



Informe Estado de la Educación (2023)

Investigación

Criterios y ruta para el diseño de pruebas nacionales consistentes con los programas de estudio de matemáticas

Investigador:

Ricardo Poveda Vásquez
Marianela Zumbado Castro
Edwin Chaves Esquivel

San José | 2023



370.7286
P879c

Poveda Vásquez, Ricardo

Crterios y ruta para el diseo de pruebas nacionales consistentes con los programas de estudio de matemáticas / Ricardo Poveda Vásquez, Marianela Zumbado Castro, Edwin Chaves Esquivel. -- Datos electrnicos (1 archivo : 1.433 kb). -- San José, C.R. : CONARE - PEN, 2023.

ISBN 978-9930-618-75-2

Formato PDF, 57 páginas.

Investigación para el Informe Estado de la Educación (2023)

1. EDUCACIÓN SECUNDARIA. 2. PRUEBAS NACIONALES. 3. MATEMÁTICAS. 4. EVALUACIÓN CURRICULAR. 7. MINISTERIO DE EDUCACIÓN PÚBLICA. 8. COSTA RICA. I. Zumbado Castro, Marianela. II. Chaves Esquivel, Edwin. III. Título.



Contenido

Reconocimientos	5
Descargo de responsabilidad	5
Introducción.....	5
Problema.....	6
Objetivo general.....	6
Objetivos específicos	6
Marco metodológico	6
Enfoque	6
Categorías de análisis	7
Participantes	7
Fuentes.....	7
Instrumentos.....	8
Marco de referencia	8
Preliminares	8
Elementos de los programas de estudio de matemáticas	10
<i>Competencia matemática</i>	10
<i>Habilidades generales y la integraci3n de habilidades específcas</i>	11
<i>Contextualizaci3n activa</i>	12
<i>Resoluci3n de problemas</i>	12
<i>Tareas matemáticas</i>	13
<i>Procesos matemáticos</i>	13
<i>Niveles de complejidad</i>	15
Evaluaci3n de los aprendizajes en concordancia con currículum matemático costarricense	15
<i>Competencia matemática y capacidades cognitivas superiores</i>	16
<i>Valoraci3n de los problemas y niveles de complejidad</i>	18
Evaluaci3n: prueba de diagn3stico y prueba de certificaci3n	18
Recorrido hist3rico de pruebas nacionales	20
<i>Concepto de prueba nacional (1988)</i>	20
<i>Concepto de prueba faro</i>	21
Importancia de contar con pruebas nacionales	22
Principales hallazgos	26
Pruebas estandarizadas nacionales	26
Consistencia de las pruebas estandarizadas con el currículum.....	28

<i>Análisis de algunos ítems de bachillerato y faro en matemáticas</i>	<i>28</i>
Modelo para la evaluación de los aprendizajes de acuerdo con el currículo costarricense de matemáticas.....	34
<i>Valoración de tareas y estrategia 4+6.....</i>	<i>34</i>
<i>Especialistas en educación matemática y la estrategia 4+6.....</i>	<i>37</i>
<i>Una experiencia en secundaria y la estrategia 4+6</i>	<i>38</i>
<i>Consideraciones generales sobre la estrategia 4+6.....</i>	<i>39</i>
<i>Pruebas nacionales en el currículo de matemáticas</i>	<i>39</i>
Ruta para el diseño y construcción de una prueba de matemáticas nacional	42
<i>Constructo por medir.....</i>	<i>42</i>
<i>Metodología de construcción de ítems</i>	<i>44</i>
<i>Ensamblaje de la prueba</i>	<i>45</i>
<i>Procedimientos de aplicación y análisis de resultados de la prueba.....</i>	<i>46</i>
<i>Enseñanza de las matemáticas en medio del “apagón educativo”.....</i>	<i>47</i>
Conclusiones.....	48
Reflexión final	49
Consideración final	51
Referencias bibliográficas	51

Reconocimientos

Asistente de investigaci3n: Nicole Cruz Ceciliano

Descargo de responsabilidad

Esta Investigaci3n se realiz3 para el Noveno Informe Estado de la educaci3n (2023). El contenido de la ponencia es responsabilidad exclusiva de su autor, y las cifras pueden no coincidir con las consignadas en el Noveno Informe Estado de la Educaci3n (2023) en el capítulo respectivo, debido a revisiones posteriores. En caso de encontrarse diferencia entre ambas fuentes, prevalecen las publicadas en el Informe.

Introducci3n

En el a3o 2012 el Consejo Superior de Educaci3n aprob3 un nuevo currículum de matemáticas cuyo enfoque principal es la resoluci3n de problemas y que busca lograr en los estudiantes una competencia matemática: utilizar las matemáticas para entender y actuar el entorno del estudiante.

En el Quinto, Sétimo y Octavo Informes del Estado de la Educaci3n se han presentado ponencias sobre los elementos principales de este currículum y su implementaci3n en las aulas, así como la afectaci3n al mismo, en el contexto de la huelga del 2018 y la pandemia mundial.

En este Noveno Informe del Estado de la Educaci3n se investig3 sobre el tema de la macro-evaluaci3n acorde a los Programas de Estudio de Matemáticas del Ministerio de Educaci3n Pública vigentes.

Se plante3 una investigaci3n cualitativa que emple3 técnicas como la entrevista en profundidad y el análisis documental. Se desarroll3 un marco referencial sobre: (a) los elementos curriculares de los programas de estudio de matemáticas, (b) la evaluaci3n y su concordancia con el currículum, (3) conceptos básicos de la evaluaci3n, (d) breve recorrido hist3rico de las pruebas nacionales en Costa Rica y (e) importancia de contar con pruebas nacionales.

Los hallazgos más importantes de la investigaci3n se plantearon en tres categorías: (a) consistencia de las pruebas de bachillerato y FARO con el currículum de matemáticas; (b) modelo para la evaluaci3n de acuerdo con los programas de estudio de matemáticas del MEP y (c) Ruta para el diseo y construcci3n de una prueba de matemáticas nacional.

Dentro de las conclusiones se destaca que las pruebas de Bachillerato y FARO aplicadas desde la aprobaci3n de los programas de matemáticas no consideran los diferentes elementos curriculares, por esto se plantea un modelo que permite la coherencia curricular. Además, es necesario que se replantee el resguardo de ítems debido a la complejidad de la construcci3n de estos, considerando los requerimientos planteados en la investigaci3n.

Problema

¿Cuáles son los criterios y la ruta para el diseño de pruebas nacionales consistentes con los programas de estudio de Matemáticas en la educación secundaria, en una coyuntura en la que urge promover una mejora real de la educación, generar información útil para retroalimentar los planes de nivelación y promover las habilidades que los estudiantes requieren en el Siglo XXI, en un contexto de restricción fiscal y fuertes cuestionamientos a la calidad y la urgencia de salir del apagón educativo?

Objetivo general

Determinar criterios, protocolo y ruta para el diseño de pruebas nacionales consistentes con los programas de estudio de matemática.

Objetivos específicos

- Caracterizar las Pruebas Nacionales de Bachillerato y la prueba FARO de secundaria de Matemáticas desde la fundamentación del currículo.
- Analizar la consistencia del diseño de una prueba de Bachillerato en secundaria (modalidad académica diurna) con los programas de estudio de matemáticas.
- Analizar la consistencia del diseño de la prueba FARO en secundaria (modalidad académica diurna) con los programas de estudio de matemáticas.
- Determinar los criterios de calidad que deben considerarse para valorar una prueba de macro evaluación que corresponde a las capacidades cognitivas transversales superiores establecidas en los programas de estudios de matemáticas.
- Proponer un protocolo que el MEP implemente para diseñar pruebas nacionales estandarizadas que valoren adecuadamente las capacidades cognitivas transversales consignadas en los programas de estudio de matemáticas.
- Proponer una ruta para el diseño y la aplicación de una prueba de macro evaluación de secundaria de Matemáticas y el uso de sus resultados.

Marco metodológico

Enfoque

El enfoque de investigación es cualitativo y emplea técnicas como la entrevista en profundidad y el análisis documental. La triangulación de datos se realiza mediante la contrastación entre los datos recolectados mediante estas dos técnicas y la fundamentación teórica de los programas oficiales de Matemáticas del MEP (2012).

Las entrevistas permiten coleccionar información sobre las experiencias en diversos momentos históricos de la macro evaluación costarricense, así como de las prácticas internacional y sus protagonistas; el análisis documental permite la recopilación de datos proveniente de la investigación en Educación Matemática.

Categorías de análisis

Categoría 1: Pruebas estandarizadas nacionales

Estará constituida por las ideas asociadas con las pruebas estandarizadas de matemáticas, su rol o su propósito y el currículo, así como el análisis de algunos ítems de estas pruebas, desde la perspectiva del currículo nacional de matemáticas.

Categoría 2: Modelo para la evaluación de los aprendizajes de acuerdo con el currículo costarricense de Matemáticas

Estará constituida por las ideas asociadas a un modelo que permita la valoración de las pruebas desde las capacidades cognitivas transversales superiores.

Categoría 3: Ruta para el diseño y construcción de una prueba de Matemáticas Nacional

Estará constituida por el constructo por medir, la metodología de construcción de ítems y ensamblaje de la prueba (criterios cualitativos y cuantitativos), procedimientos de aplicación y análisis de resultados de una prueba.

Participantes

Se contó con la participación de:

- Expertos internacionales en evaluación educativa de Chile, Uruguay, Perú y México.
- Expertos nacionales de la Universidad de Costa Rica.
- Autoridades del Ministerio de Educación Pública.

Fuentes

Se contará con dos tipos de fuentes:

Primarias: información recolectada de manera oral mediante los aportes de los participantes de la investigación, así como los instrumentos construidos para acceder a esa información.

Secundarias: las documentales correspondientes al material impreso y electrónico como:

- Programas de estudio de Matemáticas para la Educación General Básica y el Educación Diversificada (MEP, 2012).
- Documentación del MEP asociada con las pruebas estandarizadas.
- Investigaciones asociadas con pruebas estandarizadas.

Instrumentos

Se realizarán entrevistas semiestructuradas donde se tendrá una guía básica de preguntas, pero con opción a realizar más preguntas que surgen de la información dada por el entrevistado (Hernández-Sampieri y Mendoza, 2018).

Marco de referencia

Este capítulo está constituido por cuatro secciones. En preliminares se hace un corrido general de las nociones fundamentales asociadas con el currículo, posteriormente, se profundiza en algunas de ellos y se incorporan otras para comprender los alcances de la malla curricular, su articulación y sus consideraciones para la evaluación de los aprendizajes. En la tercera sección, se plantean nociones básicas sobre dos tipos de prueba: diagnóstica y certificación. Finalmente, se presenta un breve recorrido histórico sobre las pruebas nacionales en Costa Rica, su concepto y propósitos.

Preliminares

A partir del 2012, el Ministerio de Educación Pública aprobó el actual currículo de matemáticas para la Educación Primaria y Secundaria. Este cambio se realizó debido a que, el currículo anterior estaba basado solamente en contenidos matemáticos, ofrecía un énfasis muy débil en la resolución de problemas, y mientras que en los fundamentos se planteaban algunos elementos de metodologías activas, la malla curricular estaba organizada totalmente conductista (Chaves et al., 2010; MEP, 2012; Ruiz, 2013).

Estos aspectos y otros como la desconexión entre los contenidos de la Educación Primaria y Secundaria, la ausencia de la modelización matemática y la presencia casi nula de la Estadística y Probabilidad (Chaves et al., 2010; Chaves, 2007), provocaba una falta de perspectiva hacia el futuro; unas matemáticas separadas de contextos reales; actitudes y creencias negativas hacia las mismas; un desinterés y hasta miedo hacia el estudio de las matemáticas.

El currículo vigente de Matemáticas surgió como una alternativa novedosa para el ámbito nacional e internacional, cuyo propósito era resolver los problemas que se venían acarreado y ofrecer a la comunidad educativa un cambio radical en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en el ámbito pre-universitario. A manera de resumen, entre los elementos más relevantes que plantea este currículo como un cambio radical en la forma tradicional de enseñanza se pueden citar los siguientes:

- *Competencia matemática:* como fin último del proceso educativo en el área se plantea que el estudiantado adquiriera la capacidad de usar las matemáticas para enfrentar problemas en contextos reales para ellos, con un sentido práctico y útil (MEP, 2012). Se pretende acá romper con esta visión tradicional de que las Matemáticas son poco útiles para la vida. Por ello, más allá de la adquisición de contenidos matemáticos aislados, se procura que el estudiantado desarrolle capacidades y habilidades para utilizar los conocimientos

matemáticos en la resolución de problemas de la vida diaria, sin descuidar aquellos aspectos de orden formal que tiene la disciplina.

- *Nueva visión de las áreas matemáticas:* aunque las áreas matemáticas se mantienen del currículo anterior, las mismas han sufrido un cambio radical de enfoque y de ponderación en los diferentes niveles educativos, para cumplir así con el logro de las competencias esperadas. Por ejemplo, en el área de Números se da un mayor peso al sentido numérico, al cálculo mental y a la estimación, en procura de las destrezas numéricas; pero sin sobredimensionar los procedimientos que quedan subordinados a la comprensión conceptual en procura de lograr aprendizajes significativos y útiles. Otra área que nos sirve de ejemplo es Estadística y Probabilidad, que según Chaves (2008) su enseñanza estaba basada, en el mejor de los casos, en la repetición de procedimientos, cálculos y construcción de cuadros o gráficos como fin último, sin un sentido utilitario y desvirtuando la naturaleza de la Estadística como disciplina. Se propone centrar la atención en la importancia de los datos, su significado y variabilidad, con el propósito de posibilitar los análisis de datos en diversos contextos para describir situaciones de la realidad y favorecer su comprensión. Por otro lado, se procura incorporar la discusión sobre los fenómenos aleatorios e inciertos, en procura de utilizar eficientemente las probabilidades en la toma de decisiones de la vida cotidiana. Precisamente Chaves (2022) argumenta que la Estadística y la Probabilidad le permite al estudiantado razonar y argumentar al analizar los datos y relacionar este análisis con el contexto. Del mismo modo, otras áreas como Relaciones y Álgebra, Geometría o Medidas son planteadas con nuevos enfoques que procuran este mismo fin.
- *Resolución de problemas en contextos reales:* se plantea la resolución de problemas como la estrategia metodológica para la enseñanza de la disciplina. Con ello se busca que sea esta la herramienta básica para planificar no solamente la acción de aula sino también las evaluaciones. Es una forma de organizar las lecciones de Matemáticas en las diferentes áreas y niveles educativos. Con ello se pretende que el estudiantado sea participe directo de su aprendizaje.
- *Activación de procesos matemáticos:* mediante el planteo y resolución de los problemas en la acción de aula se promueve la activación de cinco procesos matemáticos, que constituyen el vínculo entre el logro de las habilidades específicas y generales, y las capacidades superiores que implican la competencia matemática. Este elemento es de crucial importancia en la articulación de los diferentes elementos curriculares y motivan hacia el planteo de problemas con diferentes niveles de complejidad que retan y motivan al estudiantado para buscar soluciones. Lo cual es consistente con la Política Curricular vigente en el país.
- *Actitudes y creencias positivas hacia las Matemáticas:* mediante este nuevo enfoque en el abordaje de las diferentes áreas disciplinares y la estrategia metodológica de resolución de problemas en contextos reales, se plasma uno de los ejes disciplinares del currículo que consiste en el cultivo de actitudes y creencias positivas alrededor de las Matemáticas y su enseñanza. Con estos elementos se promueve una acción de aula que rompa la condición sociocultural de miedo y rechazo hacia la disciplina, que constituye uno de los principales obstáculos para lograr la competencia matemática (Ruiz, 2018). Esto se complementa eficientemente con otros ejes disciplinares como el uso inteligente de tecnologías digitales y de la historia que muestran este carácter humano de las Matemáticas.

Diferentes autores (Castillo, 2015; Gómez y Berríos, 2015; Oviedo, 2015; Segura, 2015; Vargas, 2015a; Vargas, 2015b; Zumbado, 2015) describen experiencias en la implementación de este currículo, donde se muestran clases de matemáticas más activas, un uso adecuado de la tecnología y la historia de las Matemáticas, donde los estudiantes aprenden a través de la discusión de resultados, de errores cometidos, sin que sea una experiencia negativa o traumática; todo lo contrario, genera un interés y mayor participación durante las clases. Es importante señalar que estas experiencias de aula se presentaron solamente tres años después de la implementación del currículo.

En el 2020, cuando la Pandemia obligó a cerrar las instituciones educativas y se tuvo que modificar la forma de enseñar y aprender Matemáticas, existió un gran reto, sobre la implementación del currículo en esa nueva perspectiva. Precisamente, varios educadores (Carvajal, 2020; Charpentier, Carmona y Barquero, 2020; Rojas, 2020; Vargas, 2020; Víquez y Hernández, 2020) compartieron sus experiencias sobre cómo, a pesar de las dificultades, lograron desarrollar lecciones de Matemáticas acordes con los fundamentos de los programas, debido al potencial que posee el currículo en cuanto a su funcionalidad y practicidad.

Elementos de los Programas de Estudio de Matemáticas

En este apartado se establecen las características, condiciones y perspectivas particulares del currículo de matemáticas costarricense mediante un conjunto de nociones que se asocian con la educación matemática, los programas vigentes, el perfil estudiantil y la evaluación de sus aprendizajes.

Entre las nociones que se incluyen se encuentran: la competencia matemática, las habilidades generales, la integración de habilidades específicas, la contextualización activa, la resolución de problemas, las tareas y los procesos matemáticos todas ellas asociadas con una visión integral de la educación que promueve una nueva ciudadanía (MEP, 2015).

Competencia matemática

El MEP (2012) incorpora en sus programas oficiales la siguiente definición:

... una capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las Matemáticas en una variedad de contextos. Incluye razonar matemáticamente y usar conceptos, procedimientos, hechos y herramientas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel de las Matemáticas en el mundo y hacer juicios bien fundados y decisiones necesarias para ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos (OCDE, 2010, p. 4) (MEP, 2012, p. 23).

De manera consistente con la política curricular, se establecen los aprendizajes matemáticos como herramientas para la vida. La posición externada en este párrafo es sobre una visión integral de las actividades vinculadas con maneras de pensar y hacer matemáticas.

En esta investigación, se asumirá que la competencia matemática solamente puede ser propiciada mediante las tareas matemáticas que cumplan con ciertas condiciones: ser

retadoras, poseer una contextualización activa, tener diversos niveles de complejidad y ser abordadas mediante la estrategia metodológicas de resolución de problemas (Zumbado-Castro, 2022).

Habilidades generales y la integración de habilidades específicas

Las habilidades generales se establecen por ciclo educativo y área matemática. Al avanzar en ellas de manera articulada con los otros elementos curriculares, se tiende hacia la competencia matemática que corresponde al marco de referencia y cada habilidad general será propiciada mediante un conjunto de habilidades específicas del área (Barrantes, 2015), lo anterior en un escenario que incluye la resolución de problemas, la contextualización activa entre aspectos considerados en la fundamentación curricular.

