulario 2023-DO1), por área matemática. (considerando cuarto, quinto y mitad de sexto año)

Área	Cantidad de habilidades específicas	Cantidad de habilidades específicas evaluadas	Porcentaje no evaluado
Números	53	10	81,13
Geometría	43	8	81,13
Medidas	23	4	82,60
Relaciones y Álgebra	19	4	78,94
Estadística y Probabilidad	31	3	90,32
Totales	168	29	82,73

Fuente: Elaboración propia.

### **Escasa evidencia de la evaluación de las HEF en las pruebas comprensivas 2024**

- El uso y tipo de calculadoras quedó a criterio de quienes aplicaron las pruebas comprensivas en cada centro educativo, lo que no garantiza la igualdad de condiciones.
- Se evaluó parcialmente una habilidad que involucra la Geometría plana y se excluye por completo la Geometría del espacio.
- Se omitió el cálculo de área y perímetro de figuras planas y el volumen de cuerpos sólidos.
- Los ítems que deben evaluar relaciones algebraicas solo requieren acciones aritméticas directas.
- Las habilidades específicas fundamentales de Probabilidad están ausentes en estas pruebas.
- Se evaluó parcialmente una habilidad que involucra variabilidad de los datos y se excluye por completo las habilidades asociadas a muestra y muestreo.
- Algunos ítems solicitan una lectura literal de los datos en gráficos y tablas, no así la interpretación de la información contenida en estas representaciones.

- Algunos ítems evalúan operaciones aritméticas y relaciones de orden con números naturales y no requieren la interpretación de los datos de una representación estadística.
- La prueba de séptimo año evalúa únicamente las habilidades del área de Números excluyendo las otras, lo cual no es consistente con las pruebas aplicadas en cuarto y quinto año.

A continuación, se presentan los aspectos generales de las pruebas comprensivas de cuarto, quinto y séptimo año, aplicadas en marzo del 2024 a nivel nacional (DVM-AC-CIR-0010-002-2024), así como las habilidades específicas seleccionadas para cada año escolar. Con base en estos datos se realiza un análisis comparativo entre las habilidades específicas fundamentales y las juzgadas mediante las pruebas comprensivas. Es importante señalar que en sexto año no se aplican las pruebas comprensivas sino las estandarizadas, sin embargo, en séptimo año se evalúan las habilidades de sexto.

### **Aspectos generales**

Según la circular DVM-AC-CIR-0010-002-2024, los propósitos de las pruebas comprensivas 2024 fueron:

- Fundamentar la planificación e implementación de acciones pedagógicas orientadas a la realimentación de los aprendizajes y al acompañamiento del estudiantado en el proceso de construcción del conocimiento.
- Obtener información respecto del dominio que posee la persona estudiante en los aprendizajes objeto de medición para la toma de decisiones.

Estas pruebas se aplicaron dos veces durante el año, en ambas ocasiones fue el mismo instrumento. Además, cada prueba contenía 15 ítems de selección única, a su vez cada ítem presentó tres opciones de respuesta. En cada prueba, mediante tres ítems se juzgaron **cinco habilidades específicas** del año escolar anterior, denominadas “Aprendizajes” según el MEP. Se empleó una escala por nivel de logro por cada habilidad específica, la cual se transcribe textualmente:

- Si una persona respondió correctamente 2 o 3 ítems (u obtuvo 2 o 3 puntos en la rúbrica), se considera **logrado** el aprendizaje.
- Si una persona respondió correctamente 0 o 1 ítem (u obtuvo 0 o 1 punto en la rúbrica), se considera **no logrado** el aprendizaje. (MEP, 2024, p. 3)

Respecto a las instrucciones, es importante señalar que, en cuarto grado no se recomienda permitir el uso de calculadora (no se especifica el tipo) y en quinto grado no se hace ninguna indicación al respecto. Esto es relevante porque la aplicación de las pruebas comprensivas de cuarto y quinto año a nivel nacional no tenían un criterio unificado al respecto.

Lo anterior se puede observar en el documento “4° matemáticas\_Aprendizajes e ítems VF” en los aspectos por tomar en cuenta en la aplicación de la Prueba comprensiva de Matemáticas para cuarto año, se indica en el punto 3 que:

No se recomienda permitir el uso de calculadoras para resolver la prueba, ya que la propuesta curricular sugiere su empleo en situaciones donde su uso sea pertinente, como se indica en la página 61 del Programa de Estudio de Matemáticas, su uso puede ser pertinente en casos donde los cálculos sean demasiado extensos y requieran un tiempo considerable. Los problemas planteados en la prueba están diseñados para fomentar diversos enfoques de razonamiento, argumentación y aproximaciones que no implican cálculos complejos. Además, es importante promover la igualdad de condiciones entre los estudiantes, evitando cualquier tipo de ventaja o desventaja relacionada con el acceso a las calculadoras.

Se puede observar que, la igualdad de condiciones era fundamental para el juzgamiento de las habilidades específicas por medir.

### **Habilidades específicas seleccionadas para la prueba en cada año escolar**

A continuación, se presentan las habilidades específicas seleccionadas para las pruebas comprensivas de cuarto, quinto y séptimo año, debido a que juzgan aprendizajes de diferentes

áreas matemáticas de los programas oficiales del MEP (2012), en cada habilidad se señala el área y número de página para ubicar al lector.

### **Cuarto año**

Del solucionario se extraen las habilidades específicas de tercer año juzgadas en la prueba:

- Identificar la división como reparto equitativo o como agrupamiento (Números, p. 98).
- Resolver y plantear problemas en los que se utilicen las operaciones sumas, resta, multiplicación y división (Números, p. 98).
- Plantear y resolver problemas que involucren los conceptos de lado, vértice, ángulo recto, ángulo obtuso, ángulo agudo (Geometría, p. 114).
- Plantear y resolver problemas que involucran valores faltantes en una tabla o expresión matemática (Relaciones y Álgebra, p. 141).
- Utilizar los análisis estadísticos para comunicar en forma verbal y escrita los argumentos que dan respuestas a los problemas contextuales. (Estadística, p. 157).

### **Quinto año**

Del solucionario se extraen las habilidades específicas de cuarto año juzgadas en la prueba:

- Resolver y plantear problemas donde se requiera el uso de la suma, la resta y la multiplicación de números con decimales (Números, p. 178).
- Clasificar triángulos de acuerdo con las medidas de sus ángulos (Geometría, p. 202).
- Resolver problemas que involucren diversas medidas (Medidas, p. 225).
- Aplicar sucesiones y patrones para resolver problemas contextualizados (Relaciones y Álgebra, p. 233).

- Interpretar información que ha sido resumida en dibujos, diagramas, cuadros y gráficos en diferentes contextos (Estadística, p. 248).

### **Sétimo año**

Del solucionario se extraen las habilidades específicas de sexto año juzgadas en la prueba:

- Aplicar los conceptos de divisibilidad, divisor, factor y múltiplo de un número natural en la resolución de problemas (Números, p. 187).
- Identificar números primos y compuestos (Números, p. 187).
- Calcular potencias cuya base y exponente sean números naturales no iguales a cero simultáneamente (Números, p. 188).
- Resolver problemas donde se requiera el uso de la combinación de operaciones suma, resta, multiplicación y división de números naturales (Números, p. 191).
- Resolver problemas donde se requiera el uso de la combinación de operaciones suma, resta, multiplicación y división de números decimales (Números, p. 191).

Sobresale que, todas las habilidades específicas seleccionadas pertenecen al área de Números.

## **Análisis comparativo entre las habilidades específicas fundamentales y las juzgadas mediante las pruebas comprensivas**

### **Números y Medidas**

#### Cuadro 33

#### Análisis comparativo para el área de Números y Medidas

Habilidades específicas fundamentales	Pruebas comprensivas cuarto, quinto y sétimo año
---------------------------------------	--

Las habilidades específicas fundamentales de los programas de Matemáticas vigentes para las áreas de Números y Medidas desarrolladas hasta este ciclo son aquellas asociadas con las <b>representaciones, operaciones, cálculo mental y estimación</b> , así como <b>mediciones</b> .	Identificar la división como reparto equitativo o como agrupamiento (Números, p. 98, cuarto año).
	Resolver y plantear problemas en los que se utilicen las operaciones sumas, resta, multiplicación y división (Números, p. 98, cuarto año).
	Resolver y plantear problemas donde se requiera el uso de la suma, la resta y la multiplicación de números con decimales (Números, p. 178, quinto año).
	Resolver problemas que involucren diversas medidas (Medidas, p. 225, quinto año).
	Aplicar los conceptos de divisibilidad, divisor, factor y múltiplo de un número natural en la resolución de problemas (Números, p. 187, sétimo año).
	Identificar números primos y compuestos (Números, p. 187, sétimo año).
	Calcular potencias cuya base y exponente sean números naturales no iguales a cero simultáneamente (Números, p. 188, sétimo año).

Habilidades específicas fundamentales	Pruebas comprensivas cuarto, quinto y séptimo año
	Resolver problemas donde se requiera el uso de la combinación de operaciones suma, resta, multiplicación y división de números naturales (Números, p. 191, séptimo año).
	Resolver problemas donde se requiera el uso de la combinación de operaciones suma, resta, multiplicación y división de números decimales (Números, p. 191, séptimo año).

Fuente: Elaboración propia.

## Geometría

### Cuadro 34

#### Análisis comparativo para el área de Geometría

Habilidades específicas fundamentales	Pruebas comprensivas cuarto y quinto año
Las habilidades específicas fundamentales de los programas de Matemáticas vigentes para el área de Geometría desarrolladas hasta este ciclo son aquellas asociadas con la <b>medición</b> , la <b>visualización</b> y las <b>propiedades de los objetos matemáticos</b> .	Plantear y resolver problemas que involucren los conceptos de lado, vértice, ángulo recto, ángulo obtuso, ángulo agudo (Geometría, p. 114, cuarto año)
	Clasificar triángulos de acuerdo con las medidas de sus ángulos (Geometría, p. 202, quinto año)

Fuente: Elaboración propia.

Las habilidades específicas fundamentales asociadas con **medición** y **visualización** no se incluyeron o fueron incluidas parcialmente en la prueba de cuarto, quinto año y séptimo año.

En la prueba de quinto grado no se realiza ningún cálculo de área y/o perímetro de figuras planas, ni el cálculo de volúmenes en la prueba de séptimo (conocimiento de sexto grado).

Además, no se incluye en ninguna prueba la Geometría del espacio que es un tópico fundamental dentro de los bloques de conocimientos identificados según PISA. En la prueba de cuarto año, los ítems se limitan a la visualización de dos elementos de la Geometría plana:

el ángulo y el triángulo, en los cuales se enfatizan las **propiedades de los objetos matemáticos** asociados con la clasificación por la medida de los ángulos.

Se concluye que los ítems empleados solo juzgan una habilidad específica fundamental en un escenario reducido, sin interrelación con otras habilidades específicas o áreas matemáticas.

## Relaciones y Álgebra

### Cuadro 35

#### Análisis comparativo para el área de Relaciones y Álgebra

Habilidades específicas fundamentales	Pruebas comprensivas cuarto y quinto año
Las habilidades específicas fundamentales de los programas de Matemáticas vigentes para el área de Relaciones y Álgebra desarrolladas hasta este ciclo son aquellas asociadas con las <b>relaciones</b> , las <b>representaciones</b> y el <b>álgebra como lenguaje</b> .	Plantear y resolver problemas que involucran valores faltantes en una tabla o expresión matemática (Relaciones y Álgebra, p. 141, cuarto año,) <hr/> Aplicar sucesiones y patrones para resolver problemas contextualizados (Relaciones y Álgebra, p. 233, quinto año)

Fuente: Elaboración propia.

Las habilidades específicas fundamentales asociadas con el **álgebra como lenguaje** se presentan en un ítem, cuya complejidad está acorde con las destrezas de las personas estudiantes de cuarto año. Respecto a las **relaciones**, se plantean sucesiones mediante diversas representaciones de acuerdo con la exigencia de quinto año. Sin embargo, mucho del trabajo está en el sentido numérico más que en el pensamiento algebraico (Kieran, Pang, Schifter y Fong, 2016) se puede concluir que no hay una apropiada articulación entre ambos. Los ítems requieren de acciones aritméticas directas para conseguir la respuesta, las relaciones planteadas son simples y no hay pensamiento “inverso”.

En la prueba de séptimo año no se incluye nada sobre el cálculo de porcentajes y la regla de tres, ecuaciones e inecuaciones, conocimientos que pertenecen al bloque de **relaciones**.

Respecto a las **representaciones**, en la prueba de quinto año, se puede indicar que el trabajo con sucesiones empleó al menos diversidad, están presentes: figuras, representaciones geométricas y tablas.

## Estadística

### Cuadro 36

#### Análisis comparativo para el área de Estadística

##### Habilidades específicas fundamentales

Las habilidades específicas fundamentales de los programas de Matemáticas vigentes para el área de Estadística desarrolladas hasta este ciclo son aquellas asociadas con la **variabilidad de los datos**, así como con **la muestra y muestreo**.

##### Pruebas comprensivas cuarto y quinto año

Utilizar los análisis estadísticos para comunicar en forma verbal y escrita los argumentos que dan respuestas a los problemas contextuales. (Estadística, p. 157, cuarto año)

---

Interpretar información que ha sido resumida en dibujos, diagramas, cuadros y gráficos en diferentes contextos (Estadística, p. 248, quinto año)

---

Fuente: Elaboración propia.

## Probabilidad

### Cuadro 37

#### Análisis comparativo para el área de Probabilidad

##### Habilidades específicas fundamentales

Las habilidades específicas fundamentales de los programas de Matemáticas vigentes para el área de Probabilidad desarrolladas hasta este ciclo son aquellas asociadas con **los principios básicos de combinatoria, interrelaciones entre variables para interpretar situaciones y las nociones de probabilidad**.

##### Pruebas comprensivas cuarto y quinto año

No hay ninguna habilidad específica

---

Fuente: Elaboración propia.

## **Análisis de resultados cuantitativos**

A continuación, se presentan los resultados de los instrumentos aplicados: EPN y RAG, según **la percepción que tienen las personas docentes participantes acerca de las acciones que realizan en las lecciones de Matemáticas.**

Esta sección se divide en dos apartados: (1) Resultados asociados con los programas oficiales de Matemáticas (MEP, 2012) y la prueba nacional estandarizada 2023; (2) Habilidades Específicas Fundamentales (HEF)

### **Programas oficiales de Matemáticas y la prueba nacional estandarizada 2023**

#### **Programas oficiales de Matemáticas**

Respecto a la estrategia metodológica de resolución de problemas como la plantea el MEP (2012) y que se ha evidenciado que es consistente con los requerimientos de la OCDE (2023), se destaca que 95 % de las personas docentes indican iniciar siempre o casi siempre un tema nuevo con un problema.

Respecto a la frecuencia con que la persona docente utiliza problemas que involucran dos o más áreas matemáticas de los programas vigentes, por ejemplo, Geometría y Números o Geometría con Relaciones y Álgebra, 70% indicó utilizarlos siempre o casi siempre. Aunque la mayoría de las personas docentes participantes indican usar problemas siempre o casi siempre, un porcentaje similar (93%) señaló que es necesario recibir capacitación sobre cómo aplicar la resolución de problemas desde la perspectiva de los programas oficiales del MEP.

#### **Prueba nacional estandarizada 2023**

De las 334 personas participantes 32% recibió inducción sobre la aplicación de las pruebas estandarizadas y 65% conoce alguna información sobre esta y sus resultados, ambas emitidas por el MEP. Solamente 38% recibió información de los resultados de sus estudiantes evaluados.

En cuanto a la pertinencia de la prueba para evaluar las habilidades matemáticas promovidas en el aula, 69% de las personas docentes está de acuerdo o totalmente de acuerdo en que

estas pruebas cumplen con este propósito. No obstante, un 31% expresa desacuerdo o total desacuerdo, lo que indica que una proporción significativa de personas docentes no percibe una alineación total entre la evaluación estandarizada y la mediación pedagógica que llevan a cabo en sus clases.

La prueba estandarizada de Matemáticas del MEP aplicada a sexto año fue leída por 204 (61%) de las personas encuestadas. A continuación, se muestra un cuadro que contiene algunos elementos que estas personas señalaron como sobresalientes.

### Cuadro 38

Percepción de las personas docentes consultados sobre aspectos sobresalientes de la prueba estandarizada de Matemáticas

Aspectos consultados	Sí	No	Total
La presencia de problemas de contexto reales	89	11	100
La presencia de preguntas memorísticas	31	69	100
La coherencia con los programas de estudio vigentes	87	13	100
La evaluación de competencias para la vida	79	21	100

Nota: (\*) Datos en porcentajes.

Fuente: Instrumento EPN y RAG.

Se destaca en el cuadro anterior que la mayoría de quienes leyeron la prueba de sexto año percibieron que ella presentaba problemas de contexto real, evaluando competencias para la vida, con ítems coherentes con los programas y con pocas preguntas memorísticas.

Respecto a las preguntas ¿En qué medida las pruebas estandarizadas del MEP han transformado sus clases de Matemáticas? Y si ¿las pruebas estandarizadas del MEP evalúan las habilidades o destrezas matemáticas que ellas propician con la mediación pedagógica en el aula? Más del 40% indicó que mucho o completamente ha transformado sus clases y casi el 70% percibe que estas pruebas evalúan lo que se realiza en el aula.

## **Habilidades Específicas Fundamentales (HEF)**

En esta sección se presenta la percepción de las personas docentes respecto a las acciones implementadas en el aula. La información será presentada por cada área matemática.

### **Números y Medidas**

La percepción docente respecto a las acciones que deben implementar en el aula para desarrollar habilidades del área de Números es positiva, afirman emplear siempre o casi siempre, las indicadas en el instrumento.

- Proponer actividades basadas en situaciones cotidianas como planificar un viaje, su presupuesto, tiempo de traslado y distancia recorrida.
- Utilizar materiales concretos para ayudar a la comprensión de conceptos abstractos como el concepto de fracción.
- Utilizar estrategias de cálculo mental y la estimación en la resolución de problemas.
- Proponer problemas en los que el contexto contiene números en diferentes representaciones, por ejemplo una receta que contiene fracciones y números decimales.
- Plantear situaciones de aprendizaje para comprender cómo se relacionan las operaciones matemáticas, como, por ejemplo, la multiplicación con la suma.

Respecto a este resultado, según Poveda y Zumbado (2022) el abordaje del área de Números consume un porcentaje significativo en algunas instituciones educativas y esto se refleja en las pruebas, a esto se suma que la formación en otras áreas matemáticas es más débil que en esta, esto explica por qué la mayoría de quienes respondieron el instrumento afirman realizar todas las acciones propuestas.

**Geometría**

**Cuadro 39**

Porcentaje de personas docentes que afirman haber realizado estas acciones relacionadas con la enseñanza de la Geometría durante el curso lectivo 2023

Acciones específicas	Nunca	Casi nunca	A veces	Siempre
Proponer la identificación de triángulos, cuadriláteros, polígonos o circunferencias presentes en el entorno	1	4	18	77
Proponer la identificación de cuerpos sólidos como: cubos, prismas, cilindros, conos, pirámides o esferas presentes en el entorno	6	5	27	62
Plantear problemas en los que sea necesaria la aplicación las propiedades y características de las figuras planas: triángulos, cuadriláteros, polígonos o circunferencias	1	2	38	59
Proponer actividades que permitan la identificación de los cuadrados y rectángulos que componen un prisma	4	11	30	55
Utilizar el plano cartesiano para la ubicación de puntos y figuras planas	5	11	31	53
Proponer situaciones de aprendizaje que implicaron movimiento de triángulos, cuadriláteros, polígonos o circunferencias en el plano cartesiano	7	12	34	47
Plantear problemas en los que sea necesaria la aplicación de las propiedades y características de los cuerpos sólidos: cubos, prismas, cilindros, conos, pirámides o esferas	6	17	37	40

Fuente: Instrumento RAG.

Se destaca en el cuadro anterior que 19% de las personas entrevistadas indicaron nunca o casi nunca aplicar situaciones de aprendizaje que implican movimiento de figuras como el triángulo, cuadrilátero, polígonos o circunferencias en el plano cartesiano. Además, 23% de las personas

docentes nunca o casi nunca emplean problemas donde se apliquen las propiedades y características de los cuerpos sólidos.

La acción de ubicar puntos y figuras en el plano cartesiano se usa regularmente (84%), lo que indica que es una herramienta presente en las aulas de las personas docentes entrevistadas, pero no siempre prioritaria. Situación que se repite con la identificación de cuadrados y rectángulos que componen un prisma (85%), aunque con menor énfasis que las figuras planas.

El movimiento de figuras en el plano cartesiano (19%) y aplicación de propiedades de cuerpos sólidos (23%) tienen los valores más altos en las categorías de “Nunca” y “Casi nunca”, lo que sugiere que la enseñanza de Geometría en el espacio tridimensional y transformaciones geométricas en el plano se deben fortalecer.

En el cuadro 39 se observa una clara prioridad en el reconocimiento de figuras geométricas en el entorno, lo cual es positivo para conectar el aprendizaje con la vida cotidiana. Las figuras planas se trabajan más que los cuerpos sólidos, lo que sugiere que se podría reforzar la enseñanza de Geometría del espacio. El uso del plano cartesiano y el movimiento de figuras se podrían fortalecer, ya que, son fundamentales para el desarrollo del pensamiento espacial y la comprensión de conceptos avanzados en matemáticas.

**Relaciones y Álgebra**

**Cuadro 40**

Porcentaje de las personas docentes que afirman haber realizado acciones relacionadas con la enseñanza de las Relaciones y Álgebra durante el curso lectivo 2023

Acciones específicas	Nunca	Casi nunca	A veces	Siempre
Plantear problemas contextualizados	0	2	27	71
Proponer problemas contextualizados en los que se relacionan dos cantidades que varían	2	4	36	58
Proponer problemas que impliquen el cálculo de un dato faltante en situaciones de contexto real	2	7	45	46
Plantear situaciones de aprendizaje para el análisis y aplicación de patrones	1	3	54	42
Utilizar el plano cartesiano para la representación de la relación entre dos cantidades variables	5	15	40	40
Proponer problemas contextualizados que impliquen la aplicación de regla de tres	8	13	43	36
Proponer problemas contextualizados que impliquen la aplicación de porcentajes	10	12	43	35

Fuente: Instrumento RAG.