Para propiciar que el estudiantado adquiera destrezas que permiten obtener una o varias habilidades generales al finalizar cualquier ciclo (I, II, III y la Educación Diversificada) existe una relación gradual entre las habilidades específicas de los años escolares de cada ciclo.

Desde la perspectiva del MEP (2012) y Ruiz (2018) la competencia matemática se desarrolla a través de los conocimientos matemáticos, las habilidades específicas y generales, junto con la activación de los procesos matemáticos en la acción de aula y la relación de estos elementos curriculares con la vida social e individual del estudiantado. Para poder operacionalizar las habilidades específicas, propiciar las habilidades generales y fortalecer la competencia matemática es necesario trabajar mediante la resolución de problemas (Zumbado-Castro, 2022).

Según Zumbado-Castro (2022) para propiciar condiciones para nuevas destrezas es necesario avanzar gradualmente en los ciclos escolares, de manera que se completan tanto las habilidades específicas como las generales.

De acuerdo con Ruiz (2018), se debe diferenciar los objetivos tradicionales de currículos previos de las habilidades específicas, pues los primeros siguen un esquema curricular lineal que no permite la integración, mientras que las segundas son flexibles, graduales y se pueden trabajar en conjunto o de manera integrada.

Para Barrantes (2015), la integración de habilidades específicas es el trabajo conjunto de ellas. Por ejemplo, cuando se trabaja con resolución de problemas, de acuerdo con MEP (2012), se desencadena una interrelación entre las habilidades de una misma área matemática e inclusive entre diferentes áreas.

De manera que las habilidades específicas: “(...) no deben verse de manera desagregada. No se trata de objetivos operativos que deben trabajarse en el aula necesariamente por separado. Por el contrario, lo conveniente es tratar de integrar las habilidades específicas en todas las actividades de aprendizaje: planeamiento, desarrollo de la lección y evaluación” (MEP, 2012, p. 45). Esto implica que mediante “... un solo problema es posible abordar varias habilidades” (MEP, 2012, p. 45).

Es importante señalar que para potenciar la competencia matemática hay condiciones necesarias, entre ellas: la selección de tareas y problemas matemáticos ubicados en contextos abstractos y reales o casi reales, pero estos últimos enmarcados en una contextualización activa.

Contextualización activa

Este apartado tiene como propósito destacar la importancia de los contextos reales en las tareas matemáticas y su impacto en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

El MEP (2012) define la contextualización activa como el uso de problemas reales o que lo parezcan dentro de entornos socioculturales, geográficos y físicos. Ella permite introducir significado al objeto matemático y muestra evidencias de “para qué” se pueden usar los contenidos porque los vincula con la cotidianidad del estudiantado para estimular su participación y provocar su interés.

Según Ruiz (2018) para lograr que estos contextos sean motivantes para quienes estudian, estos pueden ser matemáticos, personales, ocupacionales, sociales y científicos. Además, sugiere extraer información de la comunidad, internet, la prensa o los últimos eventos ocurridos a nivel social, político, deportivo, entre otros.

Un contexto no cercano al estudiantado o donde la tarea matemática no se asocia con este aumenta la dificultad y el riesgo de confusión en la búsqueda de soluciones (Loría y Lupiáñez, 2019). El contexto debe ser seleccionado cuidadosamente y esto se debe considerar en la evaluación de los aprendizajes.

Desde la perspectiva de Ruiz-Primo y Li (2016) al agregar un contexto, escenario o narrativa, a los ítems es factible comprobar si el estudiantado aplica o moviliza sus conocimientos con la información que presenta, ya sea que esa información tenga un rol complementario o de antecedente para la pregunta por responder.

La noción de contextualización activa que se empleará en este trabajo de investigación es la siguiente: se considera como característica de un problema, el cual se presenta en un escenario real o que lo parece y que favorece la introducción del significado para un objeto matemático, evidencia para qué sirve y produce interés en la población estudiantil.

Resolución de problemas

Para efectos de esta investigación y en concordancia con el planteamiento del MEP (2012) se concibe la resolución de problemas como estrategia para iniciar procesos de reflexión que lleven a la construcción de conocimientos matemáticos y se denomina aprender mediante la resolución de problemas (Alfaro y Barrantes, 2008; Ruiz, 2018; Zumbado et al., 2018).

Tal como se ha citado antes, de acuerdo con los programas oficiales del MEP, la estrategia metodológica para potenciar la enseñanza de las Matemáticas es la resolución de problemas, en donde se entiende problema por:

(...) un planteamiento o una tarea que busca generar la interrogación y la acción estudiantil utilizando conceptos o métodos matemáticos, implicando al menos tres cosas:

- que se piense sobre ideas matemáticas sin que ellas tengan que haber sido detalladamente explicadas con anterioridad,
- que se enfrenten a los problemas sin que se hayan mostrado soluciones similares, que los conceptos o procedimientos matemáticos a enseñar estén íntimamente asociados a ese contexto. (MEP, 2012, p. 29)

El recurso que utiliza la estrategia metodológica denominada resolución de problemas se denomina problema (MEP, 2012). Éste se entiende como una situación que hace pensar, que ofrece uno o más retos, con la cual se aplican o movilizan un concepto matemático aprendido previamente o uno nuevo. Cuando se utiliza se pretende que la persona estudiante aprenda a pensar matemáticamente usando sus conocimientos previos (Zumbado et al., 2018).

Tareas matemáticas

Se entienden como el grupo de actividades planteadas al estudiantado. Éstas implican pensar ordenadamente, con el propósito de hallar una o varias estrategias de solución. En cada actividad está implícito comunicar ideas matemáticas donde se emplea alguna representación para lograr superar un reto (Chávez y Martínez, 2018; Davidson, Herbert y Bragg, 2018). Por tanto, la resolución de problemas implica una o varias tareas matemáticas.

Procesos matemáticos

Para el currículo de Matemáticas costarricense se han definido cinco procesos matemáticos: (1) razonar y argumentar, (2) plantear y resolver problemas, (3) conectar, (4) comunicar y (5) representar. Estos son los llamados a generar las capacidades cognitivas superiores (MEP, 2012).

A continuación, se presentará una interpretación general de los procesos matemáticos, la visión es planteada por Ruiz (2018) y complementada con otros autores. Además, se incluyen algunas ideas para su operacionalización, desde la perspectiva asumida por el MEP (2012).

Razonar y argumentar

En el pensamiento matemático se asumen la “deducción, inducción, comparación analítica, generalización, justificación, pruebas, usos de ejemplos y contraejemplos” (MEP, 2012, p. 24). Cuando se utilizan estas actividades mentales se favorece la comprensión de las situaciones, objetos o retos y, a su vez, se facilitan las pruebas matemáticas o la construcción de justificaciones. Este proceso matemático implica considerar estas actividades mentales en cualquier área del conocimiento.

Además, las pruebas (demostraciones) permiten, al estudiantado, verificar la utilidad de las matemáticas, tanto en comprobaciones abstractas como en situaciones reales (Alsina y Coronata, 2015; OCDE, 2017).

Plantear y resolver problemas

Este proceso matemático contiene dos posibles estrategias de activación, la primera que consiste en plantear y resolver un problema y la segunda que involucra solamente la estrategia de resolución de un problema que ha sido planteado previamente. Respecto al planteamiento, los contextos reales son escenarios ideales para propiciar habilidades como: identificar, desarrollar, formular, diseñar, contrastar y resolver. En cuanto a las estrategias de solución, ellas se asocian con: modelos, planes y métodos de resolución, así como a la selección, el control y la evaluación de ellos, al enfrentar una tarea matemática (MEP, 2012).

Comunicar

En este proceso se pueden considerar tres acciones básicas: “la primera, enviar un mensaje; la segunda, decodificarlo, y la tercera implica la capacidad de transformar elementos del contexto a expresiones matemáticas precisas y pertinentes” (Zumbado-Castro, 2022, p. 100). Esta última se puede considerar una actividad compleja, debido a que puede implicar la creación de un modelo y son acciones abstractas.

Conectar

De acuerdo con el MEP (2012) se pretende que los estudiantes logren establecer conexiones o diversos vínculos entre los conocimientos de una misma área. En un segundo momento, entre los conocimientos de más de una de las áreas matemáticas. Finalmente, se aspira a crear un enlace entre estas últimas y con otras disciplinas.

Aquí se incluyen acciones como comprender, establecer y usar los conocimientos adquiridos para relacionarlos con situaciones contextualizadas, que en primera instancia no han sido matematizadas (Ruiz, 2018).

Representar

Algunos objetos matemáticos tienen múltiples representaciones y éstas poseen cierto grado de pertinencia según el contexto. El propósito es favorecer condiciones para su reconocimiento, interpretación, elaboración, uso y manipulación (MEP, 2012).

Se consideran dentro de las representaciones los siguientes tipos: gráfico, tabular, numérico, visual y simbólico; además, una imagen, una ecuación, una fórmula e incluso algún tipo de material concreto (Zumbado-Castro, 2022).

Ellas son útiles para el registro, organización, modelación y manipulación de la información asociada con situaciones del contexto: deportivas, políticas o sociales, entre otras. La traducción de unas en términos de las otras es esencial, así como la correcta selección de acuerdo con la situación de interés de manera que se logre una interpretación, hallar una respuesta e incluso modelizar (Alsina y Coronata, 2015; MEP, 2012; OCDE, 2017).

Niveles de complejidad

Para efectos de este trabajo se asumirá que existen tres niveles de complejidad: reproducción, conexión y reflexión; y que mediante su uso equilibrado se fortalece la competencia matemática (Chávez y Martínez, 2018; MEP, 2012; OCDE, 2017; Ruiz, 2018).

El primer nivel incluye procedimientos tradicionales que implican la recuperación de información y la aplicación directa de un conocimiento. Respecto al segundo nivel, requiere algún grado de integración de información e implica interpretar, por tanto, se asume una exigencia mayor. El nivel de reflexión incluye comprensión, generalización y validación (Yang y Li, 2018).

El MEP (2012) plantea que los problemas de reproducción implican el empleo de conocimientos adquiridos en situaciones familiares y procedimientos rutinarios como: algoritmos, fórmulas o cálculos sencillos y directos.

La conexión contiene la complejidad anterior y agrega que los problemas no son rutinarios, pero se presentan en contextos familiares e implican hacer una interpretación. La reflexión se ubica en ambientes novedosos para el estudiantado y absorbe el nivel anterior. Se consideran problemas complejos porque requieren argumentos, justificaciones e inclusive pruebas, así como la generalización y la comunicación de resultados; a su vez, implican la combinación de múltiples acciones para la resolución (MEP, 2012).

Evaluación de los aprendizajes en concordancia con currículo matemático costarricense

Según ha sido descrito previamente, con la aprobación del actual currículo de Matemáticas para primaria y secundaria, se produjo una ruptura con la forma tradicional de enseñanza de la disciplina lo cual obliga a transformar los procesos de planeamiento, mediación y evaluación.

En los programas anteriores, existía una clara línea horizontal entre el contenido matemático con el objetivo específico por desarrollar, por ello las actividades de aula se orientaban en dicha dirección, lo cual provocaba que la evaluación estuviera parcializada para identificar el logro de cada objetivo. Esto se evidenciaba no solamente en la planificación de la evaluación de aula sino también en la macro evaluación, más específicamente en las Pruebas Nacionales de Matemáticas (Chaves et al., 2010), cuyo planeamiento se enfocaba en una tabla de especificaciones donde la relación horizontal contenido - objetivo – ítem del examen estaba claramente establecida y servía de guía para el trabajo cotidiano docente. De alguna manera esta guía muchas veces condicionaba el planeamiento, la mediación y la evaluación cotidiana, específicamente en la educación diversificada (Chaves et al., 2010).

El principal problema de esta forma de organizar la acción educativa en el campo de la matemática consiste en la desconexión vertical y transversal entre contenidos y objetivos, lo que normalmente implica una ausencia de articulación entre los conocimientos matemáticos aprendidos, que genera, en el mejor de los casos, una formación limitada para resolver problemas en contextos reales, donde no basta tener conocimientos matemáticos parciales, sino que requieren de una mayor integración de las habilidades matemáticas, no solamente un

área específica sino que muchas veces la solución requiere integrar habilidades de diferentes áreas matemáticas (Ruiz, 2018).

Después de la aprobación del currículo de matemáticas por el Consejo Superior de Educación en el 2012; donde “La idea de fondo ha sido la de colocar como el propósito más general la generación de capacidades en plazos diversos estrechando su conexión con la vida social” (MEP, 2012, p. 22), en este sentido todo el quehacer educativo se enfoca con alcanzar la denominada competencia matemática, tal como se ha indicado previamente, lo que significa que en vez del aprendizaje de conceptos aislados se busca crear capacidades matemáticas para la descripción, comprensión, solución y toma de decisiones sobre diversas situaciones del contexto.

En este sentido, los programas de estudio indican que la evaluación tiene como propósito la recopilación de información precisa que permita determinar si las habilidades o destrezas propuestas se están logrando, que constituye un insumo fundamental para fortalecer la acción docente y la toma de decisiones prontas y pertinentes para el mejoramiento de la acción de aula (MEP, 2012). En este sentido se indica “la evaluación no se debe visualizar como una actividad aislada con un sentido punitivo, sino como un proceso inherente a la mediación pedagógica, que le permite a cada estudiante construir aprendizajes a partir de sus experiencias, ...” (MEP, 2012, p.69). Sin embargo, ¿cómo se propone lograr la competencia matemática a partir de estas actividades parciales?

Competencia matemática y capacidades cognitivas superiores

Poder utilizar las matemáticas como herramienta para la comprensión y acción de la persona en la resolución de problemas en diferentes contextos de la realidad ciudadana, resume la competencia matemática que se desea brindar al estudiantado en este currículo. Pero este propósito debe ser construido a partir de la interacción de los diferentes elementos curriculares que van desde planteamiento de la definición de las áreas matemáticas consideradas: Números, Geometría, Medidas, Relaciones y Álgebra, Estadística y Probabilidad, y pasa por los conocimientos disciplinares teóricos que deben desarrollarse y las habilidades específicas y generales que se proponen que el estudiantado alcance con estos conocimientos. Pero no es viable alcanzar esta competencia matemática a partir del mero logro de habilidades y conocimientos, por ello se requiere de una serie elementos articuladores que los potencien (Ruiz, 2018). Es acá donde surgen los cinco *procesos matemáticos* que deben potenciarse mediante la acción de aula, indistintamente de los conocimientos y habilidades que se estén implementando: razonar y argumentar, plantear y resolver problemas, conectar, comunicar y representar, son ellos los procesos matemáticos que potenciados sistemática y reiteradamente permiten avanzar de las interacciones mentales específicas hacia procesos más complejos de razonamientos matemático que son las *capacidades cognitivas de orden superior* (MEP, 2012).

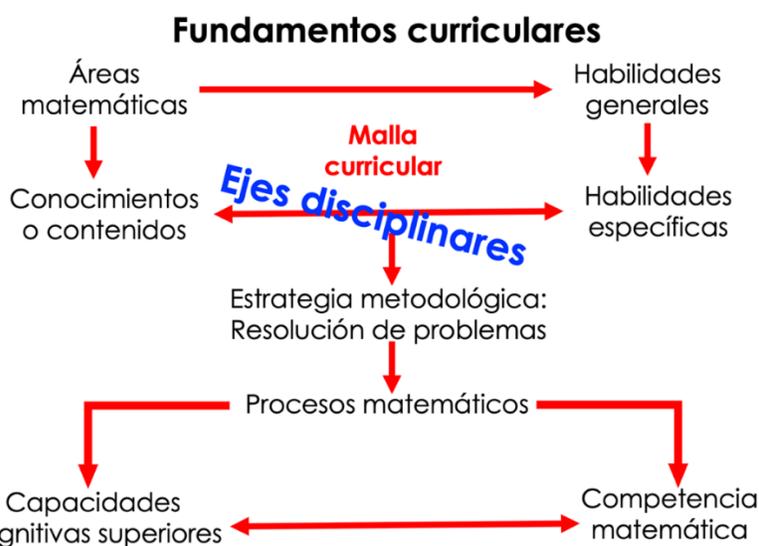
Como ha sido mencionado previamente, desde el punto de vista metodológico para la acción de aula este currículo asume prioritariamente la *resolución de problemas* con énfasis en contextos reales. Esto significa, que la actividad cotidiana debe estar regida mediante el planteo de problemas específicos, que hasta donde sea posible involucre un contexto de la cotidianidad del estudiantado (real o que simule la realidad). Este método involucra cuatro pasos: presentación del problema, trabajo estudiantil independiente, discusión interactiva y colaborativa, y por

último clausura o cierre. En este proceso de acción de aula se procura la intervención de cinco *ejes disciplinares*: resolución de problemas, contextualización activa, actitudes y creencias positivas hacia las matemáticas, uso de tecnologías y el uso de la historia como elemento didáctico. Estos ejes deben intervenir generando insumos en el planteamiento de los problemas o brindar apoyo para la motivación estudiantil hacia su resolución.

El siguiente esquema muestra las interacciones entre los diferentes elementos curriculares que conducen a la generación de capacidades cognitivas superiores de razonamiento matemático y, por ende, a la competencia matemática que es concebida como el constructo básico del proceso (MEP, 2012; Ruiz, 2018).

Figura 1

Elementos curriculares de los Programas de Estudio de Matemáticas del Ministerio de Educación Pública



Nota: Elaboración propia con base en Chaves, 2020.

No se ha pretendido acá ser exhaustivo en cuanto a las diferentes dimensiones de dichas interacciones, por lo que, si el lector tiene interés, puede consultar Ruiz (2018) o a MEP (2012).

El análisis previo muestra una serie de interacciones mediante las cuales se articula el currículo vigente de matemáticas y son el fundamento del quehacer educativo en sus componentes principales: planeamiento, mediación y desde luego la evaluación, tanto para la acción de aula como para la macro evaluación. En este particular también los mismos programas de estudio proponen algunos principios para lograr esta articulación tal como se describe a continuación.

Valoración de los problemas y niveles de complejidad

Si se piensa en el desarrollo de las capacidades cognitivas de orden superior, la clave para avanzar desde la malla curricular hacia la activación de los diferentes procesos matemáticos y posteriormente hacia las capacidades de orden superior, se encuentra en un adecuado diseño y selección de los problemas que se vayan a utilizar ya sea dentro de la acción cotidiana de aula o dentro de la evaluación (en el aula o en la macro-evaluación). Por esta razón el proceso de evaluación debe iniciar con una valoración sistemática de los problemas propuestos. En este particular, los programas oficiales de estudio de Matemáticas señalan que es necesario trabajar problemas en los tres *niveles de complejidad: reproducción, conexión y reflexión* (MEP, 2012).