El plano cartesiano para representar relaciones entre variables, según las personas participantes es utilizado 80% de las veces, mientras que 15% casi nunca lo hace y 5% nunca lo realiza. Esto sugiere una posible dificultad con la representación gráfica de relaciones matemáticas por parte de quienes desarrollan las lecciones.

Respecto a utilizar problemas contextualizados en la aplicación de la regla de tres y el uso de problemas con porcentajes son actividades que no son empleadas nunca o casi nunca por más de 20% de las personas participantes.

## Estadística

### Cuadro 41

Porcentaje de las personas docentes que afirman haber realizado acciones relacionadas con la enseñanza de la Estadística durante el curso lectivo 2023

Acciones específicas	Nunca	Casi nunca	A veces	Siempre
Proponer problemas para interpretar medidas como la moda, el promedio y el recorrido	1	8	32	59
Plantear problemas que involucren datos estadísticos cercanos al entorno del estudiantado	2	5	36	57
Analizar información estadística de cuadros y gráficos de diferentes medios de comunicación	3	8	36	53
Recolectar información mediante diferentes técnicas, como la medición o el cuestionario	2	5	50	43
Proponer problemas para comparar dos o más grupos de datos a partir de la frecuencia porcentual	3	10	48	39
Elaborar cuestionarios para recolectar información de varias características al mismo tiempo	4	5	53	38
Asignar ejercicios que prioricen el análisis del promedio y no su cálculo	2	12	49	37
Proponer actividades en las que se requiera el uso de una hoja de cálculo como Excel para generar cuadros y gráficos estadísticos	62	25	12	1

Fuente: Instrumento EPN.

Con relación a la enseñanza de la Estadística, entre el 85% y 93% de la muestra de personas docentes que completaron el instrumento, respondió que “a veces” o “siempre” realizó siete de las ocho acciones en sus lecciones de Matemáticas en el curso 2023. Únicamente, en la acción “Proponer actividades en las que se requiera el uso de una hoja de cálculo como Excel para generar cuadros y gráficos estadísticos” solo el 13% de la muestra respondió “a veces” o “siempre”, y el 62% “nunca”.

**Probabilidad**

**Cuadro 42**

Porcentaje de las personas docentes que afirman haber realizado acciones relacionadas con la enseñanza de la Probabilidad durante el curso lectivo 2023.

Acciones específicas	Nunca	Casi nunca	A veces	Siempre
Utilizar juegos o situaciones de la cotidianidad que permitieron identificar el número de resultados favorables de un evento determinado	0	1	36	63
Proponer experimentos aleatorios con material concreto, por ejemplo, el lanzamiento de una moneda	4	9	32	55
Proponer problemas donde se compare la probabilidad entre dos o más eventos	1	5	39	55
Plantear problemas en los que se tenían que tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, a partir de datos estadísticos	2	12	52	34
Utilizar recursos tecnológicos como aplicaciones o sitio web para simular experimentos aleatorios	31	24	33	12

Fuente: Instrumento EPN.

Respecto a la enseñanza de la Probabilidad, entre 86% y 99% de la muestra de personas docentes que respondió el instrumento, indicó que “a veces” o “siempre” realizó cuatro de las cinco acciones en sus lecciones de Matemáticas en el curso lectivo 2023.

Únicamente, en la acción “Utilizar recursos tecnológicos como aplicaciones o sitio web para simular experimentos aleatorios” solo 45% de la muestra respondió “a veces” o “siempre”, y 31% “nunca”.

Es notable que en las acciones asociadas al uso de la tecnología para la enseñanza de Estadística y Probabilidad los porcentajes fueron menores, ya que, 79% de la muestra indica que tiene internet en el aula y 70% televisor o pizarra inteligente. Se puede presumir, que esto se puede deber a falta de capacitación en el uso de la tecnología para la enseñanza de esta área matemática.

Se puede concluir, a partir de la percepción de la muestra docente, que la mediación pedagógica realizada es consistente con lo planteado en los programas de oficiales de estudio MEP (2012), y, por ende, permite propiciar el desarrollo de las habilidades específicas fundamentales de acuerdo con los bloques de conocimiento establecidos en el marco referencial de esta investigación. No obstante, los resultados aquí descritos refieren a una percepción de la persona docente, queda pendiente realizar estudios de observación en aula, para confirmar estas percepciones, según criterio de especialistas en Educación Matemática.

## Análisis de resultados cualitativos

### Categoría 1. Acciones didácticas para la Enseñanza de la Estadística

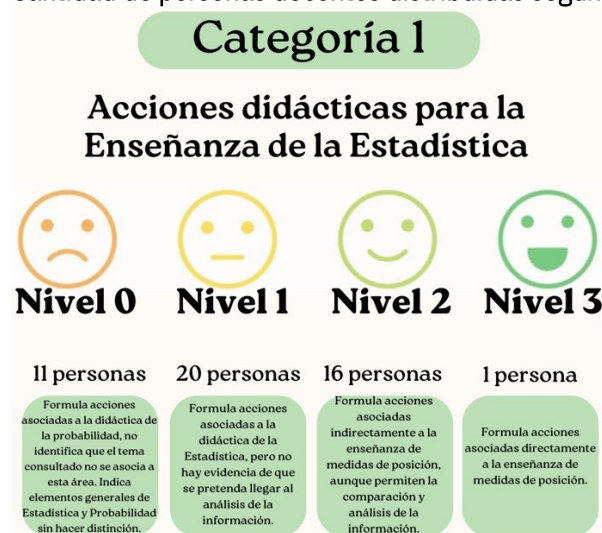
Respecto al episodio planteado para quinto año en el área de Estadística y Probabilidad, sobre medidas de posición se destacan los siguientes datos.

De las 165 personas consultadas, 71% respondieron ideas que no están asociadas con lo solicitado, lo cual consistía en recomendar a docentes novatos estrategias pedagógicas para enseñar el conocimiento indicado previamente, según los programas de Matemáticas vigentes.

El restante 29% se distribuyó de la siguiente manera, según los niveles de la categoría 1.

Figura 12

Cantidad de personas docentes distribuidas según el nivel de la categoría 1.



Fuente: Elaboración propia con base en el instrumento EPN.

A continuación, en el cuadro 43, se realiza un análisis de las respuestas de las personas docentes de la muestra que responden haber realizado (a veces o siempre) acciones relacionadas a la enseñanza de la Estadística durante el curso lectivo 2023, de acuerdo con las respuestas que emitieron en la Pregunta 1: “Según lo que se indica en los programas de Matemáticas vigentes ¿cuáles estrategias pedagógicas le recomendaría? Por favor refiérase ampliamente a los pasos para diseñar y desarrollar las lecciones relacionadas con el tema”.

#### Cuadro 43

Porcentaje de docentes que responden haber realizado (a veces o siempre) acciones relacionadas a la enseñanza de la Estadística durante el curso lectivo 2023, según nivel de pertinencia de respuesta a la Pregunta 1

Acciones específicas	N/A	N0	N1	N2	N3
Proponer problemas para interpretar medidas como la moda, el promedio y el recorrido	70,20	6,62	12,58	9,93	0,66
Plantear problemas que involucren datos estadísticos cercanos al entorno del estudiantado	69,28	7,19	12,42	10,46	0,65
Analizar información estadística de cuadros y gráficos de diferentes medios de comunicación	69,39	6,80	13,61	9,52	0,68
Recolectar información mediante diferentes técnicas, como la medición o el cuestionario	71,05	5,92	11,84	10,53	0,66
Proponer problemas para comparar dos o más grupos de datos a partir de la frecuencia porcentual	69,23	6,99	11,89	11,19	0,70
Elaborar cuestionarios para recolectar información de varias características al mismo tiempo	69,54	7,28	11,92	10,60	0,66
Asignar ejercicios que prioricen el análisis del promedio y no su cálculo	70,92	6,38	12,06	9,93	0,71
Proponer actividades en las que se requiera el uso de una hoja de cálculo como Excel para generar cuadros y gráficos estadísticos	77,27	4,55	9,09	9,09	0,00
<b>Promedio</b>	<b>70,86</b>	<b>6,47</b>	<b>11,93</b>	<b>10,16</b>	<b>0,59</b>

Fuente: Elaboración propia con base en el Instrumento EPN.

En el cuadro 41 (páginas 57-58) se observó que, en promedio, aproximadamente 90% de la muestra de personas docentes, respondió que “a veces” o “siempre” realizó siete de las ocho acciones en sus lecciones de Matemáticas; sin embargo, cuando fueron consultados abiertamente por las acciones que recomendarían en relación al desarrollo del tema medidas de posición del área de Estadística y Probabilidad en un grupo de quinto año, se puede apreciar en el cuadro 43 que en promedio 70,86% no respondieron aspectos asociados a la didáctica específica de la Estadística, en su lugar mencionaron aspectos de pedagogía y didáctica general.

Asimismo, en este mismo cuadro, se observa un comportamiento muy similar en la distribución de los porcentajes para cada una de las acciones, en promedio, 11,93% se ubica en el nivel 1, 10,16% en el nivel 2 y únicamente 0,59% (una persona docente) se ubica en el nivel 3.

Considerando toda la muestra, la distribución de los promedios fue muy similar a la de los resultados, 70,91% de las personas docentes respondieron a la pregunta 1 aspectos relacionados a la pedagogía y la didáctica general.

De las personas docentes que brindaron recomendaciones asociadas a la didáctica de la Estadística solo el 21,82% respondieron al menos ideas coherentes con el episodio propuesto, por tanto, se ubicaron en los niveles 1 y 2.

## **Categoría 2. Acciones didácticas para la Enseñanza de las Relaciones y Álgebra**

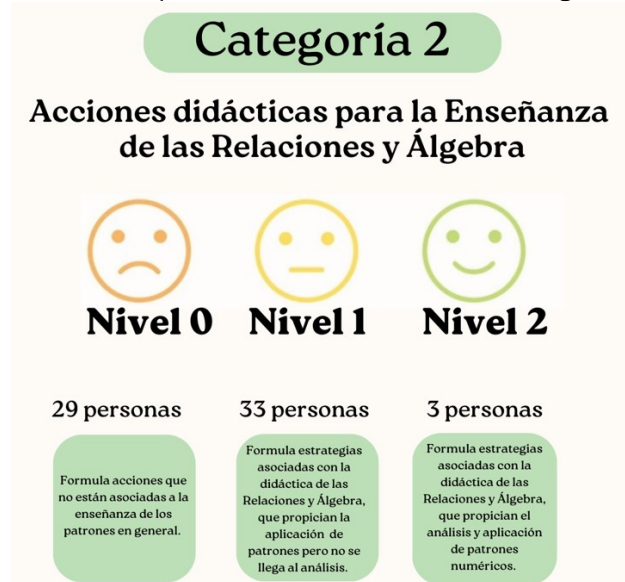
Respecto al episodio planteado para cuarto año en el área de Relaciones y Álgebra sobre patrones numéricos y no numéricos.

De las 169 personas consultadas, 62% respondieron ideas que no están asociadas con lo solicitado, lo cual consistía en recomendar a docentes novatos estrategias pedagógicas para enseñar el conocimiento indicado previamente, según los programas de Matemáticas vigentes.

El restante 38% se distribuyó de la siguiente manera, según los niveles de la categoría 2.

Figura 13

Cantidad de personas docentes distribuidas según el nivel de la Categoría 2



Elaboración propia con base en el Instrumento RAG.

Solamente tres personas (4,6%) de las encuestadas formularon estrategias acordes con los programas de Matemáticas oficiales, mientras que 44,6% del grupo que al menos comentó sobre la temática, menciona algunas actividades matemáticas que no están relacionadas con el conocimiento propuesto en el episodio. Además, 50,8% no llega a proponer actividades para alcanzar el nivel de análisis.

Respecto a la frecuencia con que las personas docentes indican realizar en sus aulas la acción de “Plantear situaciones de aprendizaje para el análisis y aplicación de patrones”, únicamente tres indican hacerlo a veces o siempre. Además, quienes se agrupan en el Nivel 2, casi todas emplean las estrategias con esa misma frecuencia, sin embargo, no alcanzan el nivel de análisis en sus recomendaciones.

Además, con respecto a la pregunta sobre si existe o no diferencia en las recomendaciones asociadas a las estrategias pedagógicas para cada episodio y su realidad de aula, las personas participantes se ubicaron en dos escenarios: uno positivo y otro negativo.

De quienes emitieron respuesta (22 personas no lo hicieron), 204 indicaron que sí existe diferencia entre lo recomendado y lo aplicado en el aula. Posteriormente respondieron a la

pregunta ¿cuáles son las principales limitaciones que enfrenta para aplicar todo lo que se indica en los programas de estudio? A continuación, lo manifestado en orden decreciente.

Cuadro 44

Porcentaje de personas participantes que indicaron limitaciones para aplicar lo indicado en los programas de estudio

Principales limitaciones	Porcentaje
Otro	60
Disminución de tiempo efectivo de clase debido al exceso de trabajo administrativo asociado con la cantidad de estudiantes por grupo (grupos muy numerosos), por ejemplo: revisión de tareas y comunicación con el encargado legal.	47
Suspensión de clases para ensayos y preparación de los niños para diferentes actividades programadas desde el MEP (feria científica, festival de las artes -FEA-, representaciones estudiantiles deportivas, entre otras)	39
Suspensión de clases para atender a reuniones convocadas por instancias superiores: consejo o reuniones de nivel.	29
Suspensión de clases para apoyar a la administración en la planificación de actividades relativas a las efemérides.	26
Suspensión de clases para aplicar pruebas nacionales (comprensivas y estandarizadas).	25
Interrupciones de clases para atender diferentes demandas escolares: atención de los encargados legales u otros miembros de la comunidad educativa para ayudar en la activación de protocolos.	21
Suspensión de clases para participar en capacitaciones docentes.	18

---

Interrupción de clases por la activación de alguno de los 10 protocolos vigentes entre ellos: bullying, violencia, tenencia de armas, suicidio entre otros; y alertas tempranas.	15
--	----

---

Fuente: Elaboración propia con base en el Instrumento EPN y RAG.

En el cuadro anterior, se observa que la disminución de clases por el exceso de trabajo administrativo y la suspensión de ellas a raíz de las actividades extracurriculares, figuran como las principales limitaciones para implementar los programas oficiales. Entre otras que se agrupan formando el 60%, pero que no se asocian directamente con lo consultado.

Además, 108 personas docentes indicaron que no existe diferencia entre lo recomendado y lo aplicado en el aula, posteriormente respondieron a la pregunta ¿qué condiciones permiten que pueda aplicar todo lo que se indica en los programas de estudios? A continuación, lo manifestado en orden decreciente.

**Cuadro 45**

Porcentaje de personas participantes que indicaron condiciones favorables para aplicar lo indicado en los programas de estudio

Condiciones favorables	Porcentaje
Recursos didácticos adecuados para desarrollar las habilidades del área: libro de texto, folletos de trabajo, sitios web, entre otros.	30
Apoyo de la administración del centro educativo.	18
Dominio de los conocimientos matemáticos.	15
Dispone de mayor tiempo efectivo de clases.	14
Uso de las indicaciones o recomendaciones de los programas de Matemáticas.	14
Otro	11
Apoyo académico de la asesoría de Matemáticas.	11
Tamaño de grupo apropiado para la atención personalizada.	10
Apoyo académico de colegas con recargo o con lecciones asignadas para apoyar la labor docente.	10

---

Fuente: Elaboración propia con base en el Instrumento EPN y RAG.

En el cuadro 45 se destaca que, la condición considerada más favorable para aplicar todo lo que se indica en los programas, son los recursos didácticos para desarrollar las habilidades del área.

### **Categoría 3. Elementos de la Resolución de Problemas**

De las personas participantes solo 6% mencionaron la resolución de problemas de acuerdo con el marco de referencia de esta investigación, según se aprecia en el siguiente cuadro.

#### **Cuadro 46**

##### **Porcentaje de personas docentes que se refirieron a la resolución de problemas**

<b>Nivel 1.</b> Indica que inicia con un reto según las habilidades de los programas oficiales o menciona que el tema debe iniciar con un problema.	4
<b>Nivel 2.</b> Indica la estructura de la clase, según los cuatro momentos según la estrategia metodológica principal de forma general o aspectos básicos de las dos etapas.	1,5
<b>Nivel 3.</b> Indica las etapas de la estrategia metodológica, así como el uso problemas contextualizados que implican respuesta no inmediata.	0,5
<b>No menciona la resolución de problemas</b>	96

Fuente: Elaboración propia con base en el Instrumento EPN y RAG.

Un ejemplo de la respuesta categorizada en el nivel 3 es la siguiente: “*Regularmente, lo que hago es plantear una situación problema.... Me gusta usar datos nacionales, como los del INEC, o encuestas publicadas en medios nacionales o en páginas especializadas...*”, en el cual se evidencia el uso frecuente de la resolución de problemas como estrategia para la mediación pedagógica y el empleo de datos en un contexto real cercano al estudiantado.

### **Categoría 4. Actividades relacionadas con el contexto**

De las personas participantes, 82% **no** mencionan el uso del contexto desde la perspectiva del MEP (2012) y OCDE (2023). El porcentaje restante se distribuye entre quienes solo mencionan el contexto real y quienes además de mencionarlo, explican cómo lo hacen, los datos se muestran en el siguiente cuadro.

**Cuadro 47**

**Porcentaje de personas docentes que se refirieron a actividades relacionadas con el contexto**

<b>Nivel 1.</b> Menciona de manera general actividades relacionadas con el contexto o la vida cotidiana, pero no explica cómo se lo propone al estudiantado.	13
<b>Nivel 2.</b> Brinda ejemplos de las actividades relacionadas con el contexto o la vida cotidiana explicando cómo se lo propone al estudiantado.	5
<b>No menciona actividades relacionadas con el contexto</b>	82

Fuente: Elaboración propia con base en el Instrumento EPN y RAG.

Un ejemplo de la respuesta categorizada en el nivel 2 es la siguiente: *“...les muestro imágenes, como el piso de la iglesia del pueblo o la casa de la abuelita, para ilustrar cómo se usaban patrones en el pasado. También, fotos de grafitis de diferentes ciudades. Comenzamos viendo cómo se usan esos patrones en otros países y en nuestro propio pueblo. Los estudiantes a veces comentan que es como un juego o un diseño...”* en el cual se evidencia el uso de elementos de contextos cercanos a la persona estudiante.

### **Categoría 5. Uso de herramientas digitales en el aula**

De las personas participantes 87% no responde nada pertinente sobre el uso de herramientas digitales en el aula para acciones vinculadas con Matemáticas.

En el caso particular de Estadística y Probabilidad, 62% indica “nunca” realizar la acción “Proponer actividades en las que se requiera el uso de una hoja de cálculo como Excel para generar cuadros y gráficos estadísticos” y 55% indica “casi nunca” o “nunca” realizar la acción “Utilizar recursos tecnológicos como aplicaciones o sitio web para simular experimentos aleatorios”, que son las únicas dos acciones que se plantearon en el instrumento asociadas al uso de la tecnología.

## **Datos emergentes**

Respecto a los episodios propuestos y las didácticas específicas involucradas, 66% de las personas participantes emitieron respuestas no pertinentes, debido a que, se centraron en mencionar condiciones personales, se enfocaron en otras áreas matemáticas o no respondieron.

Más de la mitad de las personas docentes de primaria consultadas, a pesar de que se les indica que estamos analizando estrategias pedagógicas para Matemáticas, se siguen refiriendo a ella de forma general, basándose en aspectos de pedagogía y didáctica general, sin considerar que cada área matemática (Números, Medidas, Geometría, Relaciones y Álgebra, Estadística y Probabilidad) tiene una didáctica específica, persiste la idea de que se puede enseñar de la misma manera Ciencias, Español, Matemáticas o cualquier otra asignatura.

## **Conclusiones de los datos cuantitativos**

### **Programas oficiales de Matemáticas y la prueba estandarizada 2023**

#### ***Programas oficiales de Matemáticas***

- Es imposible garantizar resultados favorables en una muestra aleatoria de las pruebas internacionales, porque 5% de las personas docentes participantes indican no emplear un problema para iniciar un tema nuevo, esto es fundamental para propiciar las HEF y por ende, obtener mejores resultados en las pruebas PISA. También, se debe dar seguimiento al 95% que afirma emplear problemas para iniciar temas nuevos, debido a la concepción errónea de problema y resolución de problemas que ha quedado evidenciado en esta investigación (Poveda-Vásquez, Zumbado-Castro y Chaves-Esquivel, 2023).
- La alta frecuencia con respecto al planteamiento de problemas contextualizados sugiere que las personas participantes están acostumbradas a diseñar problemas con aplicaciones en la vida real. Sin embargo, hay una contradicción por lo que se entiende por problema contextualizado, ya que, en el mismo instrumento perciben que los problemas de la Prueba Nacional Estandarizada de Matemáticas (PNEM-23) son de este tipo. En el análisis del apartado 4 *“Escasa evaluación de las HEF en la prueba nacional estandarizada de sexto*

año” se evidenció que existe una mala concepción de la resolución de problemas en los ítems de la prueba.

- Aun cuando las personas participantes admiten usar problemas con mucha frecuencia para iniciar un tema nuevo, 30% no emplea problemas que involucren dos o más áreas matemáticas. Por tanto, se necesita capacitación en la elaboración e identificación de problemas que involucren dos o más áreas matemáticas. Cabe señalar que los problemas con esa característica son de difícil elaboración, representan una mayor exigencia cognitiva para el estudiantado y esto es precisamente parte de las exigencias de las pruebas PISA.
- Aunque el cuerpo docente participante utiliza problemas, aún requiere capacitación para responder a las exigencias de los programas oficiales del MEP (2012), por tanto, atender esta situación tiene una implicación directa en los requerimientos de las pruebas internacionales y sus resultados. Aquí es importante reflexionar sobre lo que se indica en la Política Educativa vigente acerca del acompañamiento de las personas en ejercicio:

Desarrollo continuo de la profesión docente: La formación continua de la persona docente se orientará a la atención de sus necesidades y expectativas, así como al perfil de la nueva ciudadanía y los desafíos del siglo XXI. Con este fin, se propiciarán redes de apoyo que fortalezcan el crecimiento profesional docente. El sistema educativo promoverá un modelo de autoevaluación docente que brinde oportunidades de crecimiento a partir de la propia práctica profesional, de manera que, mediante un mecanismo de acompañamiento, se identifiquen oportunidades de mejora con planes de acción y apoyos específicos. (pp. 20-21).