Se establece que este diseño, selección y categorización de los problemas dentro de los niveles de complejidad se debe considerar el nivel de participación o de activación de cada uno de los procesos matemáticos. Esto quiere decir que al momento de diseñar o seleccionar un problema se requiere realizar una valoración del papel que los diferentes procesos matemáticos dentro de la solución de dicho problema. Sin embargo, esta acción no es trivial, porque cada problema, además de considerar los conocimientos específicos del área matemática, las habilidades (específicas y generales) involucradas, debe también valorar el nivel de participación de cada proceso matemático y con base en ello, identificar qué nivel de complejidad posee dicho problema. Todo esto sin descuidar el papel de los ejes disciplinares, por ejemplo, hay que recordar la importancia del contexto, entre otros. Lograr este propósito es uno de los principales retos por enfrentar para lograr una adecuada articulación en el proceso de planeación, mediación y evaluación dentro del currículo matemático vigente.

Evaluación: prueba de diagnóstico y prueba de certificación

La palabra evaluación posee connotaciones en el ámbito internacional. El término *“evaluation”* se emplea para el juzgamiento: sistemas de enseñanza, instituciones y políticas educativas, mientras que para realizar el juzgamiento de los aprendizajes del estudiantado se emplea el término *“assessment”* (Harlen, 2016).

En la comunidad internacional existen, al menos, dos tendencias en evaluación *“assessment for learning”* y *“assessment of learning”*. Esta última aspira a juzgar el resultado de los aprendizajes en un periodo predeterminado de tiempo (Cárdenas y Blanco, 2018; Chávez y Martínez, 2018; Harlen, 2016).

La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), la cual guía los procesos de medición de “los resultados de sistemas educativos en lo que respecta al rendimiento del alumnado, dentro del marco común y acordado a nivel internacional” (OCDE, 2017, p. 3) realiza una *“evaluation”* para la región.

Por tanto, hay dos objetos de estudio diferentes en la investigación internacional: la evaluación de los sistemas educativos y la evaluación de los aprendizajes, esto debido a que el uso de la expresión “evaluación de los aprendizajes” en América Latina y países de habla hispana se usa sin diferenciación.

En concordancia con lo planteado en la sección anterior, se entenderá la evaluación de los aprendizajes como las acciones concernientes al juzgamiento de los aprendizajes en un periodo establecido, específicamente para la asignatura de Matemáticas, en el marco de los programas aprobados en el año 2012.

Desde esta posición, se asume dos funciones de la evaluación de los aprendizajes: la diagnóstica y la de certificación. La primera se asocia con estrategias que se aplican previo a los procesos de enseñanza y aprendizaje para establecer un perfil de entrada (Santamaría, 2010)

Según Santamaría (2010) la función diagnóstica tiene características, entre ellas:

- se aplica al inicio de un proceso
- determina conductas o condiciones de entrada
- proporciona información para el estudiantado
- sirve de base para la planificación hacia adelante

Por su parte Bejarano y Chacón (2018) afirman que este tipo de evaluación consiste en actividades aplicadas al estudiantado para determinar: (1) conocimientos previos necesario para aprender una nueva habilidad, destreza o conocimiento, (2) el nivel de habilidades, destrezas o conocimientos sobre un tema específico y (3) actitudes sobre un nuevo tema de estudio. Además, señalan que la evaluación diagnóstica no se incluye en una evaluación sumativa.

Desde la perspectiva del Departamento de Evaluación de los aprendizajes (2013), en relación con el estudiantado, diagnosticar corresponde a las acciones de analizar, distinguir y discernir entre lo que es capaz o no de realizar la persona.

Para el ente ministerial, según el Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes (2020), en su artículo 4 inciso a), con este tipo de evaluación se pretende “conocer el estado inicial de la persona estudiante en las áreas de desarrollo: cognoscitivas, socio afectivas y psicomotriz, con el fin de facilitar, con base en la información que de ella se deriva, la aplicación de las estrategias correspondientes” (p. 3).

Por tanto, para efectos de esta investigación se considera la evaluación diagnóstica como una actividad para la recolección de insumos sobre ¿cuáles acciones es capaz la persona estudiante de realizar respecto a un conjunto de habilidad general y específicas de los programas de Matemáticas (2012) en un momento dado de su formación? y cualquier instrumento con evidencias de validez y confiabilidad empleado para esta función debe permitir establecer algún nivel de desempeño del estudiantado, respecto a las habilidades seleccionadas, para crear oportunidades de mejora en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Respecto a la función de la evaluación de los aprendizajes asociada con la certificación, esta corresponde a un proceso de juzgamiento que establece el avance en una competencia específica, cuyo propósito es acreditar a la persona en relación con las destrezas esperadas. De acuerdo con Martínez et al. (2014) la finalidad de las pruebas está asociado con el uso de las puntuaciones. Si las decisiones sobre las puntuaciones son:

- de diagnóstico: su objetivo es identificar oportunidades de mejora e intervención, con frecuencia emplean los Teste Referidos a Criterios (TRC).
- de asignación o de clasificación: Su objetivo es establecer en qué lugar se ubica una persona en una jerarquía o en cuál categoría se puede asignar.

Ambas perspectivas pueden tener una visión formativa o de clasificación.

Recorrido histórico de pruebas nacionales

De 1892 al 1954, en Costa Rica cada dirección de las Instituciones educativas, en coordinación con la Secretaría de Educación, eran los responsables de aplicar pruebas de certificación (para más detalle ver Francis, 2023). La prueba nacional de bachillerato se aplicó desde 1954 hasta 1973 (inclusive).

En el año 1987 se aplicaron pruebas de diagnóstico en Español, Matemática, Ciencias y Estudios Sociales en los niveles previos al cierre de cada ciclo lectivo (tercero, sexto, noveno y undécimo año) y se determinó que los estudiantes tenían serios problemas en el rendimiento académico.

Debido a lo anterior, el Consejo Superior de Educación (CSE) en el Reglamento de los exámenes de Bachillerato de Educación Media, reinstala el carácter sumativo de las pruebas de Bachillerato (final de la Educación Diversificada). Según Esquivel et al. (2006), la confección de estas pruebas estuvo a cargo del Instituto de Investigación para el Mejoramiento de la Calidad de la Educación (IIMEC) de la Universidad de Costa Rica, un ente externo al Ministerio de Educación Pública (MEP). En 1997, el proceso de elaboración pasó a una dirección de este ministerio a lo que actualmente es la Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad.

Para Esquivel et al (2006), las pruebas de Bachillerato del 1997 al 2005 se realizaban con base en un temario que se entregaba previamente cada año. Posterior al 2005 este temario se eliminó pues para el Consejo Superior de Educación, esto desvirtuaba los currículos oficiales de cada asignatura. Fue a partir de este año que el país generó y desarrolló un sistema de pruebas nacionales con base en elementos psicométricos, basado en normas. Este sistema fue instrumental para ofrecer información al país (A. Ruiz, comunicación personal, 23 de noviembre del 2022).

Concepto de prueba nacional (1988)

De acuerdo con el Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes (2003) del Ministerio de Educación Pública, los propósitos de las pruebas nacionales eran los siguientes:

- Contribuir a la formación integral de los estudiantes.
- Coadyubar en la determinación de la promoción de los educandos.
- Incorporar con base en los resultados obtenidos por los estudiantes en las respectivas Pruebas Nacionales, en la medida que lo permite esta información, las medidas correctivas necesarias, conducentes al mejoramiento cualitativo de los procesos de la enseñanza y aprendizaje en aquellas áreas donde el Sistema Educativo lo requiera.
- Establecer un mecanismo que permita obtener información confiable sobre los logros alcanzados al final del respectivo ciclo lectivo.

- Ofrecer a los estudiantes un desafío académico que contribuya a mejorar sus posibilidades de éxito para su incorporación a los ciclos o niveles educativos inmediatos superiores o al mundo del trabajo.
- Establecer, en forma individual y colectiva, el nivel de logro académico general obtenido por los estudiantes egresados de los respectivos ciclos o niveles, en relación con los criterios definidos en el currículum nacional básico.
- Promover una actitud de superación académica en los profesionales de la docencia, motivándolos para que aporten lo mejor de sus conocimientos en búsqueda de un mayor y mejor aprendizaje de los educandos.
- Motivar a los padres de familia para que se incorporen al proceso educativo y contribuyan con el éxito de sus hijos.
- Hacer de los exámenes nacionales un recurso adecuado para el proceso de control del rendimiento escolar.

Concepto de prueba FARO

En el 2019, a raíz de la eliminación de las pruebas de Bachillerato, el CSE aprueba otro tipo de pruebas nacionales certificadas, denominadas Fortalecimiento de Aprendizajes para la Renovación de Oportunidades (FARO) (MEP, 2019).

Las pruebas nacionales FARO en su única aplicación abarcó la Educación General Básica en quinto año y la Educación Diversificada, en sus modalidades: académica diurna, académica nocturna en décimo año y técnica en undécimo año. Además, ellas consideraron, finalmente, las asignaturas de Matemáticas, Español y Ciencias. De manera conjunta se aplicó un instrumento de factores de asociados.

Su objetivo fue “determinar el nivel de logro de las habilidades del estudiantado y constituirse como requisito para la definición de la promoción de la persona estudiante” (MEP, 2019, p. 13), a su vez, los instrumentos permitirían recolectar insumos para un plan de mejora que incluiría “el centro educativo, la dirección regional de educación, el Instituto de Desarrollo Profesional, la Dirección de Vida Estudiantil y la Dirección de Desarrollo Curricular” (p. 33). Estos elementos nunca se desarrollaron pues las pruebas fueron suspendidas.

Las pruebas poseían varias características: (1) estandarizadas (referidas a criterios), (2) censales, (3) anuales y (4) no poseía nota mínima de aprobación. Sin embargo, de manera preliminar eran un requisito para obtener el Certificado de Conclusión de la Educación General Básica en I y II Ciclos y el Título de Bachiller en Educación Media. Su utilización en la promoción estudiantil tampoco fue posible, dada la decisión del CSE de suspenderlas.

Según el MEP (2019) estas pruebas nacionales tenían los siguientes propósitos:

- Contribuir con la formación integral de la persona estudiante.
- Coadyuvar en la determinación de la promoción de la persona estudiante.
- Conocer los niveles de logro en las asignaturas, módulos o periodos considerados en las Pruebas Nacionales FARO, así como los factores de contexto asociados al rendimiento del estudiante, basados en criterios técnicos de medición y evaluación, para mejorar la calidad del sistema educativo.

- Contribuir a mejorar las oportunidades de éxito del estudiantado en su incorporación a los niveles educativos inmediatos superiores.
- Generar los insumos, a partir del análisis de los resultados obtenidos por la población estudiantil, que permitan incorporar las estrategias y propuestas conducentes al mejoramiento cualitativo de los procesos de enseñanza y aprendizaje, en las áreas donde el sistema educativo lo requiera.
- Brindar sistemáticamente información válida y confiable que permita reorientar los procesos de enseñanza y aprendizaje en el aula y en el centro educativo, en aras del mejoramiento continuo del sistema educativo nacional; así como la toma de decisiones de las autoridades correspondientes (p. 13).

Las secciones desarrolladas plantean un conjunto de características de los programas de Matemáticas y las pruebas estandarizadas que desde la perspectiva de la evaluación de los aprendizajes son fundamentales para la construcción de una ruta coherente con la propuesta curricular. A continuación, se detallan algunos aspectos relevantes sobre el proceso desarrollado para la recolección y análisis de datos.

Importancia de contar con pruebas nacionales

Al analizar históricamente el sistema educativo costarricense, las pruebas nacionales estandarizadas han jugado un papel trascendente en demarcar el derrotero temático que ha regido fundamentalmente la educación secundaria y específicamente la educación diversificada. Muchos son los especialistas que consideran que la existencia de Pruebas Nacionales democratiza el sistema educativo al establecer un estándar mínimo de aprendizaje en todas las instituciones educativas del país. Según González et al. (2018) la decisión de implementar nuevamente las pruebas nacionales de bachillerato en 1988 como instrumento de certificación de conocimiento respondió al contexto educativo por el que experimentaba América Latina que correspondía a un proceso de modernización del Estado que se caracterizaba, entre otras cosas, por la adopción de reformas para la estabilización macroeconómica. Esto provocó que los gobiernos ejecutaran transformaciones en sus políticas educativas (González et al., 2020). Por lo que, la calidad de la educación adquirió fundamental relevancia. Francisco Antonio Pacheco, ministro de educación del periodo 1986-1990 que reestableció las pruebas nacionales, señaló que estas pruebas debían tener un carácter comprensivo de los conocimientos adquiridos durante el proceso educativo. Para el ex ministro Pacheco la calidad era el principio básico del cambio, de allí la decisión de certificar los aprendizajes de la población estudiantil que terminaba la educación media a través de las pruebas nacionales, tal como se había hecho entre 1954 y 1973 (MEP, 1990). Esta decisión era fundamental debido a: (1) el estancamiento general en el desarrollo intelectual del estudiantado, (2) los bajos niveles de eficiencia del sistema educativo y (3) el bajo cumplimiento de lo establecido en los programas de estudio, entre otras razones (González et al., 2020).

Estos argumentos fueron replicados por Pacheco en la entrevista efectuada en noviembre del 2019, cuando señaló que al llegar al Ministerio de Educación se encontró con un caos, debido a que faltaba cohesión y organización, por lo que consideró que la instauración de las pruebas

nacionales de Bachillerato vendría a contribuir a mejorar el sistema educativo (La Nación, 25 de noviembre 2019).

Ángel Ruiz (2022) coordinador del Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica, presidente del Comité Interamericano de Educación Matemática y exvicepresidente de International Commission on Mathematical Instruction ICMI, mediante una entrevista señaló que en materia educativa, el periodo comprendido entre 1973 y 1988, la ausencia de pruebas estandarizadas provocó una importante influencia de las corrientes filosóficas basadas en el pedagogismo, que estimuló una desvaloración de las especificidades disciplinares, lo que provocó el facilismo en las aulas, condujo a la reducción general de la exigencia académica y amplió las brechas educativas entre sectores sociales (A. Ruiz, comunicación personal, 23 de noviembre del 2022).

Basado en estas consideraciones, surge entonces la pregunta cuál es el argumento que conllevó una vez más a la eliminación de las pruebas nacionales. Más adelante, en este documento se van a analizar algunos problemas relacionados específicamente con el diseño de las pruebas nacionales de Matemáticas; pero es importante conocer algunos detalles que han sido mencionados en el entorno académico más general.

Por una parte, se tiene que en el estudio denominado “Balance crítico de las Pruebas Nacionales de Bachillerato en Educación Media como instrumento de certificación del conocimiento del estudiantado” (González et al., 2018 y 2020), entre otras cosas se indica que los resultados de las pruebas nacionales de bachillerato mostraban grandes diferencias en el rendimiento según condiciones socioeconómicas de los lugares de residencia y del tipo de oferta educativa recibida. Se dice que al estar las pruebas con una “talla única” para personas en condiciones socioeconómicas desiguales entonces se generan mayores desigualdades, esto porque los resultados muchas veces impiden la certificación de la educación media, limita la posibilidad de continuar con estudios superiores y de contratación laboral, por lo que los autores señalan que no se cumple el “*principio de igualdad de oportunidades que se supone en la realización del examen de bachillerato ¿no se cumple en la realidad?*” (p. 20). Por su parte Pablo Mena, exdirector de la Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad (La Nación, 25 de noviembre 2019) señaló que una de las principales razones para eliminar las Pruebas Nacionales de Bachillerato consistió en el “*cuello de botella*” que se formaba con el estudiantado que había concluido exitosamente la educación media, pero que no aprobó una o más asignaturas de bachillerato, lo que generó una gran cantidad de personas rezagadas con todos los contratiempos personales, familiares y sociales que esto implica (La Nación, 25 de noviembre 2019).

Los argumentos anteriores han sido respaldados por diferentes sectores sociales y políticos, dejan entrever una importante consecuencia de la aplicación de las pruebas que, paradójicamente, no involucra el principio de calidad de la educación que recibe el estudiantado, sino a las brechas educativas que los resultados de las pruebas han dejado en evidencia, y que trae como consecuencia esos hechos. Entonces el cuestionamiento sería ¿son las pruebas nacionales las culpables de la desigualdad que se denuncia? ¿o son ellas uno de los termómetros que evidencia la desigualdad y que no se quiere reconocer? Por ello, Francisco Pacheco

responde ante estos cuestionamientos diciendo que, eliminar estas pruebas tomando como base estos elementos, en similar, entre otras cosas a suprimir la revisión técnica motorizada para resolver el problema de los vehículos en mal estado (La Nación, 25 de noviembre 2019).

Al respecto, Oscar Arias Sánchez, expresidente de la República y Premio Nobel de la Paz publicó en una columna denominada “*La dictadura del facilismo*” que:

La eliminación de las pruebas de bachillerato fue un grandísimo error, cuyas consecuencias estamos viviendo en la actualidad ... Hay normas morales que son de vigencia universal y absoluta. Una de ellas es la ley del esfuerzo y la disciplina. Se puede formular de manera muy sencilla: antes del gozo hemos de esforzarnos por llegar a él...El esfuerzo constituye toda una ética: la ética del guerrero. No podemos soslayarla o saltárnosla con garrocha ya que sería engañarnos a nosotros mismos. Es un gravísimo error facilitar nuestro aprendizaje a través de atajos, de supresión de pruebas, de trampas y, sobre todo, bajando el listón de la excelencia, que por principio debemos mantenerlo muy en alto. (La Nación, 16 de diciembre del 2012).

Por su parte, Ángel Ruiz señala que utilizar estos argumentos para eliminar las pruebas nacionales es un gran error, debido a que está demostrado internacionalmente que la ausencia de pruebas de macro-evaluación certificadas, lo que provoca es un ensanchamiento de las brechas educativas entre los sectores sociales, por lo que los país con mayor desarrollo socioeconómico y mayor equidad social, cuentan con herramientas evaluativas que certifican la calidad de la educación que reciben los jóvenes (A. Ruiz, comunicación personal, 23 de noviembre del 2022). En esto coinciden algunos expertos de la Facultad de Educación de la Universidad de Costa Rica y del Centro de Investigación y Docencia en Educación de la Universidad Nacional (CIDE) quienes señalan la importancia de las pruebas estandarizadas como una oportunidad para mejorar y tomar acciones correctivas para mejorar el proceso educativo. Indican que esta evaluación constituye un agente dinamizador del aprendizaje. Pablo Chaverri del CIDE, señaló que la ausencia de esta evaluación equivale a estar a ciegas en cuanto a la toma de decisiones para mejorar nuestro sistema educativo (Semanao Universidad, 1 de junio de 2022).