- La necesidad se hace evidente porque aun cuando el ente empleador tiene reducido al mínimo las actividades de capacitación, casi 20% de las personas docentes participantes recibieron algún tipo de capacitación sobre los programas oficiales del MEP (2012).

### **Prueba nacional estandarizada 2023**

- Respecto a las pruebas, casi las dos terceras partes de las personas docentes encuestadas han tenido acceso a la información sobre la prueba estandarizada de Matemáticas del MEP aplicada a sexto año, lo que indica un nivel significativo de exposición a estos instrumentos de evaluación. Sin embargo, solo 32% de las personas encuestadas ha recibido alguna inducción o capacitación sobre cómo aplicarlas, lo que sugiere una brecha en la formación docente respecto a la correcta aplicación de estas.
- En cuanto a la percepción sobre la calidad de las pruebas estandarizadas, 89% de las personas docentes identifican la presencia de problemas de contexto real, lo que sugiere que consideran que la prueba estandarizada incluye situaciones auténticas y relevantes. También destaca que 87% percibe coherencia con los programas de estudio vigentes, lo que puede indicar un alineamiento adecuado entre las evaluaciones y el currículo. Además, 79% considera que estas pruebas permiten evaluar competencias para la vida, reflejando una apreciación positiva de su enfoque.
- Lo anterior plantea una **contradicción** entre la opinión de las personas docentes respecto a lo analizado en el apartado 4 denominada “*Escasa evaluación de las HEF en la prueba nacional estandarizada de sexto año*”, donde se establece la no coherencia entre la PENM-23 y los elementos curriculares de los programas oficiales de Matemáticas del MEP (2012).
- El análisis de las pruebas comprensivas y la estandarizada de sexto año evidencian escasa evaluación de las HEF, por tanto, se deduce que el mensaje transmitido a las personas docentes es erróneo. Se debe seguir investigando la realidad de aula, más allá de las percepciones, para identificar qué se entiende por problemas de contexto real y por qué no coincide con la perspectiva de las pruebas internacionales como PISA, aun cuando los programas oficiales si son coherentes con estas últimas.
- El impacto de estas pruebas en la enseñanza de Matemáticas parece ser amplio, se destaca que tres cuartas parte de quienes tuvieron acceso a ellas indicaron que han generado cambios en su enseñanza, por tanto, esto amenaza el propósito de mejorar los resultados en las pruebas PISA.

- El mensaje que se transmite mediante las pruebas masivas costarricenses es riesgoso, debido a que si las personas docentes asumen que estos exámenes son guía u orientación de lo que se espera del estudiantado, entonces, no será posible mejorar los resultados en las pruebas PISA; en esta investigación se han presentado evidencias de la insuficiente evaluación de los aprendizajes del estudiantado versus el marco teórico de la OCDE (2023), por tanto, no es viable mejorar la ubicación en el rating.

## **Habilidades Específicas Fundamentales (HEF)**

### ***Números y Medidas***

- La percepción docente sobre el área de Números es positiva, pero se debe dar seguimiento al nivel de complejidad de las actividades planteadas en el aula, debido a que, si solo responden a las pruebas comprensivas y estandarizadas del MEP que poseen una insuficiente evaluación de la HEF, como se evidenció en esta investigación, no será posible obtener resultados positivos en las pruebas PISA.
- Aun cuando las personas participantes indican que hace en sus aulas las acciones propuestas para el área de Números, esto no es garantía de que los elementos curriculares estén presentes según fueron concebidos; los problemas planteados deben cumplir con ciertos requisitos: (1) ser un reto (2) tener significado en el contexto dado, (3) cierto nivel de complejidad para responder a las exigencias internacionales. Según Poveda-Vásquez, Zumbado-Castro y Chaves-Esquivel (2022) es importante tener clara la diferencia entre la validez psicométrica de los ítems en una prueba y la validez de cada ítem desde la perspectiva didáctica, no es suficiente solo la primera. La correcta perspectiva didáctica debe llegar a las aulas, HEF deben ser evaluadas en las pruebas mediante ítems que respondan de manera correcta a que se espera de cada área matemática.

### **Geometría**

- Cerca del 20% de las personas participantes requieren fortalecer sus destrezas en el uso del plano cartesiano para promover las HEF asociadas con la visualización de objetos geométricos, específicamente en el plano cartesiano. Además, 23% de las personas participantes requieren fortalecer sus habilidades en problemas que aborden los cuerpos sólidos porque es necesario propiciar ambientes de aprendizaje para la Geometría del espacio.

### **Relaciones y Álgebra**

- El uso del plano cartesiano para representar relaciones, los problemas contextualizados que impliquen el uso de la regla de tres y los porcentajes requieren ser reafirmados entre las personas docentes participantes, debido a que una quinta parte de ellos no emplean actividades que los involucren durante la mediación pedagógica. Esto es de suma importancia debido a su vínculo con las HEF, en particular con las relaciones y representaciones, elementos necesarios para fortalecer a largo plazo el álgebra como lenguaje.

### **Estadística y Probabilidad**

- Es notable que en Estadística y Probabilidad, las acciones asociadas al uso de la tecnología para la enseñanza, presentó los porcentajes más bajos. Por otra parte, 79% de la muestra indica que tiene internet en el aula y 70% televisor o pizarra inteligente. Este escenario permite deducir que falta capacitación en el uso de la tecnología para la enseñanza de la Estadística y Probabilidad.
- A partir de la percepción de la muestra docente se determinó que la mediación pedagógica realizada es consistente con lo planteado en los programas de estudio vigentes de Matemáticas del MEP (2012), y por ende, debería propiciar el desarrollo de las HEF de acuerdo con los bloques de conocimiento matemático según PISA (Ver apartado 4 “Habilidades específicas fundamentales como herramienta de análisis de pruebas masivas”). No obstante, los resultados aquí descritos refieren a las percepciones de la persona docente y queda la tarea de proponer investigaciones en las que especialistas en Educación Matemática realicen observaciones en aula para comparar esas percepciones tan positivas y

la práctica docente, con el fin de determinar por qué no se obtiene mejores resultados en las pruebas PISA.

## **Conclusiones de los datos cualitativos**

### **Categoría 1. Acciones didácticas para la Enseñanza de la Estadística**

Aunque las personas docentes tienen la percepción de realizar frecuentemente las acciones específicas presentadas en el instrumento, sus recomendaciones para la enseñanza del tema de medidas de posición muestran que un alto porcentaje (aproximadamente 70%) refiere a elementos de pedagogía y didáctica general, los cuales no son suficientes para atender los requerimientos de enseñanza de la Estadística según el MEP (2012) y del dominio “Incertidumbre y Datos” según la OCDE (2023).

### **Categoría 2. Acciones didácticas para la Enseñanza de las Relaciones y Álgebra**

Quienes aplican con cierta frecuencia las estrategias pedagógicas contenidas en los programas oficiales sobre patrones numéricos y no numéricos, son capaces de recomendarlas a sus colegas, pero se requiere fortalecer esos conocimientos de la didáctica específica en el cuerpo docente para aplicar actividades en el aula que alcancen el nivel de análisis.

### **Categoría 3. Elementos de la Resolución de Problemas**

Según los datos recopilados es necesario seguir dando formación respecto a la estrategia metodológica principal, denominada resolución de problemas (MEP, 2012), cuya perspectiva es única, conformada por dos etapas y la primera de ellas, incluye cuatro momentos (Zumbado-Castro, 2019) y a su vez, es consistente con la OCDE (2023).

### **Categoría 4. Actividades relacionadas con el contexto**

Un alto porcentaje de personas docentes no se refieren al uso de elementos de la vida cotidiana o cercanas al estudiantado en el planteamiento de actividades para desarrollar habilidades matemáticas en el estudiantado, por tanto, esto debe ser un tema prioritario -para las autoridades del MEP y las instituciones que imparten carreras de Educación desde I Ciclo y

hasta la Educación Diversificada, así como quienes forman en Educación Matemática, para ser abordado mediante procesos de capacitación y formación inicial.

### **Categoría 5. Uso de herramientas digitales en el aula**

Se requiere capacitación en el uso de las herramientas digitales para la enseñanza de la Matemática, más allá de proyectar diapositivas y videos. Dos ejemplos, en el caso de Estadística y Probabilidad, se debe propiciar el manejo de software que permita realizar cálculos, simulaciones, gráficos, cuadros, entre otros. En el caso de Relaciones y Álgebra, el manejo de hojas de cálculo para observar y representar patrones; así como para mostrar, crear, representar y evidenciar relaciones, como antesala de la modelización.

### **Datos emergentes**

- Dado que las personas docentes consideraron que la condición más favorable para aplicar todo lo que se indica en los programas de estudio, es el acceso a recursos didácticos para desarrollar las habilidades de alguna de las áreas, entonces, el MEP y los diferentes actores de la Educación Matemática costarricense deben garantizar la producción y supervisión del material acorde con los requerimientos MEP (2012) y OCDE (2023).
- Se debe potenciar la enseñanza de las didácticas específicas de matemática en la formación inicial y brindar capacitación a las personas docentes en ejercicio.

### **Conclusiones generales de la investigación (Integración de datos)**

- Si no se garantizan escenarios de aprendizaje con una cierta exigencia cognitiva durante el II Ciclo de la EGB se tendrán escasas o nulas posibilidades de mejorar los resultados en las pruebas internacionales como PISA. A raíz de lo anterior surge la pregunta ¿cuál es el modo de garantizar que se propicien las HEF en el II Ciclo de la EGB?
- Considerando que la percepción docente es favorable: (1) sobre sus acciones ejecutadas en el aula, (2) acerca de cómo la prueba estandarizada de sexto grado y las comprensivas aplicadas en cuarto, quinto y sétimo año juzgan los aprendizajes; y que lo anterior, no coincide con el análisis de las pruebas nacionales (Apartado 4) ni con los resultados obtenidos en las

pruebas PISA aplicadas en 2022, es necesario (1) elaborar material didáctico de uso obligatorio que oriente al cuerpo docente en el trabajo de aula para propiciar las HEF que se enmarcan en los requerimientos de la OCDE (2023) y (2) elaborar pruebas con base en ese material.

- Al comparar la percepción docente sobre las acciones que realiza en el aula y las respuestas brindadas a las preguntas abiertas, queda claro que, existe un vacío respecto a las didácticas específicas que interfiere con los escenarios ideales para propiciar las HEF y obtener resultados favorables en las pruebas internacionales.
- De la misma comparación surgen los siguientes elementos: (1) se debe retomar la capacitación en elementos de la resolución de problemas como estrategia metodológica principal, (2) el uso de contextos reales en la formulación de problemas, (3) el uso pertinente de las herramientas digitales para propiciar la competencia matemática y (4) los puntos anteriores deben ser incluidos en las mallas curriculares de quienes forman docentes y ser trabajados con personas en ejercicio.

### **Mirada al 2030: ¿qué hacer en el próximo quinquenio?**

- Reconocer que es necesario hacer ajustes.
- Producir desde lo interno del MEP y con el acompañamiento de especialistas en Educación Matemática, material de uso obligatorio que propicie las HEF, cumpliendo con todos los elementos curriculares de los programas oficiales de Matemáticas, tomando en cuenta que la formación inicial de las personas docentes de I y II Ciclo de la EGB es generalista. Al tener material obligatorio y alineado con las exigencias de la OCDE, se aumenta el tiempo para que la persona docente planifique cómo debe mediar las HEF, sin tener que desgastarse en construir, validar y buscar problemas y ejercicios que respondan a los elementos curriculares y las didácticas específicas.
- Supervisar ¿cómo se emplea el material obligatorio?, de manera que se brinde el acompañamiento y soporte necesario a las personas docentes.

- Retomar los procesos de capacitación sobre la resolución de problemas considerando todos los elementos curriculares, las didácticas específicas y uso de herramientas digitales para la enseñanza de las Matemáticas, de manera que se profundice en la importancia de emplear en los ambientes de aprendizaje problemas de contexto real, que respondan a las perspectivas de las áreas Matemáticas, con una exigencia cognitiva apropiada.
- Velar por que las personas docentes de I y II Ciclos de la EGB tengan dominio de los conocimientos didácticos específicos y de contenido implícitos en las HEF.
- Diseñar pruebas masivas a nivel nacional para la evaluación de los aprendizajes acordes con los elementos curriculares de los programas oficiales del MEP (2012), las HEF y la perspectiva de las pruebas PISA según la OCDE (2023).

## **Recomendaciones**

### ***Propuesta de acciones de formación inicial, desarrollo profesional y acompañamiento docente***

Para propiciar una mediación de los aprendizajes de las habilidades específicas fundamentales para el mejoramiento de los resultados en las próximas pruebas estandarizadas nacionales e internacionales se requiere:

#### ***En la formación inicial***

- Incluir en las mallas curriculares de quienes forman docentes de primaria, asignaturas de matemáticas que incluyan la resolución de problemas desde la perspectiva MEP (2012), didácticas específicas, herramientas digitales para la enseñanza de las Matemáticas y los requerimientos de las pruebas internacionales.
- Fortalecer las habilidades docentes asociadas con la mediación pedagógica de acuerdo con las áreas matemáticas involucradas con el currículo nacional desde la perspectiva MEP y la OCDE.

#### ***En el desarrollo profesional***

- El MEP debe plantear y desarrollar jornadas de capacitación en temas relacionados con la estrategia metodológica planteada en los programas oficiales de matemática del MEP (2012), específicamente resolución de problemas, uso de contextos reales y herramientas

digitales para la enseñanza de las Matemáticas. Para esto, es necesario articular esfuerzos entre el Instituto de Desarrollo Profesional, las asesorías pedagógicas de matemáticas, la asesoría nacional, las universidades, entre otros.

- Las universidades deben alinear sus ofertas de capacitación docente a la resolución de problemas considerando todos los elementos curriculares, de manera que se profundice en la importancia de emplear en los ambientes de aprendizaje problemas de contexto real, que respondan a las perspectivas de las áreas Matemáticas, con una exigencia cognitiva apropiada.

#### ***En el acompañamiento docente***

- Comprobar que las personas docentes poseen todos los recursos didácticos (problemas, ejercicios, materiales de apoyo, entre otros) necesarios para el desarrollo de clases acordes a la propuesta ministerial con miras a un juzgamiento internacional que pretende la competencia matemática.
- Otorgar material obligatorio para mediar las HEF en las aulas y de manera conjunta brindar capacitación para garantizar su correcta aplicación.

#### **Sobre la frontera de información**

Cuando se realizó el proceso investigativo la información proveniente del MEP sufrió postergaciones, violentando los plazos acordados, aun cuando se realizaban recordatorios en las fechas establecidas, hasta que finalmente, los datos fueron facilitados al equipo investigador, por tanto, la información no estaba disponible en los plazos de la investigación, ocasionando que el análisis se incluyera de manera tardía.

**Cuadro 48**

**Síntesis de limitaciones**

Tema/ variable	Institución/ Departamento	Tipo de dificultad enfrentado	Observación/sugerencia
Resultados de pruebas estandarizadas de sexto año	MEP	Los datos fueron entregados tardíamente.	Facilitar la información debido a que debe ser de dominio público.  No asumir compromisos (tiempos) que la institución no puede cumplir
Recolección de datos - lento	Analítica Marketing	Retraso en la entrega de los datos, por tanto, el análisis se realizó fuera del plazo y las condiciones acordadas.	Analizar con detenimiento el escenario de recolección de datos para ofrecer plazos fidedignos sobre la entrega de la información
Categorización, sin análisis reflexivo, ausencia de ojo experto. Sin tiempo para corrección.	Analítica Marketing	El análisis de los datos cualitativos carece de etiquetas y categorías pertinentes y acordes con la Educación Matemática. La IA fue alimentada con información general que	Contratar especialistas del área que asesoren a quien establece las etiquetas y categorías para el análisis de los datos cualitativos. Así como la elección de los insumos para alimentar la IA

*Desarrollo de habilidades fundamentales en matemáticas: Resultados PISA,  
programas de estudio vigentes y evaluaciones nacionales*

Tema/ variable	Institución/ Departamento	Tipo de dificultad enfrentado	Observación/sugerencia
		ocasionó la perdida de datos valiosos desde la perspectiva de esta investigación.	
<b>Re- sistematización de datos cualitativos</b>	Equipo investigador	Análisis de la información contra tiempo, lo que provocó sobre carga laboral.	Se sugiere establecer comunicación entre quienes hacen la recolección y sistematización de datos, con el equipo investigador a partir del momento que aplican los instrumentos.

Fuente: Elaboración propia.

## Referencias

- Barrantes, H. (2015). Acciones en Costa Rica para potenciar la integración de habilidades y conocimientos en la implementación curricular. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 10(13), 37-52.  
<https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/19143/19199>
- Choi, I., Lee, S., y Jung, J. (2020). The effect of problem-based learning on problem-solving ability and learning attitude in a university environment. *Journal of Problem-Based Learning*, 7(2), 101-115.
- Griffin, S. (2004). *Building Number Sense with Number Worlds: A Mathematics Program for Young Children*. *Early Childhood Research Quarterly*, 19(1), 173-180.
- Kieran, C., Pang, J., Schifter, D. y Fong, S. (2016). *Early Algebra. Research into its Learning its Teaching*. <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-32258-2>
- Ministerio de Educación Pública. [MEP]. (2012). *Programas de Estudio de Matemáticas. I, II y III Ciclos de la Educación General Básica y Ciclo Diversificado*. San José: autor.
- Ministerio de Educación Pública. [MEP]. (2017). *Política Educativa. La persona: centro del proceso educativo y sujeto transformador de la sociedad*. San José, Costa Rica: autor.  
<http://www.mep.go.cr/sites/default/files/page/adjuntos/politicaeducativa.pdf>
- Ministerio de Educación Pública. Despacho del Viceministerio. (2024). *Académico Informe de Resultados Pruebas Comprensivas 2024*. (Facilitado por el Estado de la Educación).
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico. [OCDE]. (2023). *PISA 2022 Assessment and Analytical Framework, PISA, OECD Publishing, Paris*.  
<https://doi.org/10.1787/dfe0bf9c-en>
- Poveda-Vásquez, R. y Manning-Jara, G. (2021). Repercusiones de la pandemia en la Educación Matemática en Costa Rica. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 20, 41-53.
- Poveda-Vásquez, R. y Zumbado-Castro, M. (2022). Implementación de un currículo de matemáticas institucional: De la expectativa a la realidad. *Revista Electrónica Educare*, 27(1), 1-20. <https://doi.org/10.15359/ree.27-1.14531>
- Poveda-Vásquez, R, Zumbado-Castro, M y Chaves-Esquivel, E. (2023). Criterios y ruta para el diseño de pruebas nacionales consistentes con los programas de estudio de Matemáticas. Ponencia preparada para el Informe Estado de la Educación 2022-2023. San José: PEN. <https://lc.cx/xb7gXu>
- Ruiz, A. (2018). *Evaluación y pruebas nacionales para un currículo de Matemáticas que enfatiza capacidades superiores*. Ciudad de México: CIAEM. Recuperado de

<https://www.angelruizz.com/wp-content/uploads/2019/02/Angel-Ruiz-Evaluacion-y-pruebas-2018.pdf>

Villalobos, L. (2017). *Enfoques y diseños de investigación social: cuantitativos, cualitativos y mixtos*. San José: EUNED.

Zumbado, M., Sánchez, A., Salas, B. y Mora, M.R. (2021). Propuesta de evaluación de los aprendizajes matemáticos en un currículo que involucra la resolución de problemas como estrategia metodológica. En W. Ruiz y G. Ulloa (Eds). *Investigaciones en Educación: experiencias, interacciones y escenarios para el cambio en la práctica docente en Costa Rica* (pp. 30-61). San José: Universidad Estatal a Distancia.

<https://investiga.uned.ac.cr/cined/wp-content/uploads/sites/9/2021/06/INVEST-EN-EDUCACION.pdf>

Zumbado-Castro, M. (2019). Evidencias sobre algunas tendencias pedagógicas y didácticas presentes en los programas de estudio de matemáticas costarricense. *Uniciencia*, 33(2), 27-41. <https://doi.org/10.15359/ru.33-2.3>

Zumbado-Castro, M. (2022a). Cambio, modelización y álgebra como lenguaje en el currículo de matemáticas de costarricense. *Revista Ensayos Pedagógicos*, 17(1). Número correspondiente a julio-diciembre.

<https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/ensayospedagogicos/article/view/16796/27405>

Zumbado-Castro, M. (2022b). Evaluación de los aprendizajes en geometría del estudiantado de décimo año, a partir del modelo estructura de intervención de procesos en un problema [Tesis doctoral]. Universidad Estatal a Distancia.

<https://aleph23.uned.ac.cr/exlibris/aleph/a231/apachemedia/B9PUK84TYDUNRDHBTGSQJ9KTDN7ECV.pdf>

## **Anexos**

Anexo 1:  
Instrumento 1\_EPN

### **Cuestionario**

#### **Introducción y consentimiento**

El Programa Estado de la Nación está realizando una investigación sobre las estrategias de mediación que se utilizan en el aula para propiciar habilidades específicas fundamentales en Matemática. Debido a su valiosa experiencia, conocimiento sobre la dinámica del aula y el desempeño del estudiantado, le solicitamos, respetuosamente, que nos facilite información sobre las principales estrategias que desarrolla para promover la competencia matemática. Además, es fundamental conocer cuáles son los principales retos que usted enfrenta para desarrollar sus lecciones, y avanzar con las demandas de los programas de estudio.

Esta sesión será grabada con el fin de facilitar el registro de las respuestas. Su participación es completamente voluntaria y anónima, por tanto, no se recolectan datos que posibiliten su identificación. La información obtenida se tratará con estricta confidencialidad y se utilizará con fines de investigación académica únicamente. Los resultados que se presenten en el Informe siempre describirán grupos de personas y nunca casos individuales. La aplicación del instrumento no representa ningún riesgo para las personas participantes, no se recolectarán datos sensibles ni se perderá ningún derecho al participar en el estudio.

El cuestionario cuenta con cinco secciones, además de esta introducción y le tomará un estimado de entre 25 y 30 minutos completarlo. Agradecemos su participación en este estudio que será el resultado de la voz de la experiencia de la persona docente y del desempeño real de sus estudiantes.