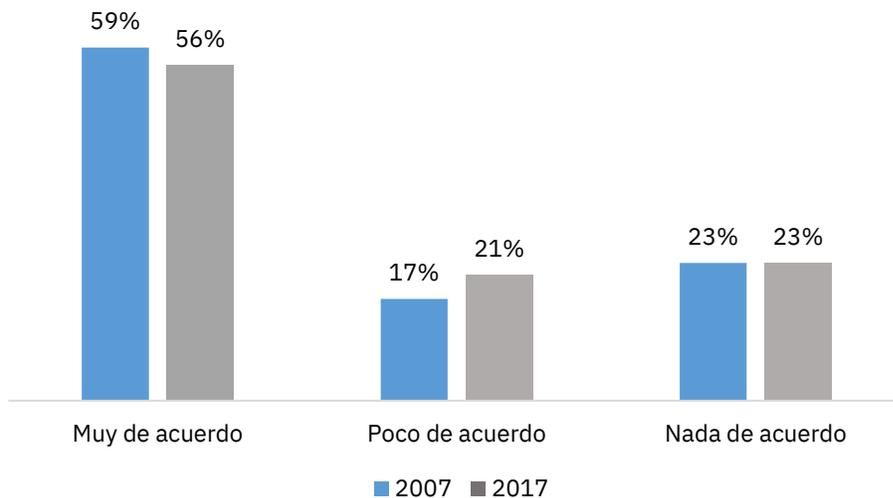
El Consejo Universitario de la Universidad de Costa Rica se ha manifestado preocupado por la eliminación de las pruebas estandarizadas en el país, el director del Consejo Universitario, German Vidaurre Fallas resaltó las palabras del físico y matemático británico Lord Kelvin “*lo que no se define no se puede medir. Lo que no se mide, no se puede mejorar. Lo que no se mejora, se degrada siempre*”. Por lo cual el Órgano Colegiado respalda el hecho de que las pruebas estandarizadas deben ser instrumentos para medir y valorar el logro educativo, ellas se constituyen en un insumo necesario para alcanzar los objetivos de aprendizaje, y por lo tanto, no se debería prescindir de estas herramientas evaluativas (UCR, 18 de junio 2022).

Para finalizar este apartado, es necesario mostrar algunos datos que obtuvo el Instituto de Estudios Sociales en Población de la Universidad Nacional (IDESPO), que aplicó encuestas telefónicas a una importante muestra de población en los años 2007 y 2017 con el propósito de determinar la percepción que tenían en relación con las pruebas nacionales de bachillerato

(Chaverri et al., 2018). A continuación, se muestra los resultados en cuanto al grado de acuerdo por la implementación de las pruebas.

Gráfico 1

Porcentaje del grado de acuerdo de la población costarricense respecto a la realización de las pruebas de bachillerato, 2007 y 2017



Fuente: Tomado de Chaverri et al., 2018.

Desde el punto de vista estadístico, los investigadores que dirigieron el estudio no encontraron diferencias significativas en los porcentajes entre ambos años, por lo que el estudio refleja que, en estos años (2007 y 2017), una importante mayoría de la población considerada estaba de acuerdo con la implementación de pruebas nacionales, y que aproximadamente menos de la cuarta parte estaba en desacuerdo. Para el año 2017, las razones que dieron los encuestados para estar muy de acuerdo con estas pruebas están en que “miden o evalúan lo que se aprendió” (47%), “es una preparación para la universidad” (26%) y “es un estímulo para prepararse mejor” (20%). Estos datos son relevantes desde la perspectiva que apoyan la opinión de muchos especialistas que defienden las pruebas (Chaverri et al., 2018).

Por lo expuesto antes, pareciera que la comunicad nacional se encuentra polarizada respecto a la implementación de pruebas nacionales, aunque el mismo CSE, al momento de la eliminación de las pruebas FARO, reconoció la relevancia de las pruebas estandarizadas para medir los alcances del proceso educativo; pero basó su decisión en las consecuencias de la pandemia por el COVID 19 que generó condiciones desiguales en el estudiantado, lo que conllevó alto niveles de estrés tanto en el estudiantado como - en la comunidad educativa en general. Argumentos que han dejado fuertes dudas en el ámbito académico, tal como ha sido discutido antes, debido a que la ausencia de pruebas no resuelve el problema de las brechas educativas y más bien se pierde la oportunidad de contar con datos que permitan identificar la magnitud del problema y favorecer la toma de decisiones para su atención inmediata.

Principales hallazgos

Los resultados serán presentados en el mismo orden en que se presentaron las categorías de análisis, las pruebas estandarizadas y su análisis se desarrollará en la primera sección. La segunda sección presentará un modelo para la evaluación de los aprendizajes de acuerdo con lo desarrollado en el marco referencial. Finalmente, se mostrarán ideas para conformar la ruta para el diseño y construcción de una prueba de Matemáticas coherente con los programas aprobados en 2012.

Pruebas estandarizadas nacionales

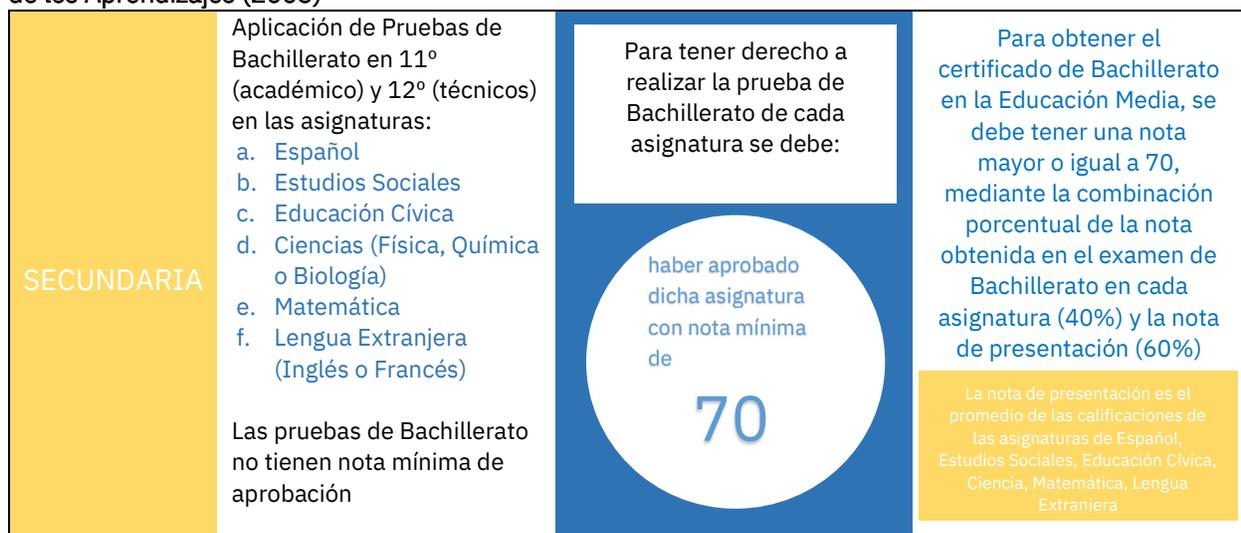
Tal y como se describió en el marco referencial, en Costa Rica, las pruebas estandarizadas, han tenido una serie de cambios, desde la última década del siglo XIX, donde en algunos momentos las pruebas eran de diagnóstico, en otros momentos de certificación y en otros no se aplicaron.

En esta sección se analizarán las pruebas de Bachillerato de Matemática aplicadas al finalizar la Educación Diversificada, según el reglamento de Evaluación de los Aprendizajes del año 2003 y la prueba FARO de Matemáticas aplicada en décimo año en el 2021.

En la siguiente figura se resumen las características de la Prueba de Bachillerato de Educación Media, según Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes (2003).

Figura 2

Características de la Prueba Nacional de Bachillerato en Educación Media según Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes (2003)



Fuente: Elaboración propia con base en Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes, 2003.

Se nota en la Figura 2 que, en las pruebas de Bachillerato, se evaluaban seis materias de la Educaci3n Diversificada y que el promedio de las notas obtenidas en d3cimo y und3cimo en esas materias representaba 40% de la nota m3nima de aprobaci3n, mientras que la prueba ten3a el valor restante (60%). La suma de estos dos porcentajes determinaba si un estudiante obten3a o no el t3tulo de Bachillerato.

Es importante sealar que con el prop3sito de mitigar la afectaci3n del estudiantado a ra3z de las huelgas del magisterio nacional en 2018 y 2019, se invierten los porcentajes de la nota de presentaci3n y la prueba de manera que la primera representaba 60% y la segunda 40%.

Por otro lado, en la prueba FARO, solo se evaluaron cuatro materias y los porcentajes para determinar la obtenci3n del t3tulo de bachiller en educaci3n secundaria son 40% la prueba y 60% del promedio de todas las notas del 3ltimo a3o de la secundaria. En la siguiente figura se muestra un resumen de la propuesta para las pruebas FARO para secundaria.

Figura 3
Resumen de las Pruebas FARO, 2019



Fuente: MEP, 2019, p. 18.

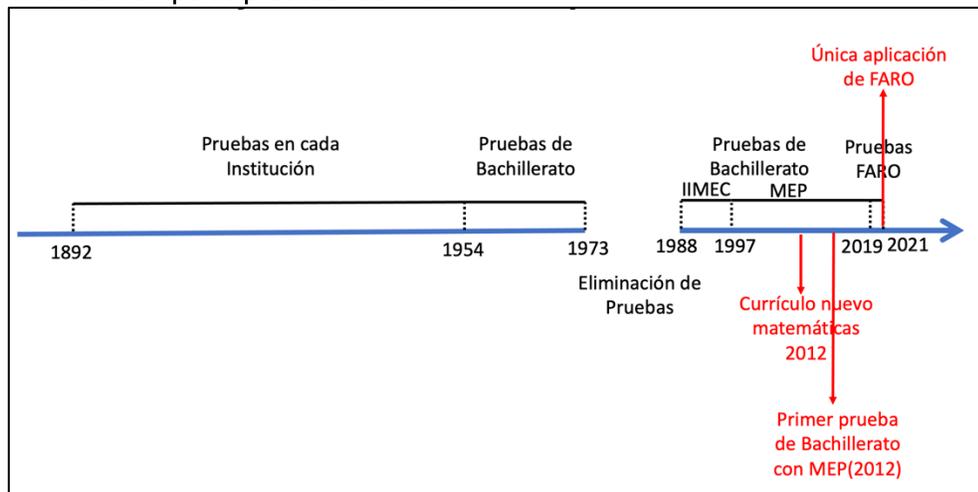
Es claro que, a pesar de sus diferencias (ver Figura 2, Figura 3), las pruebas de Bachillerato y de FARO son de certificaci3n, pues ambas ten3an un porcentaje de la nota final, que determinaba las condiciones para la entrega o no de un t3tulo de conclusi3n del Educaci3n Diversificada.

Es imposible analizar el logro de las premisas y objetivos de la prueba FARO establecidos en el cap3tulo anterior, debido a que, con 3nicamente una aplicaci3n, no es posible realizar un an3lisis comparativo de la ejecuci3n. Algo distinto con las pruebas de bachillerato, pues existe una importante cantidad de insumos para su an3lisis.

En el siguiente esquema se muestra una l3nea del tiempo con los momentos m3s importantes de la aplicaci3n de las pruebas. Precisamente, en este esquema se puede observar todo el recorrido

histórico que han tenido las pruebas de bachillerato, en comparación con la única aplicación de FARO.

Figura 4
Línea del tiempo de pruebas nacionales



Fuente: Elaboración propia.

Además, en el mismo esquema se observa que a pesar de que el currículo de matemáticas se aprobó en el 2012, fue hasta el año 2016 que se aplicó la primera prueba de bachillerato, con base en la malla curricular.

Consistencia de las pruebas estandarizadas con el currículo

Para efectos prácticos de esta ponencia, se realizará un análisis de algunos ítems de las pruebas de Bachillerato y FARO, para mostrar ¿cuál es la relación con el currículo nacional de matemáticas?

Análisis de algunos ítems de Bachillerato y FARO en matemáticas

Tal y como se describió en el capítulo anterior, los programas de estudio de matemáticas vigentes se aprobaron en el 2012 y, a través de planes de transición, se fueron incorporando en cada año lectivo paulatinamente, de manera que hasta el año 2016 toda la enseñanza primaria y secundaria estuviera trabajando con el nuevo currículo. Esto implicó que hasta ese año se implementara la primera prueba nacional de bachillerato basada en el currículo completo. A partir del 2016 la prueba tuvo algunas modificaciones con respecto a lo que se venía implementando, tales como: (1) incorporación del área de Probabilidad y Estadística; (2) inclusión de ítems de respuesta corta; (3) uso de un mismo contexto para responder varias preguntas, entre otros. No obstante, se mantuvo la tabla de especificaciones que era consustancial al sistema de pruebas desde el año 2006, y de alguna manera contradictoria con el currículo aprobado en 2012.

El Proyecto Reforma de la Educaci3n Matemática en Costa Rica (encargado de la elaboraci3n de los Programas de Estudio de Matemáticas), en coordinaci3n con la Direcci3n de Gesti3n de la Evaluaci3n de la Calidad, ofreci3 diferentes apoyos para que la prueba de bachillerato se ajustara al nuevo currículo (MEP, 2018). Sin embargo, despu3s de analizar una de las primeras pruebas aplicadas, el Proyecto Reforma de la Educaci3n matemática en Costa Rica señal3:

“...la necesidad de ajustar m3s los ítems de la prueba en algunas áreas matemáticas, como Estadística y Probabilidad en relaci3n con los enfoques específcos que plantean un énfasis al análisis y no al cálculo. También en Relaciones y Álgebra favorecer una participaci3n de la modelizaci3n. Adem3s, han manifestado que m3s ítems con contextualizaci3n activa ser3n necesarios de introducir. Y algo que afirman como decisivo: que en las pruebas se incorporen los procesos y capacidades superiores y de manera progresiva se incluyan m3s ítems con los niveles de complejidad de conexi3n y reflexi3n.” (MEP, 2018, p. 63)

Por ejemplo, la Figura 4.4 es un ítem del examen de Bachillerato de noviembre de 2018. En este ítem se desean evaluar las habilidades específcas “Utilizar correctamente los sÍmbolos de pertenencia y de subconjunto” (MEP, 2012, p. 406) y “Determinar el complemento de un conjunto numérico dado” (MEP, 2012, p. 406).

Figura 5

Ítem del examen de bachillerato aplicado en 2018

23) Considere la siguiente informaci3n para responder los ítems 23, 24 y 25:

Los conjuntos $P =] - 5, 4]$ y $Q =] - \infty, 0]$ corresponden al dominio de las funciones f y g , respectivamente, y \mathbb{R} corresponde al conjunto universo.

De acuerdo con la informaci3n anterior, considere las siguientes proposiciones:

I. $-4 \in P$.

II. El complemento del dominio de g es \mathbb{R}^+ .

De ellas, ¿cuál o cuáles son verdaderas?

A) Ambas

B) Ninguna

C) Solo la I

D) Solo la II

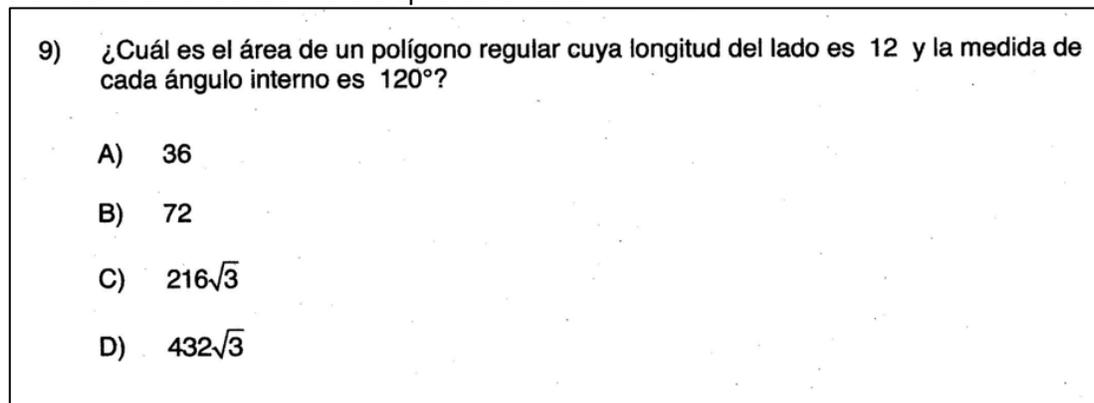
Fuente: Tomado de prueba de Bachillerato del 2018.

Sin embargo, el ítem anterior no coincide con la habilidad general propuesta en la Educaci3n Diversificada, en el área de Relaciones y Álgebra, que establece que los elementos de conjuntos numéricos se utilizarán para representar dominios y rangos de funciones (MEP, 2012).

En un ítem de Geometría, en la prueba de bachillerato del 2019, (ver Figura 6), a pesar de que el ítem responde en esencia a lo que indican las habilidades específicas a las que hace referencia, los programas de estudios anteriores.

Figura 6

Ítem del examen de bachillerato aplicado en 2019



Fuente: Tomado de prueba de Bachillerato del 2018.

Este ítem tiene como único propósito preguntar por el área de un polígono regular al utilizar la información que se brinda en el enunciado, en este caso no hay presencia de la resolución de problemas y la contextualización activa. Por otro lado, se trabajan los objetos geométricos sin unidad de medidas respectiva y esto también contradice lo que plantea MEP (2012) sobre el tratamiento del área de Medidas en la Educación Secundaria.

Es importante señalar que la introducción de contextos reales o que lo parezcan en las pruebas es fundamental debido a que permiten interacción entre la persona estudiante y los conocimientos porque favorece la identificación, uso y hasta la construcción de modelos matemáticos sencillos (Ruiz, 2018).

En el área de Estadística y Probabilidad es donde se encuentran mayores divergencias entre las pruebas aplicadas de bachillerato y el currículo de matemáticas, pues muchos de los ítems propuestos no evalúan el verdadero sentido de esta área y en se quedan en una resolución aritmética o algebraica, sin ningún tipo de análisis estadístico. Por ejemplo, en la Figura 4.6, se muestra un ítem del examen de Bachillerato del año 2016.

Figura 7

Ítem del examen de bachillerato aplicado en 2016

Considere el siguiente contexto para responder la pregunta 13:

Escoger un número

Considere el experimento de escoger un número natural del 1 al 20. Sean los eventos:

A: El número escogido sea par.

B: El número escogido sea múltiplo de cinco.

Pregunta 13

De acuerdo con la información del contexto anterior, con certeza se cumple que

A) $A \cup B = \{ 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 \}$

B) $A \cup B = \{ 2, 4, 6, 8, 12, 14, 16, 18 \}$

C) $A \cap B = \{ 5, 10, 15, 20 \}$

D) $A \cap B = \{ 10, 20 \}$

Fuente: Tomado de prueba de Bachillerato del 2016.

Este ítem no presenta correspondencia directa con las habilidades identificadas para Estadística y Probabilidad. Aunque hace referencia a dos eventos no existe un tratamiento estadístico o probabilístico adecuado. El problema con el ítem es que la situación que se está planteando no se indica que sea aleatoria, se menciona la escogencia de un número natural entre 1 y 20, esto se puede hacer de formas aleatorias o no aleatorias, y es de poco interés práctico. Esta redacción envía un mensaje equivocado a los estudiantes de lo que son los fenómenos aleatorios. El hecho que se indique que los eventos A sea escoger un número par y B escoger un múltiplo de cinco, no implica aleatoriedad, entonces el contexto no corresponde con un análisis probabilístico.

No existe una adecuada relación entre lo que se solicita y el área matemática. Este ejercicio corresponde a teoría básica de conjuntos y no se vincula con el uso de las probabilidades.