¿Está dispuesto(a) a participar en este estudio?

(1) Sí

(2) No

### **Operacionalización de las habilidades específicas fundamentales**

En esta sección le solicitamos responder ampliamente a una serie de interrogantes, a partir de una situación hipotética en el contexto del aula regular. Solamente usted, docente, tiene la experticia para identificar variables que influyen en el hecho educativo y puede ofrecer las recomendaciones idóneas.

La estrategia para responder los ítems planteados es asumir una situación presentada como real y brindar una serie de recomendaciones para su abordaje. Al responder tome en cuenta las condiciones en que usted labora: la realidad de la institución educativa, las características de la población atendida, el tiempo real para desarrollar los programas de estudio, los recursos con que se cuenta, la diversidad del grupo, la cultura escolar y su experiencia como docente.

#### **Episodio:**

Imagine que una persona docente que está en su primer año de trabajo desarrollará el tema de medidas de posición del área de Estadística y Probabilidad en un grupo de quinto año.

- Según lo que se indica en los programas de Matemáticas vigentes ¿cuáles estrategias pedagógicas le recomendaría? Por favor refiérase ampliamente a los pasos para diseñar y desarrollar las lecciones relacionadas con el tema.
- Manteniendo en mente el episodio mencionado y según las condiciones actuales del grupo, aula, escuela y contexto familiar del estudiantado, ¿cuáles de las recomendaciones que propuso en la pregunta anterior usted logra aplicar con sus estudiantes actuales?
- **Si HAY diferencia entre 1 y 2.** Por favor indique ¿cuáles son las principales limitaciones que enfrenta para poder aplicar todo lo que se indica en los programas de estudio? (Respuestas precodificadas, ver documento complementario)
- **Si NO HAY diferencia entre 1 y 2.** Por favor indique ¿qué condiciones permiten que pueda aplicar todo lo que se indica en los programas de estudios? (Respuestas precodificadas, ver documento complementario)

- Considerando condiciones actuales de trabajo, grupo, aula, escuela y contexto familiar del estudiantado. Enumere tres aspectos que es necesario cambiar, de manera inmediata, para mejorar las lecciones de Matemáticas y que las personas estudiantes desarrollen las habilidades en Estadística y Probabilidad propuestas en los programas vigentes.

### **Acciones específicas por área matemática**

A continuación, le presentaré un conjunto de acciones que se proponen en los programas de estudio para desarrollar cada área matemática. En cada acción por favor indicar la frecuencia con la que usted logra desarrollarlas con sus estudiantes, según sus condiciones actuales de trabajo en el aula.

Para cada ítem se utiliza una escala de 0 a 3, donde **3** es “siempre”, **2** es “a veces”, **1** “casi nunca” y **0** “nunca”.

### **Estadística**

Durante el curso lectivo 2023 ¿cuáles de las siguientes acciones, relacionadas con el área de Estadística, realizó en sus lecciones de Matemáticas?

Aspectos por valorar	3	2	1	0
Elaborar cuestionarios para recolectar información de varias características al mismo tiempo.				
Recolectar información mediante diferentes técnicas, como la medición o el cuestionario.				
Proponer problemas para interpretar medidas como: la moda, el promedio y el recorrido.				
Asignar ejercicios que prioricen el análisis del promedio y no su cálculo.				
Analizar información estadística de cuadros y gráficos de diferentes medios de comunicación.				
Proponer problemas para comparar dos o más grupos de datos a partir de la frecuencia porcentual.				

---

Aspectos por valorar	3	2	1	0
----------------------	---	---	---	---

---

Proponer actividades en las que se requiera el uso de una hoja de cálculo (como Excel) para generar cuadros y gráficos estadísticos.

---

Plantear problemas que involucren datos estadísticos cercanos al entorno del estudiantado.

---

### **Probabilidad**

Durante el curso lectivo 2023 ¿cuáles de las siguientes acciones, relacionadas con el área de Probabilidad, realizó en sus lecciones de Matemáticas?

---

Aspectos por valorar	3	2	1	0
----------------------	---	---	---	---

---

Proponer experimentos aleatorios con material concreto, por ejemplo, el lanzamiento de una moneda.

---

Utilizar juegos o situaciones de la cotidianidad que permitieron identificar el número de resultados favorables de un evento determinado.

---

Proponer problemas donde se compare la probabilidad entre dos o más eventos.

---

Plantear problemas en los que se tenían que tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, a partir de datos estadísticos.

---

Utilizar recursos tecnológicos como: aplicaciones o sitio web para simular experimentos aleatorios.

---

### **Números**

Durante el curso lectivo 2023 ¿cuáles de las siguientes acciones, relacionadas con el área de Números, realizó en sus lecciones de Matemáticas?

---

Aspectos por valorar	3	2	1	0
----------------------	---	---	---	---

---

Proponer actividades basadas en situaciones cotidianas como planificar un viaje, su presupuesto, tiempo de traslado y distancia recorrida.

---

Utilizar materiales concretos para ayudar a la comprensión de conceptos abstractos como el concepto de fracción.

---

Aspectos por valorar	3	2	1	0
----------------------	---	---	---	---

---

Utilizar estrategias de cálculo mental y la estimación en la resolución de problemas.

---

Proponer problemas en los que el contexto contiene números en diferentes representaciones, por ejemplo, una receta que contiene fracciones y números decimales.

---

Plantear situaciones de aprendizaje para comprender cómo se relacionan las operaciones matemáticas, como, por ejemplo, la multiplicación con la suma.

---

Durante el curso lectivo 2023, ¿con cuánta frecuencia utiliza problemas de contexto real para introducir un tema en la clase de Matemáticas?

- ( ) Nunca
- ( ) Ocasionalmente
- ( ) Casi siempre
- ( ) Siempre

Durante el curso lectivo 2023, ¿con cuánta frecuencia utiliza problemas que involucren dos o más áreas matemáticas de los programas vigentes, por ejemplo: ¿Geometría y Números o Geometría con Relaciones y Álgebra?

- ( ) Nunca
- ( ) Ocasionalmente
- ( ) Casi siempre
- ( ) Siempre

¿Considera necesario recibir capacitación sobre cómo aplicar la resolución de problemas desde la perspectiva de los programas oficiales del MEP?

**Pruebas estandarizadas**

- ( ) Sí
- ( ) No

1. ¿Recibió alguna inducción o capacitación sobre las pruebas estandarizadas y cómo aplicarlas?

Sí

No

2. ¿Conoce la información emitida por el MEP sobre evaluación estandarizada y sus resultados?

Sí

No

3. ¿Usted ha podido leer una prueba estandarizada de Matemáticas del MEP aplicada a sexto año?

Sí

No (pase a 5)

4. ¿Cuáles de los siguientes aspectos sobresalen de la prueba estandarizada de Matemáticas que usted pudo leer? Responda **sí** o **no** en cada caso.

La presencia de problemas de contexto real

La presencia de preguntas memorísticas

La coherencia con los programas de estudio vigentes

La evaluación de competencias para la vida

Otro. Indique brevemente

5. ¿Ha recibido un reporte de las pruebas nacionales estandarizadas que realizaron sus estudiantes a inicio de año?

Sí

No

6. ¿En qué medida las pruebas estandarizadas del MEP han transformado sus clases de Matemáticas?

Nada

Poco

Mucho

Completamente

7. Al valorar la siguiente afirmación “Las pruebas estandarizadas del MEP evalúan las habilidades o destrezas matemáticas que usted propicia con la mediación pedagógica en el aula”, usted está:

Totalmente de acuerdo

De acuerdo

En desacuerdo

Totalmente en desacuerdo

**Condiciones actuales**

Grado que imparte:

Cantidad de grupos a su cargo (en el grado que imparte):

Promedio de estudiantes por grupo:

Cantidad de estudiantes con necesidades educativas especiales:

Cantidad de estudiantes repitentes:

¿Como describiría el estado actual de la infraestructura en el aula?

- Muy malo
- Malo
- Bueno
- Muy bueno

¿Cómo valora el espacio físico del aula en cuanto a:

Tamaño

- Muy malo
- Malo
- Bueno
- Muy bueno

Ventilación

- Muy malo
- Malo
- Bueno
- Muy bueno

Iluminación

- Muy malo

- Malo
- Bueno
- Muy bueno

En su aula cuenta con:

- Internet (1) Sí (2) No
- Televisor o pizarra inteligente (1) Sí (2) No
- Proyector (1) Sí (2) No
- Pizarra acrílica o de tiza (1) Sí (2) No
- Manipulativos: Bloques multibase, ábaco, entre otros (1) Sí (2) No

¿Cuál grado impartió el año anterior?

- Primero
- Segundo
- Tercero
- Cuarto
- Quinto
- Sexto

¿Estuvo el año anterior en este mismo centro educativo?

- Sí
- No

## **Información general**

Edad en años cumplidos:

Sexo

- Masculino
- Femenino

Último grado académico obtenido:

- Bachillerato
- Licenciatura
- Maestría
- Doctorado
- Otro (indique):

La formación universitaria que recibió es de:

- Universidades públicas
- Universidades privadas
- Universidades públicas y privadas

Número de años de experiencia docente:

Durante 2024 ¿participó de alguna capacitación sobre los programas de Matemáticas vigentes?

(1) Sí

(2) No

**¡Muchas gracias por su participación!**

Anexo 2  
Instrumento 2\_RAG

## **Cuestionario**

### **I Parte. Introducción y consentimiento**

El Programa Estado de la Nación está realizando una investigación sobre las estrategias de mediación que se utilizan en el aula para propiciar habilidades específicas fundamentales en Matemática. Debido a su valiosa experiencia, conocimiento sobre la dinámica del aula y el desempeño del estudiantado, le solicitamos, respetuosamente, que nos facilite información sobre las principales estrategias que desarrolla para promover la competencia matemática. Además, es fundamental conocer cuáles son los principales retos que usted enfrenta para desarrollar sus lecciones, y avanzar con las demandas de los programas de estudio.

Esta sesión será grabada con el fin de facilitar el registro de las respuestas. Su participación es completamente voluntaria y anónima, por tanto, no se recolectan datos que posibiliten su identificación. La información obtenida se tratará con estricta confidencialidad y se utilizará con fines de investigación académica únicamente. Los resultados que se presenten en el Informe siempre describirán grupos de personas y nunca casos individuales. La aplicación del instrumento no representa ningún riesgo para las personas participantes, no se recolectarán datos sensibles ni se perderá ningún derecho al participar en el estudio.

El cuestionario cuenta con cinco secciones, además de esta introducción y le tomará un estimado de entre 25 y 30 minutos completarlo. Agradecemos su participación en este estudio que será el resultado de la voz de la experiencia de la persona docente y del desempeño real de sus estudiantes.

¿Está dispuesto(a) a participar en este estudio?

- (1) Sí
- (2) No

## **II Parte. Operacionalización de las habilidades específicas fundamentales**

En esta sección le solicitamos responder ampliamente a una serie de interrogantes, a partir de una situación hipotética en el contexto del aula regular. Solamente usted, docente, tiene la experticia para identificar variables que influyen en el hecho educativo y puede ofrecer las recomendaciones idóneas.