En la prueba de FARO aplicada en el año 2021 (única aplicación), se introdujeron algunos elementos novedosos que podrían ayudar a una relación más cercana entre la prueba y el currículo de matemáticas. Uno de estos aspectos fue, que además de las preguntas de respuesta breve (ya incorporados en años previos en el bachillerato), también incluía un ítem de respuesta construida. Este elemento es muy importante, pues tal y como lo plantea Mena (2015), las pruebas nacionales deben *“incorporar ítems de desarrollo, para que dicha prueba sea congruente con la propuesta curricular de los nuevos programas de estudios”* (p. 65). Ruiz (2018) coincide con esta propuesta.

En la Figura 8 se observa el ítem de repuesta construida de una de las pruebas de FARO aplicadas en el año 2021.

Figura 8

Ítem de prueba FARO aplicado en 2021

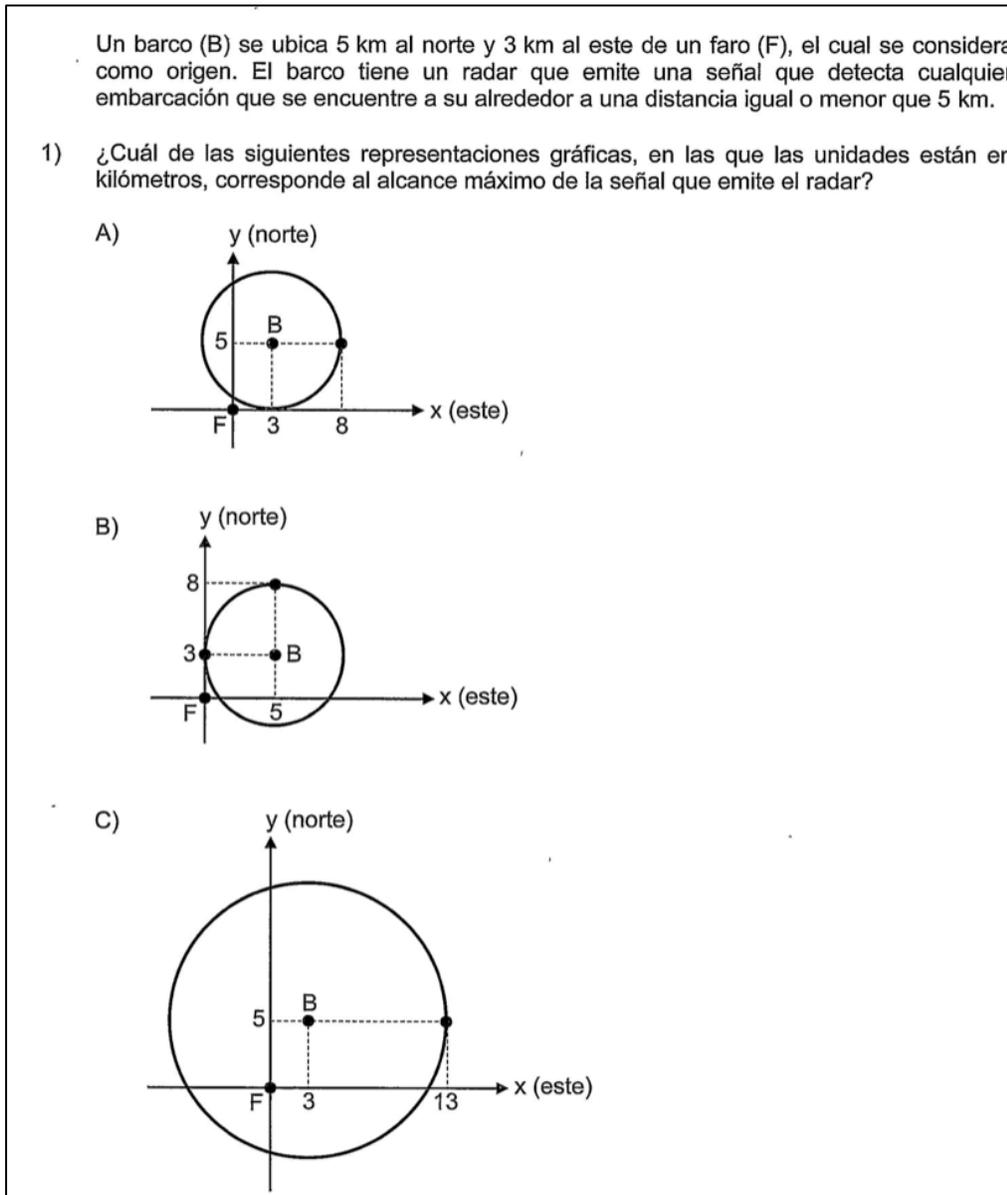
RESPUESTA CONSTRUIDA	1 ÍTEM (3 PUNTOS)
38) La cantidad "C(x)" de chirridos (sonidos) por minuto que emite un grillo de cierta especie, está dada por $C(x) = 4x - 160$, donde "x" representa la temperatura, en grados Fahrenheit, que hay en cierto momento en un bosque tropical, con $61 \leq x \leq 92$. ¿Cuál es la temperatura, en grados Fahrenheit, en ese bosque tropical, si en un minuto un grillo de esa especie emite 100 chirridos?	
Espacio para escribir los procedimientos del ítem de respuesta construida (borrador)	

Fuente: Tomado de prueba de Bachillerato del 2016.

Este ítem presenta un problema con funciones lineales, que permite evaluar las habilidades específicas y generales de este conocimiento matemático. También, el problema presenta un contexto real, donde se busca que el estudiantado aplique los conocimientos básicos de las funciones para resolver la situación presentada.

A pesar de lo anterior, en algunos otros ítems, la prueba FARO contiene los mismos problemas de la prueba de Bachillerato, descritos anteriormente. Por ejemplo, en la Figura 6 se muestra un ítem de selección única de la prueba anterior, y se puede observar que contiene un contexto totalmente artificial, es decir, es forzado y aporta información irrelevante para la solución del ítem.

Figura 9
Ítem de prueba FARO aplicado en 2021



Fuente: Tomado de prueba de Bachillerato del 2016.

Modelo para la evaluaci3n de los aprendizajes de acuerdo con el curr3culo costarricense de Matemáticas

Ante las inconsistencias encontradas en la implementaci3n del curr3culo en las pruebas de macro evaluaci3n, algunas de las cuales se evidenciaron en la secci3n previa, es conveniente establecer algunos elementos que son de vital importancia para el diseo de pruebas que articulen m3s armoniosamente con este curr3culo.

El actual curr3culo costarricense de Matemática ha planteado un importante reto en materia evaluativa para el sistema educativo nacional. De acuerdo con Vallejos y Molina (2014), así como Hortigüela, Pérez, Abella, (2015), ambos textos citados por Zumbado-Castro (2022), una evaluaci3n denominada como auténtica debe asumir una condici3n integradora entre la mediaci3n y la evaluaci3n, esto debido a que la segunda es un componente esencial de la primera. Si bien es cierto esto representa un reto para cualquier curr3culo, lo es aún m3s para un curr3culo basado en el desarrollo de capacidades cognitivas de orden superior tal como fue discutido en el capítulo anterior. Entonces independientemente del área matemática en que se esté trabajando y de las habilidades que se proponga desarrollar, la evaluaci3n cotidiana o la macro-evaluaci3n deben estar en plena armonía con las tareas matemáticas o problemas que se implementaron en la acci3n de aula.

Según establece el curr3culo, tanto los problemas elaborados para la mediaci3n pedag3gica como aquellos que conlleven ítems evaluativos deben ser estratégica y equitativamente diseoados dentro de los tres niveles de complejidad: reproducci3n, conexi3n y reflexi3n. Pero al mismo tiempo deben cuidar la participaci3n de los diferentes principios curriculares que van desde lograr que el estudiantado alcance las habilidades generales y específicas en un corto plazo hasta potenciar en el mediano y largo plazo las capacidades cognitivas de orden superior en procura de la competencia matemática.

El reto acá consiste en establecer una estrategia que sea capaz de fungir como ente articulador del proceso. Ante este reto, tal como se citó en el capítulo anterior no es viable alcanzar esta competencia matemática a partir del mero logro de habilidades sean generales o específicas, sino que se requiere de participaci3n de los procesos matemáticos como elementos articuladores del curr3culo. Pero ¿cómo garantizar que los procesos se activan eficientemente en la resoluci3n de un problema? y ¿cómo poder categorizar un problema por su nivel de complejidad a partir de esta participaci3n?, estas son dos de las muchas preguntas que pueden surgir como consecuencia de la discusi3n previa.

Valoraci3n de tareas y estrategia 4+6

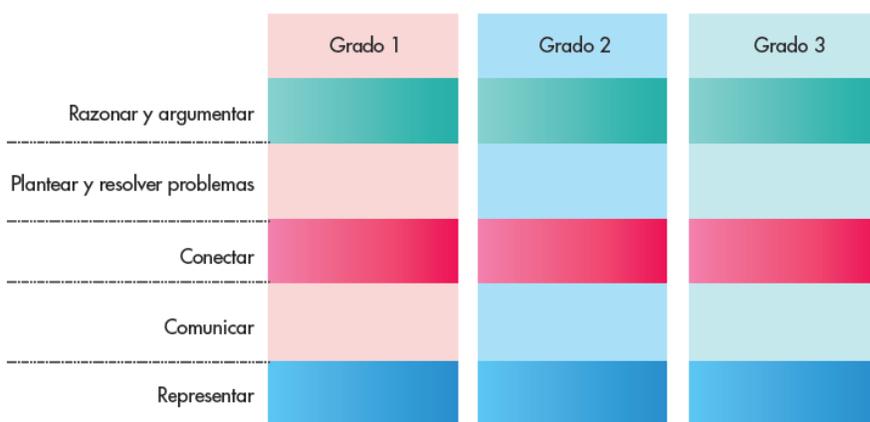
Para juzgar el grado de participaci3n de los procesos matemáticos dentro de un problema o tarea matemática, Zumbado-Castro (2022) cita tres modelos cuya propuesta evaluativa se basa en el uso de una serie de indicadores. Estos modelos son:

“Marco de evaluaci3n y de an3lisis de PISA para el desarrollo” (OCDE, 2017). 3l es un referente mundial sobre pol3ticas educativas de los pa3ses, este modelo corresponde a “evaluation” pero implica necesariamente “assessment”. El segundo fue elaborado por Godino (2009) y plantea un conjunto de ideas para medir el conocimiento de la persona docente de matemáticas. El tercero presenta una estructura dicot3mica que permite determinar la presencia o ausencia de los procesos matemáticos (Alsina y Coronata, 2015). (Zumbado-Castro, 2022, p. 67).

Zumbado-Castro (2022) seala que estos modelos son coherentes con los principios te3ricos que fundamentan los programas costarricenses de matemáticas, debido a que involucra la resoluci3n de problemas como estrategia didáctica y pretenden medir el aprendizaje alcanzado por quienes los resuelven.

Basado en estos mismos principios, Ruiz (2018) en su libro denominado “Evaluaci3n y Pruebas Nacionales para un curr3culo de matemáticas que enfatiza Capacidades Superiores”, sintetiza un sistema de evaluaci3n espec3fico para el curr3culo costarricense de matemáticas. Su propuesta mantiene estrecha congruencia entre los diferentes principios te3ricos del curr3culo matemático e involucra el diseo de problemas tanto para la acci3n de aula como para las pruebas nacionales estandarizadas, lo cual es consistente con lo que se ha venido discutiendo en el presente documento. Primeramente, plantea un modelo que denomina “completo” que involucra cinco criterios para realizar dicha valoraci3n a partir de 61 indicadores que describen el grado en que podr3a participar cada proceso matemático. El siguiente esquema permite explicar con mayor detenimiento el papel de los indicadores:

Figura 10
Grados de procesos y capacidades superiores de Ruiz (2018)



Fuente: Tomado de Ruiz, 2018, p. 104.

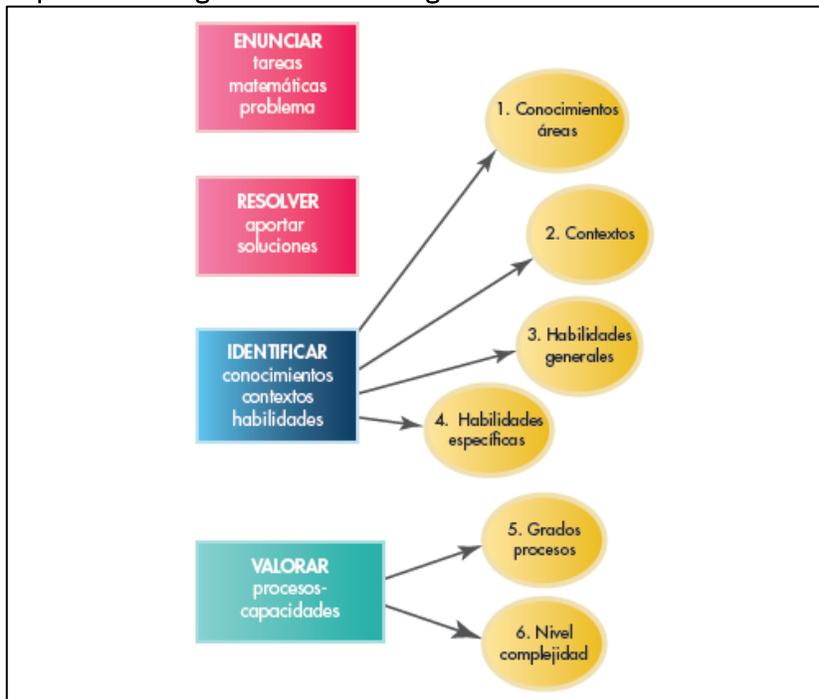
Tenemos indicadores en tres grados de complejidad, en la soluci3n de un problema particular, un proceso matemático podr3a incluso no estar presente, si no llega siquiera a alcanzar indicadores del grado 1, o podr3a estar presente hasta en un grado m3ximo de 3, si incluye al menos un indicador de dicho grado. De esta manera, al final de la valoraci3n, un problema va a ser valorado seg3n el grado de participaci3n de cada proceso. Con el resumen de esta

información, quien diseña o selecciona un problema puede categorizarlo por su nivel de complejidad, de acuerdo con el grado de participación que tengan los procesos matemáticos en su solución; de manera que, por ejemplo, si en la solución de un problema los procesos no se activan más allá del grado 1, entonces el problema se clasifica como reproducción. Evidentemente en esta tarea, se pueden presentar resultados que podrían confundir la clasificación, por esta razón en el libro de Ruiz (2018) se establece una estrategia para decidir el nivel de complejidad en esos casos.

Con el propósito de simplificar la clasificación de los problemas, en el mismo libro se plantea un modelo simplificado que involucra únicamente 30 indicadores, aunque mantiene los otros criterios de decisión.

Para garantizar que los otros elementos curriculares sigan presentes en el diseño o selección de las tareas o problemas matemáticos, Ruiz (2018) complementa los modelos anteriores con una estrategia más amplia denominada *estrategia 4 + 6*, la cual involucra 4 pasos y 6 elementos tal como se esquematiza.

Figura 11
Representación gráfica de la estrategia 4+6



Fuente: Tomado de Ruiz, 2018, p.136.

Con esta estrategia se promueve que los problemas o tareas matemáticas estén asociados directamente con diferentes elementos curriculares.

La propuesta de Ruiz (2018) ha sido puesta en práctica en los diferentes recursos virtuales que ha elaborado en los últimos años el denominado Proyecto de Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica, no solamente en ítems de evaluación en las diferentes áreas

matemáticas en prácticas de: Bachillerato, Bachillerato por Madurez, FARO, Recursos Libres, Minimoocs, entre otros, sino también, para los problemas que se han propuesto para ejemplificar la puesta en práctica del currículo en dichas áreas. Estos materiales han estado dirigidos tanto para estudiantes como para docentes de matemáticas de primaria y secundaria, con mayor énfasis en esta última (<https://www.reformamatematica.net/>).

Especialistas en Educación Matemática y la estrategia 4+6

Los especialistas en Educación Matemática, Hugo Barrantes y Edison de Faria, miembros de este proyecto, quienes han elaborado decenas de problemas e ítems evaluativos siguiendo la estrategia 4+6, mediante una entrevista en profundidad realizada de manera virtual manifestaron que el uso de la estrategia es una excelente alternativa para procurar que tanto los problemas que se vayan a utilizar para la acción de la aula, como aquellos para la evaluación de los aprendizajes guarden consistencia con los distintos elementos del currículo del MEP (2012).

Dentro de las virtudes señaladas por Barrantes y De Faria de la estrategia 4+6 se pueden citar las siguientes:

- Permite realizar un análisis integral de la solución o soluciones del problema en función de la participación, no solamente, de los conocimientos, sino de las habilidades específicas que se integran en el proceso (integración de habilidades).
- Permite valorar el papel del contexto del problema dentro de la solución, de manera que este no sea artificial o superfluo, sino que contribuya con el análisis.
- Permite valorar eficientemente el nivel de participación de los procesos matemáticos en la solución o soluciones del problema mediante el uso de los indicadores,
- Ofrece una excelente herramienta para clasificar un problema de acuerdo con la complejidad, lo que permite también dosificar la presencia de los diferentes niveles: reproducción, conexión y reflexión, según los requerimientos.
- Permite identificar si el problema en cuestión puede ser utilizado para una primera etapa (generar conocimiento nuevo) o para una segunda etapa (movilización y aplicación de los aprendizajes). Para el caso del trabajo cotidiano de aula, la valoración de un problema mediante esta técnica permite a quien ejerce la labor docente tomar una decisión con base en un proceso más objetivo.
- En materia evaluativa, más allá de lo expuesto previamente, permite aprovechar un contexto particular para planificar diferentes problemas o tareas matemáticas que involucren distintos elementos curriculares. Esto es sumamente valioso, debido a que la búsqueda de contextos reales o que simulan la realidad, es una de las tareas más arduas dentro del planeamiento educativo. La riqueza de algunos contextos permite incluso relacionar diferentes áreas matemáticas con el uso de un mismo contexto (H. Barrantes y E. De Faria, comunicación personal, 23 de noviembre del 2022).

Sin embargo, en las entrevistas con algunos miembros del proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica, surgieron algunas preocupaciones relacionadas con la implementación de la estrategia 4+6, las principales se relacionan con los docentes que tienen a cargo la implementación del currículo, específicamente:

- La aplicaci3n de la estrategia en el diseo de las tareas matemáticas para la acci3n de aula o para la evaluaci3n, requieren, en primer lugar, un claro dominio de las interacciones de los diferentes elementos curriculares tal como se ha descrito en este documento, y en segundo lugar de la estrategia en cuesti3n.
- Para lograr lo anterior, pareciera que se hace necesario que el Ministerio de Educaci3n P3blica MEP desarrolle capacitaciones que puedan llenar los vacíos de quienes ejercen la labor educativa en el campo matemático.
- La formaci3n de nuevos cuerpos docentes en Matemáticas por parte de las universidades debe incluir la discusi3n y análisis de estos componentes, de modo que quienes se incorporen en el campo de la enseanza de las Matemáticas posean las destrezas y las capacidades necesarias para planificar la acci3n de aula y la evaluaci3n de los aprendizajes de manera coherente con la propuesta curricular del MEP (2012). (H. Barrantes y E. De Faria, comunicaci3n personal, 23 de noviembre del 2022).

Una experiencia en secundaria y la estrategia 4+6

Otra experiencia en la implementaci3n de este modelo consiste en un estudio dirigido directamente a estudiantes de secundaria. Zumbado-Castro (2022) en su investigaci3n para optar por el título de doctorado en Educaci3n en la Universidad Estatal a Distancia se plantea como objetivo general: *Proponer un modelo para la evaluaci3n de los aprendizajes en geometría del estudiantado de d3cimo aío en colegios acad3micos p3blicos diurnos a partir del modelo EIPP* (p. 29), las siglas EIPP corresponde a estructura de intervenci3n de procesos en un problema.

Esta investigaci3n incluy3 con la elaboraci3n de una prueba constituida por 12 ítems en el área de Geometría, específicamente en Polígonos Regulares. La investigadora implement3 la *estrategia 4 + 6* de Ruiz (2018) para la valoraci3n de los ítems, de los cuales nueve tenían un nivel de complejidad de conexi3n y tres de reproducci3n. El instrumento fue aplicado en una primera etapa (experiencia piloto) a 250 estudiantes de seis colegios p3blicos y dos privados, mientras que participaron 335 estudiantes de 15 colegios p3blicos y dos privados en la experiencia principal.

En relaci3n con el objetivo básiico del estudio se concluye que a partir del modelo de estructura de intervenci3n de los procesos matemáticos en un problema (EIPP) diseado por Ruiz (2018) fue posible crear un modelo de evaluaci3n de los aprendizajes para juzgar el aprendizaje del estudiantado en Polígonos Regulares en el área de Geometría y con estudiantes de d3cimo aío, donde el instrumento poseía las normas técnicas de validez y confiabilidad esperadas. Se seala que los indicadores diseados en el modelo caracterizan las acciones de la persona estudiante permitiendo establecer niveles de desempeo como los establecidos. Se concluye tambi3n que el vínculo entre la *estrategia 4+6* y la resoluci3n de cada ítem permiti3 identificar tres niveles de desempeo: inicial, intermedio y esperado que tienen un alto grado de especificidad en relaci3n con constructo que pretendía evaluar. Otro resultado interesante que reflej3 el estudio es que, para los conocimientos y habilidades involucradas, no se logró disear alg3n ítem que alcanzara los indicadores correspondientes a un nivel de complejidad de reflexi3n.

En términos generales, el estudio reflejó que el modelo de estructura de intervención de los procesos matemático en un problema, enfocado en la *estrategia 4+6* permite diseñar problemas o tareas matemáticas que articulan diferentes principios, lo que evidencia una transversalidad curricular que conecta las habilidades específicas y generales correspondientes al conocimiento matemático con la intervención de los diferentes procesos matemáticos, en donde participan ejes curriculares como la resolución de problemas en contextos reales (o que simulan la realidad), el uso inteligente de la tecnología (por medio de la calculadora) y se lograron actitudes positivas por medio de la motivación y el interés de los estudiantes mediante una situación cercana; según la investigadora, el estudiantado pudo encontrar sentido práctico a ciertos objetos matemáticos como el hexágono, octágono, radio, apotema, entre otros.

Consideraciones generales sobre la estrategia 4+6

Tanto la experiencia de los investigadores del proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica en el diseño de recursos virtuales para la enseñanza de las matemáticas, como la investigación llevada a cabo por Zumbado-Castro (2022), resultan valiosos ejemplos con respecto al uso de indicadores específicos para la valoración de problemas o tareas matemáticas tanto en la acción de aula como para evaluación de los aprendizajes. En particular el modelo propuesto por Ruiz (2018) ha mostrado ser un valioso recurso para este propósito.

La propuesta de Ruiz (2018) podría no ser exhaustiva en cuanto a los indicadores para la clasificación del grado de participación de los procesos matemáticos, y además depende del análisis realizado por quien realiza la valoración de los problemas. Sin embargo, plantea una estrategia coherente e integradora del currículo para aproximar el nivel de complejidad de un problema de acuerdo con una solución particular, además, posibilita visualizar la participación de los fundamentos teórico-curriculares.

Lo anterior, viene a resolver un problema tradicional que enfrenta la comunidad educativa, y consiste en conectar la acción de aula y la evaluación con estos principios teóricos. Para el currículo matemático costarricense la propuesta permite establecer una ruta en materia evaluativa que va desde la malla curricular hasta sus propósitos generales como son el desarrollo de las capacidades cognitivas de orden superior y la competencia matemática. Esta ha sido la principal debilidad de currículos previos, para los cuales tanto la acción de aula y la evaluación correspondiente (sea en la misma aula o en las pruebas nacionales) se han fundamentado en una correspondencia horizontal que va del objetivo específico a las actividades y evaluación, lo que ha descuidado la transversalidad dentro de la misma malla curricular y más aún los demás elementos curriculares teóricos.

Pruebas nacionales en el currículo de Matemáticas

Como se ha mencionado previamente, en el marco de la Reforma de las Matemáticas, generada mediante la aprobación del currículo vigente en el año 2012, se plantearon fuertes retos al sistema educativo nacional. Casualmente, la evaluación del trabajo cotidiano en el aula y la macro-evaluación han sido algunos de los principales retos. Este apartado se va a concentrar en la importancia de contar con pruebas nacionales en el área.

De acuerdo con Ruiz (2018), las pruebas nacionales jugaban el papel de controlar el cumplimiento de los programas curriculares por parte de los docentes y, al mismo tiempo, verificar que el estudiantado alcanzara ciertos conocimientos mínimos en la salida del sistema educativo preuniversitario. De allí el impacto que generaban en instituciones educativas, estudiantes y padres de familia. Por esta razón, muchas veces la acción de aula era condicionada a la tabla de especificaciones de la prueba.

En Suurtamm et al., (2016) citados por Ruiz (2018) señalan que “Si los docentes orientan su enseñanza para simular pruebas construidas usando un modelo psicométrico, es probable que enseñen de una manera superficial y que los estudiantes aprendan en pequeños trozos con un desempeño demostrado en segmentos aislados y desconectados del conocimiento” (p. 267). Casualmente a esto obedecen muchas de las críticas que se han realizado cuando se implementó en actual currículo en las pruebas nacionales de bachillerato y que se discutió previamente.

No se pretende acá realizar un análisis especializado sobre lo anterior, si el lector tiene interés en profundizar en la temática puede consultar Ruiz (2018), específicamente la sección denominada “El modelo de construcción de las pruebas nacionales”.

Hasta ahora ha quedado claro que ha existido una inconsistencia entre la forma en que se ha evaluado en las pruebas nacionales de Matemáticas y lo establecido curricularmente; pero sería un error pensar que la implementación del currículo actual se puede beneficiar con la eliminación de la macro evaluación. En relación con el tema, los miembros del Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica manifestaron su preocupación por la ausencia de estas pruebas, lo que desde su punto de vista está generando un fuerte debilitamiento de la obtención de habilidades matemáticas coherentes con los programas de estudio, que afecta la calidad del aprendizaje matemático y hace imposible alcanzar la competencia matemática. Lo anterior debido a que, en algunos casos se podría estar generando en las aulas un culto al facilismo, lo que subestima la capacidad estudiantil y limita sus posibilidades de crecimiento intelectual (H. Barrantes, E. De Faria y A. Ruiz, comunicación personal, 23 de noviembre del 2022). Sin embargo, a lo interno de los miembros de este proyecto, el establecer pruebas estandarizadas que no estén en correspondencia con los diferentes elementos curriculares también constituye un fuerte obstáculo para su implementación. Por lo que se requiere enviar un mensaje claro a la comunidad educativa, de que más que una prueba para evaluar y certificar al estudiantado se requiere de un instrumento que contribuya a la ejecución del currículo y, con ello, se potencie el logro de las capacidades cognitivas superiores y la competencia matemática en el estudiantado (H. Barrantes, E. De Faria y A. Ruiz, comunicación personal, 23 de noviembre del 2022).

Previamente se ha analizado la estrategia “4 + 6” como una vía adecuada para favorecer la evaluación en apego a los diferentes elementos del currículo costarricense, no solamente en aula sino también en la macro-evaluación. Sin embargo, no significa que sea la única estrategia viable, aunque por lo pronto no se han establecido otras. Es importante que los investigadores en el campo de la Educación Matemática, especialmente en las universidades que forman educadores matemáticos pudieran profundizar en el análisis del tema.

Se ha discutido que el currículo actual de Matemáticas para la educación preuniversitaria del MEP ha sido plenamente reconocido por la comunidad internacional por su novedad y articulación con las corrientes educativas más novedosas en el mundo; pero que además se ha elaborado pensando en la realidad nacional y en las demandas del estudiantado para utilizar las Matemáticas para la vida cotidiana. El análisis de la propuesta “4 + 6” ha dejado en evidencia el currículo de Matemáticas reúne las condiciones necesarias para poder ser evaluado de modo que se integren los diferentes elementos teóricos y prácticos.

Para terminar la sección, independientemente de la estrategia evaluativa que se ponga en práctica para la macro-evaluación en Matemáticas, es importante resaltar algunos elementos claves. En este particular, Ruiz (2018) establece siete elementos claves por considerar para la elaboración de una prueba nacional que este articulada con el currículo de Matemáticas. Seguidamente se resumen, las condiciones de esas pruebas nacionales:

- Deben estar centradas en problemas, que incluyan situaciones o contextos que intervengan en su solución y generen una demanda cognitiva cuya complejidad esté debidamente establecida.
- Requieren avanzar hacia el uso de contextos reales (o que simulen eficientemente la realidad), de manera que mediante su solución el estudiantado se sienta identificado con el contexto.
- Deben introducir las habilidades considerando las múltiples formas en que se pueden integrar curricularmente. Las interrelaciones entre las habilidades y entre áreas matemáticas deben estar en congruencia con la naturaleza del problema que se quiere resolver. Esto permite de una manera más sencilla valorar el nivel participación de ciertos procesos matemáticos.
- Necesita involucrar problemas o tareas que estén en congruencia con la naturaleza o enfoque del área matemática. Cada área matemática tiene su sentido específico dentro del currículo. Por ejemplo, en Estadística y Probabilidad se prioriza el análisis de datos y la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre, por ello carece de sentido enfocarse meramente en el cálculo de medidas o en construcciones de cuadros o gráficos, debido a que ellos son herramientas para lograr el propósito original. En el caso de Relaciones y Álgebra es prioritario analizar los objetos de las funciones o del álgebra en situaciones propias del contexto del problema; pero no en el uso excesivo de fórmulas y procedimientos.
- No se pueden limitar a evaluar conocimientos y habilidades, como se realizaba en el currículo previo al concentrarse en la especificidad del contenido y el objetivo específico. Se requiere ahora incorporar la evaluación de los procesos matemáticos que potencian las capacidades cognitivas superiores. La estrategia 4+6 es un importante recurso para lograr este cometido.
- Deben incluir ítems en los tres niveles de complejidad establecidos en el currículo. Estos niveles permiten orientar la demanda cognitiva de las tareas matemáticas. Este requerimiento es fundamental, pero debe irse dosificando paulatinamente hasta alcanzar idealmente una proporción de 25% en reproducción, 50 en conexión y 25% en reflexión. Nuevamente acá la estrategia 4+6 puede ser una herramienta adecuada para valorar la complejidad de los ítems.

- Deben incluir un formato de ítems que sea coherente con las características del currículo, por lo que debe superar la presencia única de los ítems de selección única. Por ello se requieren ítems de respuesta abierta que confronten cognitivamente al estudiantado al buscar soluciones a los problemas.

Ruta para el diseño y construcción de una prueba de Matemáticas Nacional

Los especialistas consultados de México, Chile, Perú, Uruguay y Costa Rica coinciden en la importancia de establecer qué medir y para qué medir. Según Rojas-Torres y Ordóñez-Gutiérrez (2019) *qué medir* determina el constructo de la prueba y *para qué medir* implica “establecer una explicación detallada y precisa de las razones por las cuales se elabora un test” (p. 17). Además, las respuestas a estas preguntas permean la construcción de los ítems, el formato empleado y de manera directa la interpretación de los puntajes comparando sujeto-población o estableciendo estándares de dominio.

Constructo por medir

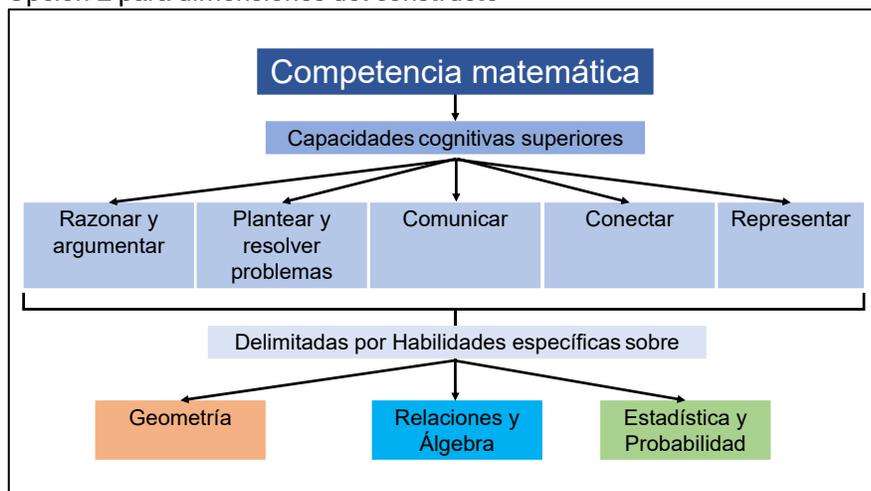
Respecto al qué medir, en el caso de Matemáticas corresponde a la implementación del currículo, por tanto, la prueba debe tener como constructo por medir la competencia matemática declarada en los programas (MEP, 2012) que se transcribe nuevamente:

... una capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las Matemáticas en una variedad de contextos. Incluye razonar matemáticamente y usar conceptos, procedimientos, hechos y herramientas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel de las Matemáticas en el mundo y hacer juicios bien fundados y decisiones necesarias para ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos (OCDE, 2010, p. 4) (MEP, 2012, p. 23).

Respecto a *para qué medir*, ella es medular en la propuesta curricular de Matemáticas (P. Mena, comunicación personal, 20 de setiembre del 2022) y engloba las aspiraciones de la política educativa y curricular asumida por el ente ministerial. La resolución de problemas que corresponde a la estrategia metodológica principal incluye al ser, el saber, el hacer y el convivir y también propicia las capacidades cognitivas superiores durante el proceso de mediación (Zumbado-Castro, 2021). Por tanto, la medición de la competencia matemática es necesaria para establecer cuánto se ha avanzado en su desarrollo, en un escenario que plantea la resolución de problemas como recurso indispensable para la mediación y debe estar obligatoriamente en la evaluación de los aprendizajes considerando el razonamiento, la argumentación, la comunicación, la conexión y la representación de y sobre objetos matemáticos.

Respecto a las dimensiones de este constructo “Competencia matemática”, las posibilidades pueden ser: (1) las capacidades cognitivas superiores descritas mediante los procesos matemáticos y cuyas habilidades específicas por área delimitan las destrezas por evaluar (Ruiz, 2018, Zumbado-Castro, 2022) esto se puede visualizar en la Figura 4.11; (2) las habilidades generales y específicas asociadas con Geometría, Relaciones y Álgebra, así como Estadística y Probabilidad, esto se puede visualizar en la Figura 12

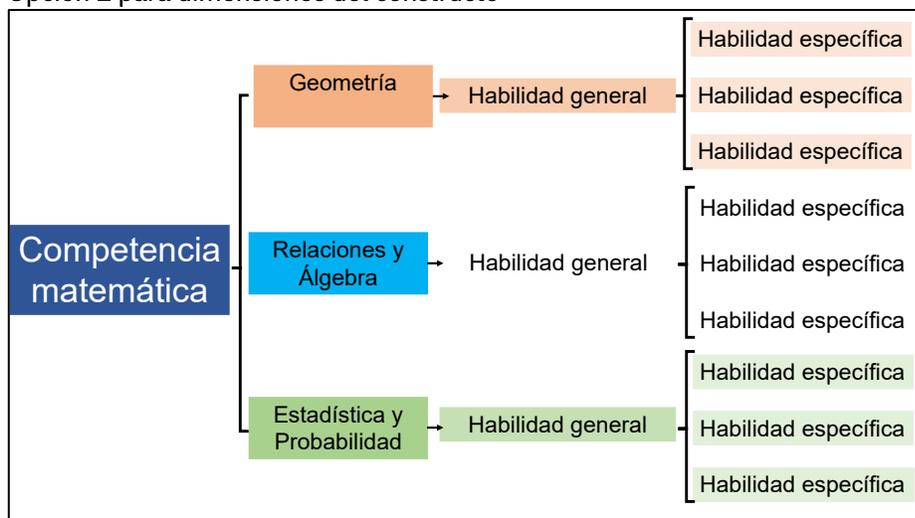
Figura 12
Opción 1 para dimensiones del constructo



Fuente: Elaboración propia

En esta figura se muestra una articulación compleja donde los procesos matemáticos conforman las dimensiones, pero están delimitados por las habilidades específicas asociadas con las áreas matemáticas de interés.

Figura 13
Opción 2 para dimensiones del constructo



Fuente: Elaboración propia.

En esta figura se muestra una articulación lineal, nuevamente; la competencia matemática está asociada y limitada únicamente a los conocimientos por área y su descomposición de elementos generales hacia la especificidad. En realidad, es una minimización de la propuesta curricular que no es más que la visión empleada en las pruebas anteriores donde el diseño solo consideraba los conocimientos o en su defecto contenidos, excluyendo otros componentes curriculares que

si se consideran en la Figura 3.1. Aquí es importante destacar que las habilidades difieren de los objetivos desde su concepción en los programas de matemáticas (MEP, 2012).

En Costa Rica, existe una experiencia donde para evaluar la competencia matemática, se presenta una articulación entre: áreas, capacidades cognitivas y tipo de contexto, en este caso únicamente abstracto. La prueba de habilidades cuantitativas de la Universidad de Costa Rica, tiene como constructo las habilidades cuantitativas que considera las siguientes áreas del saber: aritmética, geometría, álgebra y análisis de datos, en contextos matemáticos, e implica actividades cognitivas como: ejemplificación, generalización, inferencia y relaciones entre elementos de la aritmética y álgebra (G. Ordoñez, comunicación personal, 22 de agosto del 2022). Esta experiencia demuestra que es posible la integración de algunos de los fundamentos curriculares y esto respalda la primera opción.

Metodología de construcción de ítems

Los especialistas consultados (Haretche y Lasida, Uruguay; Cortazar, Chile; Miranda y Monroy, México; Cuenca, Perú; Acosta, Fallas, Quesada, Ordoñez, Barrantes y De Faria, Costa Rica) también coinciden en la importancia de la construcción de los ítems y se destacan los siguientes pasos, que pertenecen a una secuencia más amplia utilizada por las instituciones donde se desempeñan estas personas y que también, han sido propuestos por investigadores como Martínez et al. (2014), Montero y Jiménez (2013), Montero y Solórzano (2011), así como otros especialistas en Psicometría.