La estrategia para responder los ítems planteados es asumir una situación presentada como real y brindar una serie de recomendaciones para su abordaje. Al responder tome en cuenta las condiciones en que usted labora: la realidad de la institución educativa, las características de la población atendida, el tiempo real para desarrollar los programas de estudio, los recursos con que se cuenta, la diversidad del grupo, la cultura escolar y su experiencia como docente.

### **Episodio:**

Imagine que una persona docente que está en su primer año de trabajo desarrollará el tema de patrones numéricos y no numérico del área de Relaciones y Álgebra en un grupo de cuarto año.

- Según lo que se indica en los programas de Matemáticas vigentes ¿cuáles estrategias pedagógicas le recomendaría? Por favor refiérase ampliamente a los pasos para diseñar y desarrollar las lecciones relacionadas con el tema.
- Manteniendo en mente el episodio mencionado y según las condiciones actuales del grupo, aula, escuela y contexto familiar del estudiantado, ¿cuáles de las recomendaciones que propuso en la pregunta anterior usted logra aplicar con sus estudiantes actuales?
- **Si HAY diferencia entre 1 y 2.** Por favor indique ¿cuáles son las principales limitaciones que enfrenta para poder aplicar todo lo que se indica en los programas de estudio? (Respuestas precodificadas, ver documento complementario)
- **Si NO HAY diferencia entre 1 y 2.** Por favor indique ¿qué condiciones permiten que pueda aplicar todo lo que se indica en los programas de estudios? (Respuestas precodificadas, ver documento complementario)

- Considerando condiciones actuales de trabajo, grupo, aula, escuela y contexto familiar del estudiantado. Enumere tres aspectos que es necesario cambiar, de manera inmediata, para mejorar las lecciones de Matemáticas y que las personas estudiantes desarrollen las habilidades en Relaciones y Álgebra propuestas en los programas vigentes.

### III Parte. Acciones específicas por área matemática

A continuación, le presentaré un conjunto de acciones que se proponen en los programas de estudio para desarrollar cada área matemática. En cada acción por favor indicar la frecuencia con la que usted logra desarrollarlas con sus estudiantes, según sus condiciones actuales de trabajo en el aula.

Para cada ítem se utiliza una escala de 0 a 3, donde **3** es “siempre”, **2** es “a veces”, **1** “casi nunca” y **0** “nunca”.

#### **Relaciones y Álgebra**

Durante el curso lectivo 2023 ¿cuáles de las siguientes acciones, relacionadas con el área de Relaciones y Álgebra, realizó en sus lecciones de Matemáticas?

Aspectos por valorar	3	2	1	0
Plantear situaciones de aprendizaje para el análisis y aplicación de patrones.				
Plantear problemas contextualizados que impliquen la traducción de una situación real a lenguaje matemático, por ejemplo: Carlos triplica la cantidad de dinero ahorrado por su hermano.				
Proponer problemas contextualizados en los que se relacionan dos cantidades que varían.				
Proponer problemas contextualizados que impliquen la aplicación de porcentajes.				
Proponer problemas contextualizados que impliquen la aplicación de regla de tres.				
Proponer problemas que impliquen el cálculo de un dato faltante (ecuaciones) en situaciones de contexto real.				
Utilizar el plano cartesiano para la representación de la relación entre dos cantidades variables. Por ejemplo: la cantidad de manzanas y el precio de una manzana				

## Geometría

Durante el curso lectivo 2023 ¿cuáles de las siguientes acciones, relacionadas con el área de Geometría, realizó en sus lecciones de Matemáticas?

Aspectos por valorar	3	2	1	0
----------------------	---	---	---	---

---

Proponer situaciones de aprendizaje que implicaron movimiento de triángulos, cuadriláteros, polígonos o circunferencias en el plano cartesiano.

---

Utilizar el plano cartesiano para la ubicación de puntos y figuras planas.

---

Proponer la identificación de triángulos, cuadriláteros, polígonos o circunferencias presentes en el entorno.

---

Proponer la identificación de cuerpos sólidos como: cubos, prismas, cilindros, conos, pirámides o esferas presentes en el entorno.

---

Proponer actividades que permitan la identificación de los cuadrados y rectángulos que componen un prisma.

---

Plantear problemas en los que sea necesaria la aplicación las propiedades y características de las figuras planas: triángulos, cuadriláteros, polígonos o circunferencias

---

Plantear problemas en los que sea necesaria la aplicación de las propiedades y características de los cuerpos sólidos: cubos, prismas, cilindros, conos, pirámides o esferas.

---

Durante el curso lectivo 2023, ¿con cuánta frecuencia utilizó problemas de contexto real para introducir un tema en la clase de Matemáticas?

- ( ) Nunca
- ( ) Ocasionalmente
- ( ) Casi siempre
- ( ) Siempre

Durante el curso lectivo 2023, ¿con cuánta frecuencia utilizó problemas que involucren dos o más áreas matemáticas de los programas vigentes, por ejemplo: ¿Geometría y Números o Geometría con Relaciones y Álgebra?

- Nunca
- Ocasionalmente
- Casi siempre
- Siempre

¿Considera necesario recibir capacitación sobre cómo aplicar la resolución de problemas desde la perspectiva de los programas oficiales del MEP?

- Sí
- No

#### **IV Parte. Pruebas estandarizadas**

1. ¿Recibió alguna inducción o capacitación sobre las pruebas estandarizadas y cómo aplicarlas?

- Sí
- No

2. ¿Conoce la información emitida por el MEP sobre evaluación estandarizada y sus resultados?

- Sí
- No

3. ¿Usted ha podido leer una prueba estandarizada de Matemáticas del MEP aplicada a sexto año?

- Sí
- No (pase a 5)

4. ¿Cuáles de los siguientes aspectos sobresalen de la prueba estandarizada de Matemáticas que usted pudo leer? Responda **sí** o **no** en cada caso.

- La presencia de problemas de contexto real

La presencia de preguntas memorísticas

La coherencia con los programas de estudio vigentes

La evaluación de competencias para la vida

Otro. Indique brevemente

5. ¿Ha recibido un reporte de las pruebas nacionales estandarizadas que realizaron sus estudiantes a inicio de año?

Sí

No

6. ¿En qué medida las pruebas estandarizadas del MEP han transformado sus clases de Matemáticas?

Nada

Poco

Mucho

Completamente

7. Al valorar la siguiente afirmación “Las pruebas estandarizadas del MEP evalúan las habilidades o destrezas matemáticas que usted propicia con la mediación pedagógica en el aula”, usted está:

Totalmente de acuerdo

De acuerdo

En desacuerdo

Totalmente en desacuerdo

## **V. Parte. Condiciones actuales**

Grado que imparte:

Cantidad de grupos a su cargo (en el grado que imparte):

Promedio de estudiantes por grupo:

Cantidad de estudiantes con necesidades educativas especiales:

Cantidad de estudiantes repitentes:

¿Como describiría el estado actual de la infraestructura en el aula?

- Muy malo
- Malo
- Bueno
- Muy bueno

¿Cómo valora el espacio físico del aula en cuanto a:

Tamaño

- Muy malo
- Malo
- Bueno
- Muy bueno

Ventilación

- Muy malo
- Malo

- Bueno
- Muy bueno

Iluminación

- Muy malo
- Malo
- Bueno
- Muy bueno

En su aula cuenta con:

- Internet (1) Sí (2) No
- Televisor o pizarra inteligente (1) Sí (2) No
- Proyector (1) Sí (2) No
- Pizarra acrílica o de tiza (1) Sí (2) No
- Manipulativos: Bloques multibase, ábaco, entre otros (1) Sí (2) No

¿Cuál grado impartió el año anterior?

- Primero
- Segundo
- Tercero
- Cuarto
- Quinto
- Sexto

¿Estuvo el año anterior en este mismo centro educativo?

- Sí
- No

## **VI Parte. Información general**

Edad en años cumplidos:

Sexo

- Masculino
- Femenino

Último grado académico obtenido:

- Bachillerato
- Licenciatura
- Maestría
- Doctorado
- Otro (indique):

La formación universitaria que recibió es de:

- Universidades públicas
- Universidades privadas
- Universidades públicas y privadas

Número de años de experiencia docente:

Durante 2024 ¿participó de alguna capacitación sobre los programas de Matemáticas vigentes?

(1) Sí

(2) No

**¡Muchas gracias por su participación!**

### Anexo 3: Respuestas precodificadas

#### II Parte. Operacionalización de procesos

3. **Si hay diferencia entre 1 y 2.** Por favor indique ¿cuáles son las principales limitaciones que enfrenta para poder aplicar todo lo que se indica en el programa de estudios? (Respuestas precodificadas para quien conduce la entrevista)

4. **Si NO hay diferencia entre 1 y 2.** Por favor indique ¿qué condiciones permiten que pueda aplicar todo lo que se indica en el programa de estudios? (Respuestas precodificadas para quien conduce la entrevista)

#### Principales limitaciones

Posibles respuestas	Mención
<ul style="list-style-type: none"><li>Suspensión de clases para atender a reuniones convocadas por instancias superiores: consejo o reuniones de nivel.</li></ul>	
<ul style="list-style-type: none"><li>Suspensión de clases para participar en capacitaciones docentes.</li></ul>	
<ul style="list-style-type: none"><li>Suspensión de clases para apoyar a la administración en la planificación de actividades relativas a las efemérides.</li></ul>	
<ul style="list-style-type: none"><li>Suspensión de clases para ensayos y preparación de los niños para diferentes actividades programas desde el MEP (feria científica, festival de las artes -FEA-, representaciones estudiantiles deportivas, entre otras)</li></ul>	
<ul style="list-style-type: none"><li>Suspensión de clases para aplicar pruebas nacionales (comprensivas y estandarizadas).</li></ul>	
<ul style="list-style-type: none"><li>Interrupción de clases por la activación de alguno de los 10 protocolos vigentes entre ellos: bullying, violencia, tenencia de armas, suicidio entre otros; y alertas tempranas.</li></ul>	

- Interrupciones de clases para atender diferentes demandas escolares: atención de los encargados legales u otros miembros de la comunidad educativa para ayudar en la activación de protocolos.
  - Disminución de tiempo efectivo de clase debido al exceso de trabajo administrativo asociado con la cantidad de estudiantes por grupo (grupos muy numerosos), por ejemplo: revisión de tareas y comunicación con el encargado legal.
- 

### **Condiciones favorables**

Posibles respuestas	Mención
<ul style="list-style-type: none"><li>• Recursos didácticos adecuados para desarrollar las habilidades del área: libro de texto, folletos de trabajo, sitios web, entre otros.</li></ul>	
<ul style="list-style-type: none"><li>• Dispone de mayor tiempo efectivo de clases.</li></ul>	
<ul style="list-style-type: none"><li>• Uso de las indicaciones o recomendaciones de los programas de Matemáticas.</li></ul>	
<ul style="list-style-type: none"><li>• Dominio de los conocimientos matemáticos.</li></ul>	
<ul style="list-style-type: none"><li>• Apoyo de la administración del centro educativo.</li></ul>	
<ul style="list-style-type: none"><li>• Apoyo académico de la asesoría de Matemáticas.</li></ul>	
<ul style="list-style-type: none"><li>• Apoyo académico de colegas con recargo o con lecciones asignadas para apoyar la labor docente.</li></ul>	
<ul style="list-style-type: none"><li>• Tamaño de grupo apropiado para la atención personalizada.</li></ul>	

---