Específicamente para una prueba de Matemáticas que plantea como constructo la competencia matemática y que incluye la resolución de problemas que propicia capacidades cognitivas superiores, se requieren pasos especializados:

- Construcción de ítems de diversos tipos (selección única, selección múltiple, respuesta breve y respuesta construida) que satisfagan los fundamentos curriculares planteados por el MEP (2012): habilidades generales y específicas, conocimientos, contextualización activa, enfoque del área, procesos matemáticos y resolución de problemas.
- Valoración del nivel de complejidad de la tarea o tareas matemáticas involucradas en el ítem mediante la estrategia 4+6 de Ruiz (2018).
- Ejecución de juicio experto para garantizar validez de constructo y coherencia con los fundamentos curriculares.
- Recolección mediante un pilotaje de evidencias de confiabilidad y validez de los ítems que conformen la prueba.
- Reflexión crítica de los resultados psicométricos de la prueba desde una perspectiva cuantitativa y cualitativa.

Según Mena (2015), los ítems de la prueba deben estar asociados de alguna manera con la resolución de problemas debido a que las habilidades serán propiciadas mediante esta metodología principalmente. Además, señala que el ítem de desarrollo (respuesta construida) implica que se deberá considerar la calificación del proceso resolutorio mediante una guía exhaustiva que contiene el solucionario con el desglose de puntos.

De acuerdo con Ruiz (2018) una prueba consistente con el currículum costarricense parte de tareas matemáticas coherentes con la fundamentación curricular, para obtener este requisito se quiere de tres fases -que implican la formación gradual de un equipo especializado en la confección- las cuales se describen a continuación:

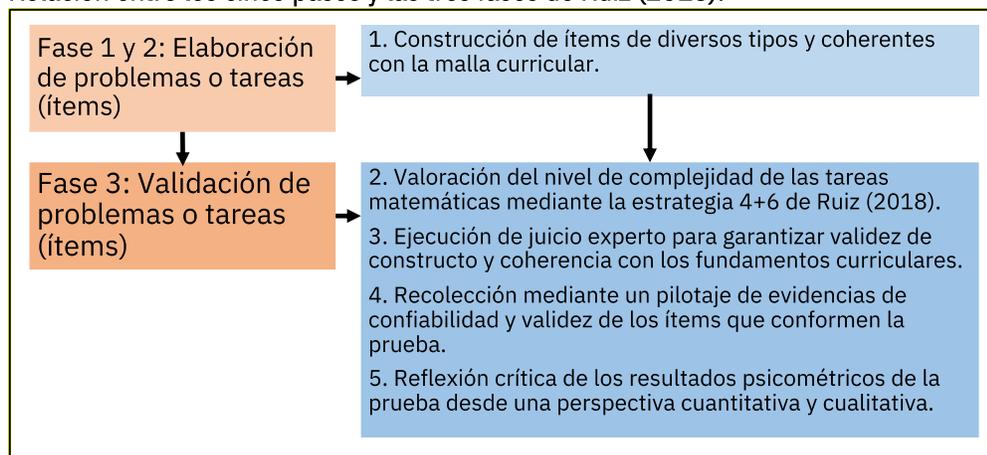
Fase 1. Elaboración de tareas o problemas “prototipo” que consignen con bastante detalle las características de las tareas matemáticas planteadas utilizando el modelo “4 + 6”. Esta etapa se propone desarrollar especialmente con el concurso del Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica.

Fase 2. Diseño de nuevas tareas o problemas a desarrollar por parte de una amplia comunidad de diseñadores: asesores de matemáticas nacionales y regionales, investigadores y estudiantes avanzados de las universidades, expertos en la construcción de ítems, casas editoriales o generadoras de recursos didácticos, así como docentes líderes en las diversas regiones del país.

Fase 3. Validación de las tareas o problemas en la acción educativa incluyendo acciones de ejecución o implementación en las diferentes dimensiones: construcción o movilización de aprendizajes, evaluación de aula, pruebas nacionales (p. 243).

Estas tres fases están implícitas en los cinco pasos mencionados previamente, debido a que esto garantiza coherencia con la malla curricular. En la siguiente imagen se visualiza esta articulación.

Figura 14
Relación entre los cinco pasos y las tres fases de Ruiz (2018).



Fuente: Elaboración propia.

Ensamblaje de la prueba

El ensamblaje definitivo de la prueba debe considerar tanto criterios cuantitativos como cualitativos, estos últimos asociados con la valoración del nivel de complejidad de las tareas matemáticas desde la perspectiva que proponen los programas de Matemáticas y su fundamentación teórica.

Además, se deben incluir diversos tipos de ítems para garantizar el juzgamiento sobre acciones como: conjeturas, argumentos, uso de representaciones y la comunicación de ideas matemáticas. El uso de ítems de selección múltiple para discriminar entre procesos resolutorios y la exigencia de la respuesta construida, favorecen la recolección de evidencias sobre el desempeño del estudiantado respecto a esas acciones cognitivas (Zumbado-Castro, 2019).

La selección de ítems anclas y la elaboración de diversos cuadernillos deberá poseer una distribución uniforme de los componentes considerados durante el proceso, por ejemplo, el nivel de complejidad: reproducción, conexión o reflexión; así como una apropiada distribución de la dificultad.

De acuerdo con Ruiz (2018) respecto al ensamble de una prueba es necesario plantear la siguiente reflexión:

Los niveles de complejidad son apenas una guía para visualizar la demanda cognitiva de las tareas matemáticas, lo que se puede apreciar como una estrategia para la construcción de tareas matemáticas o ítems para una prueba, pero debe siempre usarse en asociación estrecha con las capacidades matemáticas superiores. Idealmente, la prueba debería avanzar hacia una proporción: 25% de ítems de reproducción, 50% de conexión y 25% de reflexión. (p. 296)

Además, es importante señalar que se debe tener extremo cuidado en la asignación del número de preguntas, su exigencia cognitiva y el tiempo correspondiente, debido a que una prueba con estas características requiere de una excelente calibración.

Procedimientos de aplicación y análisis de resultados de la prueba

Si la prueba está acorde con la fundamentación teórica de los programas de Matemáticas (MEP, 2012), los procedimientos de aplicación se deben amparar en los protocolos ya establecidos por el ente ministerial. Sin embargo, se debe explorar la posibilidad de incluir recursos tecnológicos en estos procesos, como ya se aplican las Pruebas PISA, por ejemplo.

Algunos de los entrevistados indicaron que se usan plataformas de aprendizaje para colocar las pruebas y se está explorando la posibilidad de usar inteligencia artificial para responder a las necesidades de las personas usuarias (A. Quesada, comunicación personal, 4 de agosto del 2022). En el caso de Matemáticas la prueba se puede diseñar con dos partes y aquella que contenga preguntas cerradas se puede digitalizar, mientras se avanza hacia otras herramientas digitales que permitan el juzgamiento de respuestas construidas.

Respecto a los resultados de la prueba, tanto la literatura como los especialistas consultados señalan que el propósito de la prueba (diagnóstica o certificación) condiciona todo lo asociado con ella, incluso cómo mostrar los resultados y el uso que se da a éstos.

Los análisis de los resultados de la prueba deberán tener componentes: cualitativos y cuantitativos, de manera que, si el estudiantado presenta un bajo nivel de desempeño en ítems cuyo nivel de complejidad es de reflexión, con un alto grado de discriminación y dificultad (G.

Ordoñez, comunicación personal, 22 de agosto del 2022), ese resultado se discuta en función de la exigencia cognitiva de la o las tareas matemáticas y se complemente con los datos psicométricos, por tanto, que no que se tomen decisiones únicamente, sobre los dos parámetros de medición.

Enseñanza de las Matemáticas en medio del “apagón educativo”

Para el año 2015, el Quinto informe del Programa Estado de la Educación (PEN 2015) respecto a la implementación en el país del currículo matemático señaló:

Se presenta un desarrollo desigual de la implementación curricular en el país, aspecto en el cual la actitud y el desempeño de los asesores pedagógicos regionales están entre los principales factores. Subsiste un porcentaje de docentes tanto en primaria como en secundaria que no ha asumido el nuevo currículo.

La principal razón, y en esto coinciden los profesores líderes consultados así como los asesores pedagógicos regionales, es que no ha habido suficiente interés y compromiso de su parte por asumir (conocer y aplicar) los nuevos programas.

Existen debilidades en la preparación docente y en el sistema de inspección-asesoría. (p. 164)

En el Séptimo Informe del Estado de la Educación se indica que, al menos dentro de los grupos analizados en el estudio, la propuesta curricular de Matemáticas está poco presente en la acción de aula, no se evidenció la activación de los procesos matemáticos mediante la resolución de problemas que, como se ha dicho acá, constituye el eje central de este currículo (PEN, 2019).

Por su parte, el Octavo Informe del Estado de la Educación dejó entrever que los fenómenos sociales de los años 2018 y 2019, junto con la pandemia ocasionado por el COVID 19, generó una fuerte crisis en el sistema educativo que ensanchó las brechas en educación entre los sectores sociales, las principales diferencias encontradas estaban en: marcadas diferencias en conectividad entre centros educativos y entre estudiantes, rezagos de aprendizaje, una ausencia de evaluaciones, un fuerte incumplimiento del currículo, la generación de nuevas formas de exclusión educativa, entre otras cosas (PEN, 2021).

Este informe señala especial preocupación por los efectos generados por el apagón educativo en áreas vitales como Español y Matemáticas, los problemas en el aprendizaje de estas disciplinas generados por las huelgas e interrupciones de los años 2018 y 2019 se vieron incrementadas por la pandemia. Se indica que únicamente se cubrió un en promedio cerca del 50% de los aprendizajes propuestos en los programas de estudio de Matemáticas. Pero además este aprendizaje fue desigual entre las áreas matemáticas, por ejemplo, se detalla que el área de Estadística y Probabilidad se omitió casi por completo (PEN, 2021; Poveda-Vásquez y Manning-Jara, 2021).

Debido a lo anterior, si los datos suministrados por diferentes informes del Estado de la Educación antes del 2018 mostraban serias limitaciones para una verdadera implementación en apego a los principios curriculares establecidos en los programas de estudio de Matemáticas, sería de esperar que durante la pandemia la crisis de esta implementación se incrementara.

Ante esta disyuntiva, la enseñanza de las Matemáticas en el ámbito preuniversitario requiere de la toma de decisiones inmediatas, que deben ser coherentes con requerimientos del país del conocimiento matemático en su población. Pero estas decisiones no deben abarcar solamente el área matemática sino a todas las áreas del currículo. No obstante, la comunidad educativa se encuentra preocupada porque ya próximo a concluir el curso lectivo 2022, no se han planteado propuestas concretas para revertir la situación y dar soluciones a las consecuencias del apagón educativo que pareciera más bien ampliarse. Incluso, algunas de las posibles alternativas parecieran reñir con los esfuerzos que se habían realizado para adecuar los currículos a las necesidades del país y a la política educativa vigente. Por ejemplo, en el seno del Ministerio de Educación se mencionó la necesidad de realizar una nueva revisión curricular para realizar transformaciones de fondo (Semanao Universidad, 26 de octubre 2022).

Existe un famoso adagio popular que indica “La Magdalena no está para tafetanes”, que se aplica más que nunca a nuestro sistema educativo, no se puede pensar en que este sea el momento más propicio para entrar en una reforma educativa general, que, si se quiere realizar con la rigurosidad necesaria, la reflexión, la valoración, el análisis, la elaboración, la evaluación y finalmente la aprobación por el Consejo Superior de Educación puede llevar varios años. De lo contrario se puede caer en la improvisación e incrementar aún más los problemas asociados al sistema educativo. Pero aún más, una decisión de este tipo conlleva también el desaprovechar los esfuerzos que por años se han realizado, para que, como en el caso de las Matemáticas, se pudiera instaurar un currículo que más que el aprendizaje de contenidos matemáticos aislados se basa en el desarrollo de capacidades cognitivas superiores y en una competencia matemática en los términos que se ha planteado en este documento.

Conclusiones

- Los programas vigentes del Ministerio de Educación Pública de matemática contienen elementos fundamentales para el desarrollo integral de la persona estudiante.
- Las pruebas de Bachillerato aplicadas con base en los programas oficiales de matemáticas aprobados en el 2012, se centran en la evaluación de las habilidades específicas, pero no consideran muchos otros elementos curriculares (procesos matemáticos, niveles de complejidad, contextualización activa, entre otros). Inclusive existe una interpretación errónea sobre algunas habilidades específicas y generales.
- La prueba FARO de matemáticas de secundaria, en la mayoría de sus ítems se centran en la evaluación de las habilidades específicas, pero no considera otros elementos curriculares. Sin embargo, la inclusión de una sección de respuesta construida, permitiría una mayor congruencia con MEP (2012).
- El constructo por medir en la prueba debe ser la competencia matemática declarada en los programas del Ministerio de Educación Pública (2012).

- Los ítems de una prueba de matemática deben ser contruidos considerando los siguientes componentes: habilidades generales y específicas, conocimientos, contextualización activa, enfoque del área, procesos matemáticos y resolución de problemas.
- La validación de los ítems debe considerar su nivel de complejidad según la estrategia 4+6 de Ruiz (2018) y un juicio experto que garantice la coherencia con la fundamentación curricular.
- Los resultados psicométricos de la prueba requieren de una reflexión crítica desde una perspectiva cuantitativa y cualitativa, esta última asociada con la fundamentación del currículo de Matemática del MEP (2012).
- Con el propósito de mantener mayor coherencia con la perspectiva del área se requiere de un software especializado para incluir representaciones gráficas apropiadas en los ítems que garanticen accesibilidad.
- La complejidad de la construcción de ítems para una prueba de matemáticas que satisfaga todos los requerimientos aquí planteados implicará una inversión en recursos logísticos, intelectuales y económicos significativos, por tanto, se debe cambiar la administración de este recurso, manteniendo bajo resguardo las preguntas construidas y los contextos ricos para la generación de ítems, por tanto, se debe variar la metodología para los procesos de apelación, consulta o revocatoria de resultados de manera que no se violente la custodia y se garantice confidencialidad. Liberar los ítems año tras año es una pérdida de recursos incalculable.

Reflexión final

Dentro de lo que se ha expuesto hasta el momento y bajo el supuesto que el actual currículo de Matemáticas reúne las condiciones necesarias para potenciar el desarrollo matemático que el país requiere y tomando como referencia el foco de interés del presente documento como son las pruebas nacionales de Matemáticas, se requiere analizar los aportes que las pruebas de macro-evaluación podrían tener para favorecer la implementación del currículo en todos sus ámbitos, sin descuidar la situación que atraviesa el país como resultado del apagón educativo.

Por todo lo discutido acá, el retomar las pruebas nacionales en los términos en que se aplicaban antes de ser eliminadas no pareciera que fuera la mejor alternativa en estos momentos; sin embargo, la macro-evaluación se debería convertir en un vehículo de trascendental importancia para valorar estado actual en cuanto a las habilidades matemáticas con que cuentan los estudiantes en los diferentes niveles educativos y favorecer la toma de decisiones a partir de este conocimiento.

De las entrevistas realizadas con los miembros del Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica y a otros especialistas, y del análisis efectuado por los autores del presente documento, se recomienda la implementación de al menos cuatro tipos de pruebas en los diferentes momentos educativos, en donde en una primera etapa sería:

- **Primera prueba:** al finalizar el primer ciclo (tercer año de primaria) para evaluar el dominio de procesos matemáticos y habilidades generales, adquiridos durante el ciclo en apego a lo establecido en el currículo. Debería ser una prueba diagnóstica cuyos resultados de esta prueba permitirían planificar el trabajo que debería desarrollarse con los estudiantes que culminaron el ciclo y se preparan a ingresar en el segundo ciclo de la educación primaria. Al mismo tiempo, los insumos generados permitirían analizar el trabajo efectuado durante el primer ciclo y tomar las medidas que se consideren pertinentes para un mejor cumplimiento de lo establecido curricularmente.
- **Segunda prueba:** al finalizar el quinto año de la educación primaria, para evaluar el dominio de procesos matemáticos y habilidades generales, que se deberían haber adquirido hasta este momento. Prueba diagnóstica cuyos resultados ofrecen insumos para planificar el último año de la educación primaria y posibilitar que el estudiantado llegue con las habilidades matemáticas necesarias para ingresar al tercer ciclo (secundaria). Además, los insumos permitirían evaluar el trabajo realizado en los primeros cinco años de la educación primaria.
- **Tercera prueba:** al finalizar del octavo año de la educación secundaria, en donde se evaluarían las capacidades cognitivas adquiridas por los estudiantes mediante el dominio de procesos matemáticos y habilidades correspondientes. Debería ser una prueba diagnóstica cuyos resultados permitirían planificar la implementación curricular para los siguientes años y al mismo tiempo evaluar el trabajo realizado durante los primeros dos años de la educación secundaria.
- **Cuarta prueba:** al finalizar el décimo años de la educación secundaria. Consistiría en una prueba diagnóstica que pretende identificar hasta donde el estudiantado ha adquirido competencias cognitivas de orden superior y la competencia matemática. Los resultados serán evidencia del trabajo realizado en 10 años de la educación general básica en apego a las interacciones de los diferentes elementos curriculares. Estos datos deberán favorecer la toma de decisiones respecto a las debilidades y fortalezas encontradas. Al mismo tiempo, ellos serán insumo básico para definir las prioridades por considerar durante el último año de la secundaria (H. Barrantes, E. De Faria y A. Ruiz, comunicación personal, 23 de noviembre del 2022)

Los problemas e ítems que se incluyen en estas pruebas deberían estar en concordancia con los siete puntos descritos anteriormente. Debido a las diferencias que se habían venido identificando y que fueron expuestas en diferentes informes sobre las pruebas nacionales (González et al., 2018 y 2020), estas pruebas deberían mostrar los resultados según las condiciones socioeconómicas de los lugares de residencia, según el tipo de oferta educativa, entre otras. De modo que al momento de planificar las acciones correctivas se puedan considerar estas diferencias para tomar las decisiones que procuren subsanar las brechas que se identifiquen y avanzar paulatinamente al cumplimiento del principio de igualdad de oportunidades.

Se recomienda que, en esta primera etapa, cuyo periodo de implementación debería ser propuesto por las autoridades competentes, se implementen pruebas diagnósticas como respuesta a las desigualdades fruto del apagón educativo y como un espacio propicio para ir

garantizando una adecuada implementaci3n del curr3culo matemático en las aulas, para lo cual se esperaba que el MEP ejerza el liderazgo necesario.

Sin embargo, la experiencia de esta primera etapa, una vez que est3n dadas las condiciones, deber3a permitir avanzar hacia una segunda etapa en la cual se deber3an implementar pruebas con carácter ponderativo de certificaci3n, al menos para la segunda (primaria) y cuarta prueba (secundaria), sin variar los prop3sitos básicos que se establecieron arriba. Las ponderaciones correspondientes al valor de la prueba, deber3a ser consecuencia de un proceso de análisis detallado con base en los resultados que se vayan generando.

La propuesta anterior est3 basada en los hallazgos del presente estudio y viene a dar una soluci3n al problema de ausencia de pruebas que se tiene en este momento. Pero, adem3s, en la misma, se ha considerado que estas pruebas estandarizadas no deben ser un fin en sí mismas sino una herramienta para favorecer el cumplimiento curricular y alcanzar los prop3sitos educativos que allí se incluyen.

Consideraci3n final

Al momento de realizar esta investigaci3n surgi3 la modificaci3n al Reglamento de Evaluaci3n de los Aprendizajes del MEP, seg3n la nota CSE-SG-0057-2023. En este documento se introduce la denominada “Prueba Nacional Estandarizada”, pero que, debido a la falta de informaci3n sobre la misma, no se plantea un análisis respectivo en este documento.

Referencias bibliogr3ficas

- Alfaro, C. y Barrantes, H. (2008). ¿Qué es un problema matemático? Percepciones en la enseanza media costarricense. *Cuadernos de Investigaci3n y Formaci3n en Educaci3n Matemática*, 3(4), 83-98.
- Alsina, A. y Coronata, C. (2015). Los procesos matemáticos en las pr3cticas docentes: Diseo, construcci3n y validaci3n de un instrumento de evaluaci3n. *Edma 0-6: Educaci3n Matemática en la Infancia*, 3(2), 23-36.
- Arias, O. (16 de diciembre 2021). *La dictadura del facilismo*. La Naci3n. <https://www.nacion.com/opinion/columnistas/la-dictadura-del-facilismo/R7BVZDBXS5DI5H7PMCBHSQDKDM/story/>
- Barrantes, A. y Barquero, J. (2020a). Informe: Primero y Segundo Ciclos. Resultados de la consulta realizada a las personas docentes de Alajuela y Puriscal, acerca de lo desarrollado en las Plantillas Aprendizaje Base de Matemáticas, 2020. ¿Hasta d3nde se alcanz3 la meta trazada?. San Jos3, Costa Rica: autor
- Barrantes, A. y Barquero, J. (2020b). Informe: Tercer Ciclo y Educaci3n Diversificada. Resultados de la consulta realizada a las personas docentes de Alajuela y Puriscal, acerca lo desarrollado en las Plantillas Aprendizaje Base de Matemática de secundaria, 2020. ¿Hasta d3nde se alcanz3 la meta trazada?. San Jos3, Costa Rica: autor

- Barrantes, H. (2015). Acciones en Costa Rica para potenciar la integraci3n de habilidades y conocimientos en la implementaci3n curricular. *Cuadernos de Investigaci3n y Formaci3n en Educaci3n Matemática*, 10(13), 37-52. <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/19143/19199>
- Bejarano, A. y Chac3n, X. (2018). *Evaluaci3n de los aprendizajes con apoyo de recursos tecnol3gicos*. EUNED.
- C3rdenas, J. y Blanco, L. (2018). The assessment of mathematical problem solving by secondary teachers in Colombia. *Educatio Siglo XXI*, 36(3), 123-152. doi: 10.6018/j/349941
- Carvajal, R. (2020). Matemática en tiempos de Pandemia: rol de la familia en los procesos de enseanza y aprendizaje de la matemática. *Cuadernos de investigaci3n y formaci3n en educaci3n matemática* 15, 135-145.
- Castillo, K. (2015). Los puntos de la belleza: Una experiencia en la Direcci3n Regional Grande del T3rraba. *Cuadernos de investigaci3n y formaci3n en educaci3n matemática* 13, 175-181.
- Chac3n, V.(26 de octubre, 2022). *Ministra de Educaci3n ofreci3 su reforma educativa con «Metaverso» y visitas virtuales en Asamblea Legislativa*. Seminario Universidad. <https://semanariouniversidad.com/pais/ministra-de-educacion-ofrecio-su-reforma-educativa-con-metaverso-y-visitas-virtuales-en-asamblea-legislativa/>
- Charpentier, Y., Carmona, I., y Barquero, J. (2020). Diseo e implementaci3n de guías para el aprendizaje estudiantil aut3nomo: Una experiencia en la Direcci3n Regional Educativa de Puriscal, Costa Rica. *Cuadernos de investigaci3n y formaci3n en educaci3n matemática* 15, 100-122.
- Chaverri, P., Cruz, E. y Gonz3lez, F. (2018). Percepci3n de la poblaci3n costarricense en relaci3n con las pruebas nacionales de bachillerato: Balance comparativo 2007-2017. En M. Castro P3rez (Coord.), Memoria IV Congreso Iberoamericano de Pedagogía: “Sueos y utopías que inspiran transformaci3n” (pp. 199-212). Heredia, Costa Rica: Universidad Nacional, CIDE. <https://www.dropbox.com/s/jp8sstlwl6w869f/Memoria%20CIP%202018.pdf?dl=0>
- Chaves, E. (2007). Inconsistencia entre los programas de estudio y la realidad en el aula en la enseanza de la estadística de secundaria. Actualidades Educativas en Educaci3n. Vol. 7, N3 3, Setiembre – Diciembre 2007. Publicaci3n digital en la p3gina Web: <http://revista.inie.ucr.ac.cr/ediciones/controlador/Article/accion/show/articulo/inconsistencia-entre-los-programas-de-estudio-y-la-realidad-de-aula-en-la-ensenanza-de-la-estadistica-de-secundaria.html>
- Chaves, E. (2008). (6 de junio de 2020). *Capacidades cognitivas superiores en el currículo matemático pre-universitario de Costa Rica*. [Conferencia]. Conferencia al Doctorado Interinstitucional en Educaci3n, Universidad del Valle, Colombia.
- Chaves, E. (04 de julio de 2022). Aporte de la Estadística y Probabilidad para enfrentar el apag3n educativo. *Blog Reforma Matemática*. <https://blog.reformamatematica.net/aporte-de-la-estadistica-y-probabilidad-para-enfrentar-el-apagon-educativo/>

- Chaves, E., Castillo, M., Chaves, E., Fonseca, J., Loría, R. (2010). La enseñanza de las matemáticas en la secundaria costarricense: entre la realidad y la utopía. Ponencia preparada para el *Tercer Informe Estado de la Educación*. San José, PEN.
- Chávez, Y. y Martínez, F. (2018). Evaluar para aprender: hacer más compleja la tarea a los alumnos. *Educación Matemática*, 30(3), 211-246. DOI:10.24844/EM3003.09
- Davidson, A., Herbert, S. y Bragg, L. (2018). Supporting Elementary Teachers' Planning and Assessing of Mathematical Reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17, 1151-1171. <https://doi.org/10.1007/s10763-018-9904-0>
- Departamento de Evaluación de los Aprendizajes. (2013). *Evaluación Diagnóstica*. Ministerio de Educación Pública. <https://www.mep.go.cr/sites/default/files/documentos/evaluacion-diagnostica.pdf>
- Educación. (25 de noviembre 2019). *Protagonista del bachillerato: Uno le dio la vida, otro lo vio morir*. La Nación. <https://www.pressreader.com/costa-rica/la-nacion-costa-rica/20191125/281578062511080>
- Esquivel, J., Montero, E., Sosa, D., Hernández, A., Corella, M., Fallas, J. (2006). *Evaluación externa de las pruebas nacionales de bachillerato de la educación media*. Universidad de Costa Rica.
- Francis, S. (2023). Análisis de la gobernanza y el proceso de macro-evaluación en Costa Rica: evolución, alcances y desafíos para promover la mejora del sistema educativo. Ponencia preparada para el *Noveno Informe del Estado de la Educación en Costa Rica 2023*. San José: PEN
- Gómez, A. y Berríos, A. (2015). Aprendo, comparto y reciclo: una experiencia en la Dirección Regional de Educación de Santa Cruz en los nuevos programas de matemática. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática* 13, 145-148.
- González, F., Artavia, C., Calderón, G., Chaverri, P., Cruz, E., Ramírez, A., Rodríguez, M. y Solano, J. (2018). *Balance crítico de objetivos, modelo evaluativo, resultados y utilidad de la información de las Pruebas Nacionales de Bachillerato en Educación Media como instrumento de certificación del conocimiento de estudiantes*. UNA, CIDE-INEINA. <https://drive.google.com/file/d/1rA1xMf3WheK-cfacKq3xmF8SAUFzmphG/view>
- González, F., Artavia, C., Calderón, G., Chaverri, P., Cruz, E., Ramírez, A., Rodríguez, M. y Solano, J. (2020). Hallazgos principales de la investigación "Balance crítico de las Pruebas Nacionales de Bachillerato en Educación Media como instrumento de certificación del conocimiento del estudiantado". *Revista Electrónica Educare* 1-22. <https://www.scielo.sa.cr/pdf/ree/v24n1/1409-4258-ree-24-01-231.pdf>
- Harlen, W. (2016). Assessment and the curriculum. En D.Wyse, L. Hayward and J. Pandya (Eds.), *The SAGE Handbook of Curriculum, Pedagogy and Assessment Volume 2* (pp. 693-709). Londres, Reino Unido: SAGE.
- Hernández-Sampieri, R. y Mendoza, C. (2018). *Metodología de la investigación. Las rutas cuantitativas, cualitativas y mixtas*. McGraw-Hill.

- Ibarra, V. (2022, 09 de agosto). Educación pieza fundamental del desarrollo. [Episodio de podcast]. En Hablando claro con Vilma Ibarra. <https://soundcloud.com/user-335108033/9-8-educacion-pieza-fundamental-del-desarrollo-nacional>
- Loría, J. y Lupiáñez, J. (2019). Estudio del conocimiento de profesores de secundaria sobre procesos matemáticos. *PNA*, 13(4), 247–269. <https://doi.org/10.30827/pna.v13i4.8892>
- Martínez, M., Hernández, M.V. y Hernández M.J. (2014). *Psicometría*. Madrid: Alianza Editorial.
- Mena, P. (2015). Desarrollo de la prueba nacional de bachillerato de Matemáticas: una necesidad. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 10 (13), 53-66. <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/19144/19200>
- Ministerio de Educación Pública. (MEP). (1990). *Memoria final. Periodo 1986-1990*. San José. <http://www.asamblea.go.cr/sd/Memoriasgobierno/Memoria%20Ministerio%20de%20Educaci%C3%B3n%20P%C3%BAblica%201986-1990-1.pdf>
- Ministerio de Educación Pública (2019). *Pruebas Nacionales para el Fortalecimiento de Aprendizajes para la Renovación de Oportunidades (FARO). Educación General Básica y la Educación Diversificada Académica Diurna, Nocturna y Técnica del Sistema Educativo Costarricense*. <https://www.mep.go.cr/sites/default/files/faro-aprobada-cse.pdf>
- Ministerio de Educación Pública. (2015). Educar para una nueva ciudadanía: Fundamentación de la transformación curricular costarricense. Costa Rica: autor. http://www.idp.mep.go.cr/sites/all/files/idp_mep_go_cr/publicaciones/7-2016_educar_para_una_nueva_ciudadaniafinal.pdf
- Ministerio de Educación Pública. (2012). *Programas de estudio de Matemáticas para la Educación General Básica y el Educación Diversificada*. San José, Costa Rica: autor. <http://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf>
- Ministerio de Educación Pública, (2018). *Informe de implementación 2012-2017, programas oficiales de matemáticas*. Costa Rica. Autor.
- Ministerio de Educación Pública, (2023). SE-SG-0057-2023. *Oficio del Consejo Superior de Educación*. Costa Rica.
- Montero, E. y Jiménez, K. (2013). Aplicación del modelo de Rasch, en el análisis psicométrico de una prueba de diagnóstico en matemática. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*, 13(1). https://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/ARTICULOS_V13_N1_2012/RevistaDigital_Montero_V13_n1_2012/index.html
- Montero, E. y Solórzano, J. (2011). Construcción y validación de una prueba de comprensión de lectura mediante el modelo de Rasch. *Actualidades Investigativas en Educación*, 11(2). <http://dx.doi.org/10.15517/aie.v11i2.10188>

- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico. [OCDE] . (2017). *Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo: Lectura, matemáticas y ciencias*, Versión preliminar, Paris: OECD Publishing.
<https://www.oecd.org/pisa/aboutpisa/ebook%20-%20PISA-D%20FrameworkPRELIMINARY%20versionSPANISH.pdf>
- Oviedo, D. (2015). Estrategias utilizadas en una Institución Privada de Educación Primaria para la implementación de los Programas de Estudio de Matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática 13*, 183-189.
- Poveda-Vásquez, R. y Manning-Jara, G. (2021). Repercusiones de la pandemia en la Educación Matemática en Costa Rica. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática 20*, 41-53.
- Programa Estado de la Nación (2015). Quinto informe del Estado de la Educación. Costa Rica: autor.
- Programa Estado de la Nación (2019). Séptimo informe del Estado de la Educación. Costa Rica: autor.
- Programa Estado de la Nación (2021). Octavo informe del Estado de la Educación. Costa Rica: autor.
- Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes (2 de diciembre de 2003).
<http://www.pgrweb.go.cr/scij/Busqueda/Normativa/Normas/nrmtextocompleto.aspx?param1=NRTC&nValor1=1&nValor2=52358&nValor3=56822&strTipM=TC>
- Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes (1º de setiembre de 2020).
<https://dgec.mep.go.cr/sites/all/files/dgecmepgocr/adjuntos/reglamentodeevaluacionde losaprendizajes-actual.pdf>
- Riero, A. (1 de junio de 2022). Expertos de UCR y UNA advierten sobre la importancia de mantener pruebas estandarizadas. *Semanario Universidad*.
<https://semanariouniversidad.com/universitarias/expertos-de-ucr-y-una-advierten-sobre-la-importancia-de-mantener-pruebas-estandarizadas/>
- Rodino, A. (2023). Buenas prácticas de macro-evaluación nacionales e internacionales. Lecciones para el diseño de una hoja de ruta de mejora del sistema educativo costarricense. Ponencia preparada para el Noveno Informe del Estado de la Educación en Costa Rica 2023. San José: PEN
- Rojas, Y. (2020). Propuesta para enseñar y aprender matemática a distancia desde un abordaje novedoso de los Programas de Estudio. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática 15*, 147-163.
- Rojas-Torres, L. y Ordóñez-Gutiérrez, G. (2019). Proceso de construcción de pruebas educativas: El caso de la Prueba de Habilidades Cuantitativas. *Revista Evaluar, 19*(2), 15-29.
<https://revistas.unc.edu.ar/index.php/revaluar/index>
- Ruiz, A. (2013). Primera parte. La Educación Matemática en Costa Rica: antes de la reforma. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática 13*, 10-20.

- Ruiz, A. (2015). Balance y perspectivas de la Reforma de la Educaci3n Matemática en Costa Rica. *Cuadernos de investigaci3n y formaci3n en educaci3n matemática 13*, 15-33.
- Ruiz, A. (2018). *Evaluaci3n y pruebas nacionales para un currículo de Matemáticas que enfatiza capacidades superiores*. Ciudad de México: CIAEM. <https://www.angelruizz.com/wp-content/uploads/2019/02/Angel-Ruiz-Evaluacion-y-pruebas-2018.pdf>
- Ruiz-Primo, M. & Li, M. (2016). PISA science contextualized items: The link between the cognitive demands and context characteristics of the items. *Electronic Journal of Educational Research, Assessment & Evaluation*, 22(1), 1–20. <https://doi.org/10.7203/relieve.22.1.8280>
- Salazar, A. (18 de junio 2022). *Consejo Universitario manifiesta preocupaci3n por eliminaci3n de pruebas FARO*. Consejo Universitario. <https://www.cu.ucr.ac.cr/inicio/noticias/noticia/Articulo/consejo-universitario-manifiesta-preocupacion-por-eliminacion-de-pruebas-faro.html>
- Santamaría, M. (2010). *¿C3mo evaluar aprendizajes en el aula?* EUNED.
- Segura, K. (2015). La matemática, un nuevo enfoque, mejores resultados. *Cuadernos de investigaci3n y formaci3n en educaci3n matemática 13*, 191-197.
- Vargas, A. (2015a). Empresa de funciones. *Cuadernos de investigaci3n y formaci3n en educaci3n matemática 13*, 207-214.
- Vargas, G. (2015b). Uso de la historia y la tecnología en la enseanza de matemáticas en una escuela de atenci3n prioritaria. *Cuadernos de investigaci3n y formaci3n en educaci3n matemática 13*, 199-206.
- Vargas, G. (2020). Estrategias para una matemática mäs cercana en tiempos de distanciamiento. *Cuadernos de investigaci3n y formaci3n en educaci3n matemática 15*, 88-99.
- Villalobos, L. (2017). *Enfoques y diseos de investigaci3n social: cuantitativos, cualitativos y mixtos*. San José: EUNED.
- Viquez, M. y Hernández, M. (2020). Reflexi3n sobre la mediaci3n pedag3gica de la enseanza de las Matemáticas con personas j3venes y adultas. *Cuadernos de investigaci3n y formaci3n en educaci3n matemática 15*, 78-87.
- Yang, K. y Li, J. (2018). A Framework for Assessing Reading Comprehension of Geometric Construction Texts. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 16(1), 109-124. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9770-6>
- Zumbado, M. (2015). A prop3sito de la introducci3n de la funci3n logarítmica. Una correlaci3n entre la clase “japonesa” y el currículo costarricense de Matemáticas. *Cuadernos de investigaci3n y formaci3n en educaci3n matemática 13*, 215-222.
- Zumbado, M., Sánchez, A., Mora, M. y Salas, B. (2018). *Propuesta de evaluaci3n de los aprendizajes en un currículo que involucra la resoluci3n de problemas como estrategia metodol3gica* (Reporte de investigaci3n inédito). Cátedra de Didáctica de la Matemática, UNED, San José, Costa Rica. <https://drive.google.com/open?id=1RPppdLCxGNatarCDmD2KyzsZd6H3CnM>

- Zumbado-Castro, M. (2022). *Evaluación de los aprendizajes en geometría del estudiantado de décimo año, a partir del modelo estructura de intervención de procesos en un problema* [Tesis doctoral]. Universidad Estatal a Distancia. https://aleph23.uned.ac.cr/exlibris/aleph/a23_1/apache_media/B9PUK84TYDUNRDHBTGSQJ9KTDN7ECV.pdf
- Zumbado-Castro, M. (2021). Educación costarricense: relación entre los programas de Matemáticas y la política curricular. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*, 21(2). <https://revistas.tec.ac.cr/index.php/matematica/article/view/5606>
- Zumbado-Castro, M. (2019). Evaluación sumativa para la resolución de problemas en el área de Geometría. *Innovaciones Educativas*, 21(31), 101-114. <https://doi.org/10.22458/ie.v21i31.2697>
- Zuñiga-Rivero, A. (1 de junio de 2022). Expertos de UCR y UNA advierten sobre la importancia de mantener pruebas estandarizadas. Seminario Universidad. <https://semanariouniversidad.com/universitarias/expertos-de-ucr-y-una-advierten-sobre-la-importancia-de-mantener-pruebas-estandarizadas/>